

Manuel Vaz Guedes

Motor Síncrono Trifásico

modelização, análise do funcionamento, utilização

Núcleo de Estudos de Máquinas Eléctricas
FACULDADE de ENGENHARIA da UNIVERSIDADE do PORTO
1992



O MOTOR SÍNCRONO TRIFÁSICO

modelização, análise do funcionamento, utilização

Manuel Vaz Guedes

(Prof. Associado)

Núcleo de Estudos de Máquinas Eléctricas
FACULDADE de ENGENHARIA da UNIVERSIDADE do PORTO

Índice

1	<i>Modelização</i>
1.1	Condições de Estudo
1.2	Parâmetros
1.2.1	Parâmetros Eléctricos
1.2.2	Parâmetros Mecânicos
1.3	Equações Fundamentais
1.3.1	Equações em Coordenadas de Fase
1.3.2	Equações no Referencial d-q
1.3.3	Valores Reduzidos
1.3.4	Representação Esquemática do Circuito Magnético
1.3.5	Modelos para o Motor Síncrono Trifásico
1.4	Potência e Binário do Motor Síncrono Trifásico
2	<i>Análise do Funcionamento</i>
2.1	Regime Permanente Sinusoidal Síncrono
2.2	Ângulo de Carga δ
2.3	Potência Eléctrica e Binário
2.4	Regiões de Funcionamento (Funcionamento como Motor; Factor de Potência Unitário, Indutivo e Capacitivo) (Passagem do Funcionamento como Motor ao Funcionamento como Gerador) (As Quatro Regiões de Funcionamento do Motor Síncrono Trifásico)
2.5	Características de Excitação
2.6	Funcionamento com Frequência Variável
3	<i>Utilização do Motor Síncrono Trifásico</i>
3.1	Tipos de Motores Síncronos Trifásicos (Motores de Relutância; Motores de Ímanes Permanentes)
3.2	Gamas de Aplicação
3.3	Sistemas de Accionamento com o Motor Síncrono Trifásico
3.4	Controlo do Motor Síncrono Trifásico
3.5	Instalação do Motor Síncrono Trifásico (Rede Eléctrica de Alimentação; Motor Síncrono Trifásico; Sistema de Medida; Sistema de Protecção; Sistema de Controlo Global do Accionamento)
	<i>Bibliografia</i>



O MOTOR SÍNCRONO TRIFÁSICO

modelização, análise do funcionamento, utilização

Manuel Vaz Guedes

(Prof. Associado)

Núcleo de Estudos de Máquinas Eléctricas

FACULDADE de ENGENHARIA da UNIVERSIDADE do PORTO

O *motor síncrono trifásico* é uma máquina que promove uma transformação em energia mecânica da energia eléctrica, que lhe é fornecida em corrente alternada trifásica. Nessa conversão há uma razão constante entre a frequência das forças electromotrizes induzidas e a velocidade de rotação da máquina: $f = p \cdot n$.

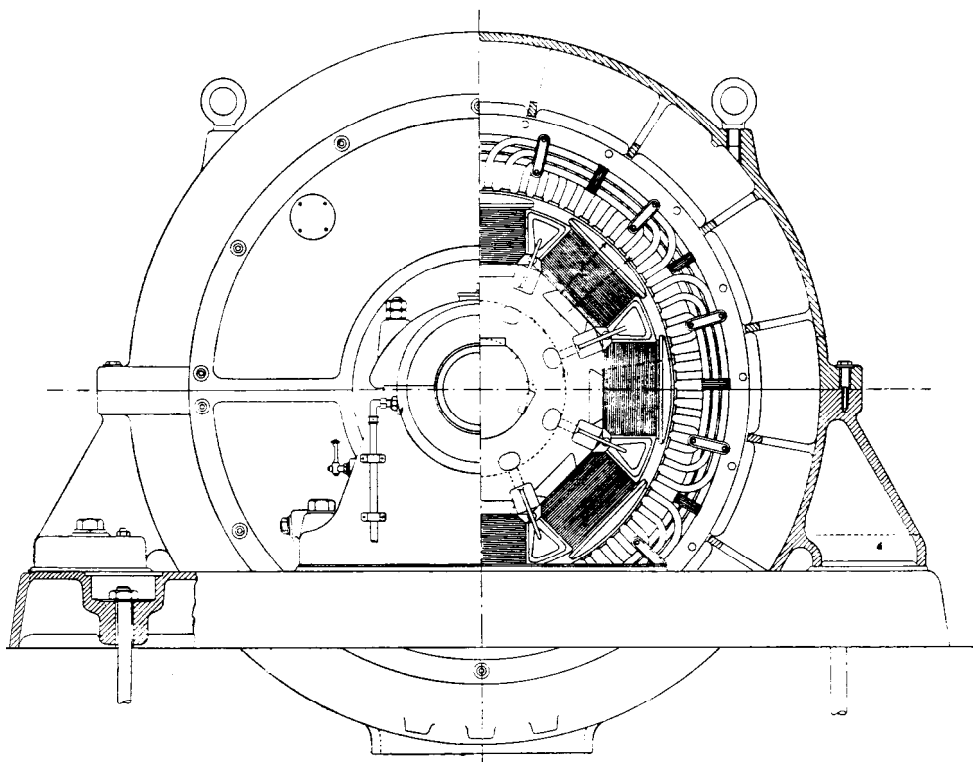


Fig. 1.1 – Motor Síncrono Trifásico ($2 \cdot p = 8$)

Este tipo de motores eléctricos tem grande aplicação nos accionamentos que se realizam a baixa velocidade, com elevado rendimento, e integrados em instalações eléctricas onde,

simultaneamente, se pretende compensar o consumo de energia reactiva. A principal desvantagem deste tipo de motores eléctricos consiste no valor elevado da corrente eléctrica que absorvem durante o arranque, além da necessidade de uma instalação de corrente contínua que assegure a alimentação do circuito indutor da máquina.

O motor síncrono trifásico é construído, normalmente, como uma *máquina eléctrica de pólos salientes*. O seu circuito magnético tem uma parte estatórica constituída por um empacotamento de chapa magnética, que forma uma coroa circular, ranhurada do lado do entreferro. Na superfície da coroa circular existem furos que depois do empacotamento da chapa formam os canais de ventilação. Nas ranhuras do circuito magnético estatórico são colocadas as bobinas com os condutores do enrolamento trifásico. Estes condutores, que formam o enrolamento induzido da máquina, encontram-se electricamente isolados, entre si e relativamente à massa de ferro.

O circuito eléctrico indutor, encontra-se no rotor da máquina; é formado por bobinas concentradas que envolvem os núcleos dos pólos indutores. Estes pólos magnéticos encontram-se montados numa roda polar que está solidária com o veio da máquina. Os pólos indutores podem ser construídos em material ferromagnético maciço ou folheado, existindo, neste último caso, na periferia do polo, um enrolamento amortecedor, constituído por barras condutoras que formam um enrolamento encastrado do tipo gaiola, que envolve, total ou parcialmente, a roda polar.

O circuito eléctrico de excitação pode ser alimentado a partir de uma fonte de corrente contínua através de um colectador de anéis; ou pode ser alimentado directamente por um outro alternador ligado a um rectificador, sendo este conjunto montando no veio da máquina, [MVG-1].

O motor síncrono trifásico pode ser alimentado directamente por uma rede eléctrica, ou através de um conversor electrónico de potência. Em qualquer uma destas situações o estudo do funcionamento do motor síncrono trifásico tem de começar pelo estabelecimento de um modelo, *modelização*, do motor (1.). A *análise do funcionamento* (2.) permite verificar as excelentes características deste tipo de motor, como accionador e como fonte de energia reactiva. A *utilização* (3.) deste motor eléctrico, ou de outras topologias com ele relacionadas, requer a satisfação de problemas de instalação, que dependem, também, da estratégia de controlo adoptada para o motor.

1 Modelização

Antes de se efectuar a análise do funcionamento de uma máquina eléctrica, como o motor síncrono trifásico, é necessário efectuar uma selecção entre os seus muitos e variados aspectos. É, por isso, necessário criar um modelo simbólico, com as suas propriedades eléctricas, magnéticas e mecânicas expressas por relações matemáticas. Desta forma, é possível tratar aquelas equações por meios matemáticos seguros, de forma a obterem-se resultados precisos e conclusivos.

O motor síncrono trifásico foi estudado, durante o último século, por variados métodos, conforme está documentado em apontamentos didácticos conhecidos, [CCC-1], [CCC-3], [CAS-1]. No entanto, tais métodos, que informam a Teoria Clássica das Máquinas Eléctricas, embora permitissem um pormenorizado conhecimento do funcionamento da máquina, dificilmente permitiam o estudo do seu funcionamento em regime transitório.

Com os métodos de modelização da Teoria Generalizada das Máquinas Eléctricas, [ADK-1] [CCC-2], é possível efectuar não só o estudo do motor síncrono trifásico funcionando em regime

permanente, mas também em regime transitório, assim como as condições de estabilidade desse funcionamento; como se torna necessário para a análise do funcionamento destas máquinas eléctricas quando são alimentadas por conversores electrónicos de potência.

Para se efectuar a modelização do motor síncrono trifásico, começa-se por estabelecer as *condições de estudo* (1.1) que caracterizam e limitam o modelo a construir. Depois definem-se os *parâmetros* eléctricos, magnéticos e mecânicos (1.2) que irão caracterizar o motor síncrono trifásico. Recorrendo a leis físicas, leis do Electromagnetismo e da Mecânica, estabelecem-se as *equações fundamentais* (1.3) que regem o funcionamento do motor síncrono trifásico nas condições de estudo adoptadas.

Como as equações fundamentais, estabelecidas em coordenadas de fase, eram de tratamento e resolução difícil, passou-se a efectuar uma *transformação passiva* de que resulta um conjunto de equações com mais fácil tratamento analítico, ou computacional. Deste sistema de equações, estabelecidas segundo os dois eixos (**d-q**) de simetria magnética da máquina, é possível deduzir os *circuitos eléctricos equivalentes*, e obter as expressões para a *potência* e para o *binário electromagnético* da máquina.

1.1 Condições de Estudo

Como uma máquina eléctrica, como o motor síncrono trifásico, é demasiado complicada para poder ser integralmente modelizada de uma forma acessível, estabelecem-se um conjunto de condições de estudo simplificativas, que, eventualmente, poderão ser abandonadas, mediante uma extensão dos métodos de modelização adoptados.

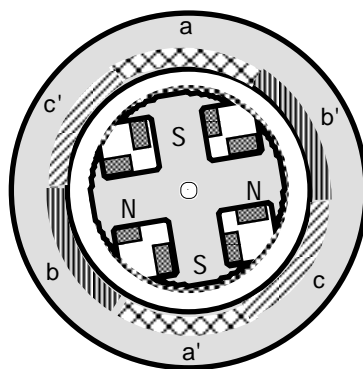


Fig. 1.2 – Representação esquemática de um motor síncrono trifásico

Atendendo aos aspectos construtivos do motor síncrono trifásico considera-se que é uma máquina eléctrica, de pólos salientes, mecanicamente equilibrada. Como vai funcionar como motor possui um conjunto de bobinas amortecedoras do tipo gaiola.

“ Apesar desta máquina eléctrica ser construída com um número elevado de *pares de pólos* p , o estudo da máquina é feito recorrendo à máquina eléctrica bipolar equivalente, com o auxílio da transformação entre ângulos geométricos (θ) e ângulos eléctricos (α); $\alpha = p\theta$.

≠ Apesar dos motores síncronos trifásicos, essencialmente os de potência elevada, trabalharem

com uma tensão de alimentação com um valor de alta tensão, na gama da média tensão, considera-se que esta não é suficientemente elevada pelo que a energia electromagnética armazenada no espaço da máquina é magnética, desprezando-se a energia electrostática. Desprezam-se por isso, no funcionamento normal, quaisquer efeitos de capacidades distribuídas entre os enrolamentos, ou entre os enrolamentos e a massa metálica da estrutura da máquina.

⌊ Surgindo nesta máquina grandezas eléctricas com frequência variável, considera-se que esta tem sempre um valor suficientemente baixo para permitir que sejam desprezados todos os fenómenos de efeito pelicular e de efeito de proximidade nos condutores eléctricos dos diferentes enrolamentos, assim como é desprezada a presença de correntes de Foucault.

π O motor síncrono trifásico, como qualquer máquina electromagnética, tem o seu circuito magnético construído com materiais ferromagnéticos, que têm perdas magnéticas. No entanto, considera-se que a curva de magnetização do material é unívoca, isto é, o material ferromagnético não tem histerese magnética. Também se considera que o circuito magnético está dimensionado de tal forma que nunca ocorre a saturação do circuito. O seu ponto de funcionamento encontra-se na parte rectilínea da característica de magnetização, o que implica que existe sempre uma relação constante entre as correntes eléctricas e o fluxo magnético por elas criado.

Actualmente, esta última condição de estudo pode ser abandonada porque existem teorias que tornam possível a realização do estudo computacional das máquinas síncronas com saturação, total ou parcial, do circuito magnético, [GAR-1].

f A força magnetomotriz indutora, criada por pólos magnéticos salientes com entreferro polar variável, tem uma distribuição periódica no espaço do entreferro com uma forma quase-sinusoidal, que possui o seu valor máximo segundo o eixo polar. Essa forma de onda, porque é periódica, é decomponível em série de termos harmónicos, série de Fourier, e atendendo a que a forma de onda é simétrica relativamente ao eixo polar, $F(a) = F(-a)$, só existem termos harmónicos em cosseno e de ordem ímpar. Como a amplitude de cada termo harmónico diminui com o aumento da sua ordem, desprezam-se todos os termos além do fundamental. Por isso, considera-se que a forma de onda da força magnetomotriz tem uma variação sinusoidal no espaço, com o valor máximo segundo a direcção do eixo polar. Não se considera o efeito dos harmónicos devidos à variação da relutância do circuito magnético, provocada pelas ranhuras dos estator ou do rotor: os *harmónicos de ranhura*.

Como se considerou que é linear a relação entre a força magnetomotriz e a indução magnética, também será sinusoidal a variação espacial da indução magnética no entreferro da máquina. A força electromotriz que se gera no circuito induzido da máquina terá uma variação sinusoidal no tempo.

≈ A presença, no motor síncrono trifásico, dos circuitos amortecedores provoca as considerações de estudo que se seguem. O circuito amortecedor é formado por um enrolamento de barras condutoras curtocircuitadas por anéis, do tipo gaiola de esquilo, situadas na periferia das expansões polares. Como este circuito eléctrico está em movimento no interior de um campo magnético, nele se induz um sistema polifásico de forças electromotrizes. Este enrolamento único pode ser substituído por tantas bobinas, em curto-circuito, quantas as fases do sistema de forças electromotrizes induzidas. Esse conjunto de bobinas forma um enrolamento polifásico que, através de uma transformação passiva — *transformação do número de fases* — pode ser reduzido a

um enrolamento difásico, como duas bobinas K_d e K_q , colocadas, respectivamente, segundo um eixo coincidente com a direcção polar (\mathbf{d}), e segundo um eixo coincidente com a direcção interpolar (\mathbf{q}) que está em quadratura avanço sobre o eixo \mathbf{d} .

O motor síncrono trifásico, idealizado através das condições de estudo acima expostas, pode ser representado por um conjunto de circuitos eléctricos, interligados magneticamente, que se encontra representado na figura 1.3, como se poderá verificar através da concordância das grandezas determinadas com auxílio deste modelo, utilizando os métodos matemáticos da Teoria dos Circuitos, e a sua actual contraparte, [PAR-1].

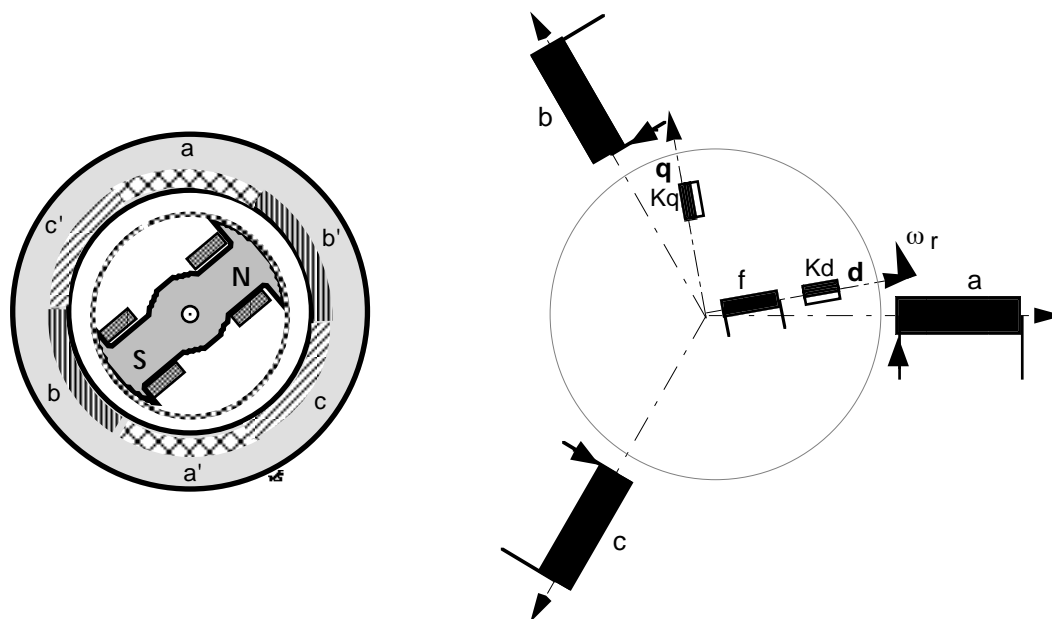


Fig. 1.3 – Esquema eléctrico de estudo para o motor síncrono trifásico

O circuito eléctrico estático do motor síncrono trifásico é representado por três bobinas, (a,b,c), colocadas no espaço segundo os três eixos de um sistema de referência, ou referencial, complanares e esfasados no espaço de $2\pi/3$ rad elect. O circuito rotórico está referido a um referencial com dois eixos ortogonais complanares: um eixo directo \mathbf{d} segundo a direcção polar, e um eixo em quadratura \mathbf{q} , segundo o eixo interpolar, situado em avanço no espaço sobre o eixo \mathbf{d} . Este circuito eléctrico rotórico é constituído pela bobina indutora (f) colocada segundo o eixo directo (\mathbf{d}), e pelas duas bobinas diferentes, representativas dos amortecedores, (K_d, K_q) colocadas, respectivamente, segundo o eixo directo ($K_d \times \mathbf{d}$) e segundo o eixo em quadratura ($K_q \times \mathbf{q}$). O sistema eléctrico rotórico, assim como o referencial $\mathbf{d-q}$, rodam com uma velocidade angular eléctrica $\omega_r = d\alpha_r/dt = p \cdot d\theta_r/dt$.

q Para este esquema electromecânico, representativo do motor síncrono trifásico, estabelecem-se as seguintes convenções de sinal:

- o sentido da corrente eléctrica numa bobina é o da corrente que entra na bobina pelo condutor mais próximo do centro do esquema eléctrico;
- uma corrente eléctrica de sentido positivo cria um fluxo magnético com sentido positivo, isto é segundo o eixo da bobina e com o sentido radial centrífugo indicado

pela seta do eixo;

- uma força electromotriz induzida tem sentido positivo quando, fechada sobre uma resistência, faz circular uma corrente eléctrica com sentido positivo, então $e = - d\psi/dt$;
- os circuitos eléctricos do estator e o circuito eléctrico indutor são considerados *consumidores*, verificando-se, para os valores instantâneos das grandezas, que $u = Ri - e$;
- o binário electromagnético é positivo quando a máquina eléctrica fornece energia mecânica, com uma velocidade de sentido positivo, que é o sentido directo ou trigonométrico, (motor).

Neste caso, a máquina síncrona trifásica funcionando como motor apresenta-se como uma máquina eléctrica duplamente excitada. Para se estabelecerem as respectivas equações fundamentais, que regem o seu funcionamento, é necessário definir os parâmetros característicos dos diversos componentes eléctricos e mecânicos.

1.2 Parâmetros

As diversas partes da máquina eléctrica podem ser caracterizadas por parâmetros eléctricos e por parâmetros mecânicos.

1.2.1 Parâmetros Eléctricos

Os diferentes circuitos eléctricos, ligados magneticamente, são caracterizados por parâmetros. Esses parâmetros eléctricos são resistências e indutâncias, que devido às condições de estudo estabelecidas para esta máquina são parâmetros lineares e constantes.

As bobinas eléctricas do estator (induzido) da máquina, que são percorridas pela corrente eléctrica de carga, apresentam uma resistência eléctrica que se considera constante, porque não se admite a variação da temperatura durante o tempo de estudo do seu regime de funcionamento, e se considera que não existe efeito pelicular ou de proximidade nos condutores. Devido à existência de vários circuitos eléctricos no modelo da máquina utiliza-se uma representação matricial, apesar das resistências serem iguais $R_a = R_b = R_c = R_s$. A matriz das resistências eléctricas do circuito do estator é:

$$[R_s] = \text{diag}[R_a, R_b, R_c] = \text{diag}[R_s, R_s, R_s]$$

Também os circuitos eléctricos rotóricos possuem uma resistência eléctrica, que pode ser representada pela matriz,

$$[R_r] = \text{diag}[R_f, R_{Kd}, R_{Kq}]$$

Para o motor síncrono trifásico as resistências eléctricas dos diferentes circuitos podem agrupar-se numa matriz diagonal das resistências $[R]$

$$[R] = \text{diag}[R_a, R_b, R_c, R_f, R_{Kd}, R_{Kq}] = \text{diag}[R_s, R_s, R_s, R_f, R_{Kd}, R_{Kq}] \quad (1.1)$$

Os coeficientes de auto-indução e de indução mútua dos circuitos eléctricos estatóricos são determinados atendendo à distribuição da força magnetomotriz criada por cada bobina, [CCC-2]. Numa máquina eléctrica de pólos salientes, devido à anisotropia do circuito magnético, esses coeficientes dependem do valor do ângulo de posição do rotor α_r , segundo uma expressão de

forma geral $L(\alpha_r) = L_A \cdot \cos(\gamma) + L_B \cdot \cos(2 \cdot \alpha_r)$. Note-se que considerando γ o ângulo de posição do eixo da bobina, $\gamma_a = 0$, $\gamma_b = 2\pi/3$, $\gamma_c = -2\pi/3$, é possível obter as expressões conhecidas para os coeficientes de auto-indução e de indução mútua das diferentes bobinas estatóricas. Assim, $L_{aa} = L_A + L_B \cdot \cos(2 \cdot \alpha_r) + l_\sigma$, $M_{ab} = (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2 \cdot \alpha_r - (2\pi/3))$, $M_{ac} = (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2 \cdot \alpha_r + (2\pi/3))$, etc... O coeficiente de auto-indução l_σ de uma bobina traduz a indutância de fugas da respectiva bobina, e a consideração de que o fluxo totalizado segundo um eixo de referência é composto pelo fluxo de fugas da respectiva bobina e pelo fluxo de magnetização.

As indutâncias do estator podem ser reunidas numa matriz das indutâncias próprias do estator $[L_{ss}]$ que tem a forma:

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_A + L_B \cdot \cos(2\alpha_r) + l_\sigma & (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r - (2\pi/3)) & (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r + (2\pi/3)) \\ (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r - (2\pi/3)) & L_A + L_B \cdot \cos(2\alpha_r + (2\pi/3)) + l_\sigma & (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r) \\ (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r + (2\pi/3)) & (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r) & L_A + L_B \cdot \cos(2\alpha_r - (2\pi/3)) + l_\sigma \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Os coeficientes de auto-indução e de indução mútua dos circuitos eléctricos rotóricos são determinados atendendo à distribuição do fluxo magnético num circuito magnético que apresenta sempre a mesma relutância, apesar do movimento do rotor. Assim, os coeficientes de auto-indução das bobinas rotóricas, bobina indutora e bobinas representativas dos amortecedores, são independentes do movimento: L_f , L_{Kd} , L_{Kq} . Entre os circuitos rotóricos em quadratura espacial não existem coeficientes de indução mútua, porque se considerou que o circuito magnético tem propriedades magnéticas lineares. Assim, $M_{fKq} = M_{Kqf} = 0$, $M_{KqKd} = M_{KdKq} = 0$. Entre os circuitos rotóricos situados segundo o mesmo eixo, existem coeficientes de indução mútua constantes. Entre o circuito indutor e a bobina representativa dos amortecedores colocada segundo o eixo directo, existem coeficientes de indução mútua com valor constante, $M_{fKd} = M_{Kqf}$. Todas estas indutâncias são elementos da matriz das indutâncias próprias do rotor, $[L_{rr}]$.

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_f & M_{fKd} & 0 \\ M_{fKd} & L_{Kd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{Kq} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Entre as bobinas estatóricas e as bobinas rotóricas existem coeficientes de indução mútua, que devido à anisotropia do circuito magnético, dependem do ângulo α_r de posição do rotor. A sua forma genérica é $m_{af} = M_{af} \cdot \cos(\alpha_r)$, $m_{aKd} = M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r)$, $m_{aKq} = -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r)$. Têm um valor máximo quando os eixos das respectivas bobinas coincidem, e têm um valor nulo quando os respectivos eixos estão em quadratura eléctrica. Os coeficientes de indução mútua para as restantes bobinas entram em consideração com sua posição espacial, que é um esfasamento de

$\pm 2\pi/3$ rad elect da bobina estatórica a. Estes coeficientes de indução mútua podem agrupar-se, para o motor síncrono trifásico, numa matriz de indutâncias mútuas do estator devido ao rotor $[M_{SR}]$.

$$[M_{SR}] = \begin{bmatrix} M_{af} \cdot \cos(\alpha_r) & M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r) & -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r) \\ M_{af} \cdot \cos(\alpha_r - (2\pi/3)) & M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r - (2\pi/3)) & -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r - (2\pi/3)) \\ M_{af} \cdot \cos(\alpha_r + (2\pi/3)) & M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r + (2\pi/3)) & -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r + (2\pi/3)) \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Também existem coeficientes de indução mútua entre as bobinas rotóricas e as bobinas estatóricas. Devido à simetria axial da máquina eléctrica e à linearidade das propriedades dos circuitos magnéticos esses coeficientes de indução mútua entre uma bobina do rotor e uma bobina do estator são iguais aos coeficientes de indução mútua entre a mesma bobina do estator e a mesma bobina do rotor. Por isso, ao agruparem-se numa matriz de indutâncias mútuas do rotor devido ao estator, verifica-se que se forma uma matriz transposta da matriz das indutâncias mútuas do estator devido ao rotor: $[M_{RS}] = [M_{SR}]^T$.

Atendendo às diferentes ligações magnéticas entre os diversos circuitos eléctricos do motor síncrono trifásico é possível criar a matriz das indutâncias para esta máquina eléctrica agrupando as diferentes submatrizes.

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{SS} & M_{SR} \\ M_{RS} & L_{RR} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

ou,

$$[L] = \begin{bmatrix} L_A + L_B \cdot \cos(2\alpha_r) + l_\sigma & (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r - (2\pi/3)) & (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r + (2\pi/3)) & M_{af} \cdot \cos(\alpha_r) & M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r) & -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r) \\ (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r - (2\pi/3)) & L_A + L_B \cdot \cos(2\alpha_r + (2\pi/3)) + l_\sigma & (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r) & M_{af} \cdot \cos(\alpha_r - (2\pi/3)) & M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r - (2\pi/3)) & -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r - (2\pi/3)) \\ (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r + (2\pi/3)) & (-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2\alpha_r) & L_A + L_B \cdot \cos(2\alpha_r - (2\pi/3)) + l_\sigma & M_{af} \cdot \cos(\alpha_r + (2\pi/3)) & M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r + (2\pi/3)) & -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r + (2\pi/3)) \\ M_{af} \cdot \cos(\alpha_r) & M_{af} \cdot \cos(\alpha_r - (2\pi/3)) & M_{af} \cdot \cos(\alpha_r + (2\pi/3)) & L_f & M_{fKd} & 0 \\ M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r) & M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r - (2\pi/3)) & M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r + (2\pi/3)) & M_{fKd} & L_{Kd} & 0 \\ -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r) & -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r - (2\pi/3)) & -M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r + (2\pi/3)) & 0 & 0 & L_{Kq} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

A matriz das indutâncias $[L]$, através das submatrizes da indutância própria do estator $[L_{SS}]$, e indutâncias mútuas do estator devido ao rotor, $[M_{SR}]$, e do rotor devido ao estator, $[M_{RS}]$, é uma função do tempo t , através do ângulo de posição α_r : $\alpha_r = \omega_r \cdot t + \alpha_0$.

1.2.2 Parâmetros Mecânicos

Os parâmetros mecânicos característicos do motor síncrono trifásico são o coeficiente de atrito D , e o coeficiente de inércia J . Estes parâmetros são responsáveis, respectivamente, pelos binário de atrito T_a , e pelo binário de inércia T_J .

$$T_a = D \cdot (d(\alpha_r/p)/dt) = D \cdot (\omega_r/p) \quad T_J = J \cdot (d^2(\alpha_r/p)/dt^2) = J \cdot ((1/p) \cdot (d\omega_r/dt)) \quad (1.7)$$

Em alguns estudos pode considerar-se que o coeficiente de atrito tem um valor que torna o binário de atrito desprezável face ao binário de inércia da máquina, ou ao binário de inércia da máquina adicionado do binário de inércia da carga reduzido ao veio da máquina.

1.3 Equações Fundamentais

Definidos os parâmetros eléctricos e mecânicos que caracterizam o motor síncrono trifásico, podem estabelecer-se as equações matemáticas que permitem modelizar esta máquina eléctrica, e que regem o seu funcionamento.

1.3.1 Equações em Coordenadas de Fase

A cada uma das bobinas representativas dos circuitos do motor síncrono trifásico está aplicada a respectiva tensão que é representada pelo seu valor instantâneo. Atendendo ao critério do consumidor adoptado para cada um dos circuitos, e que $u_{Kd} = u_{Kq} = 0$, as tensões podem ser escritas sobre a forma de um vector das tensões eléctricas instantâneas $\{u\}$,

$$\{u\} = \{u_a, u_b, u_c, u_f, u_{Kd}, u_{Kq}\}^T \quad (1.8)$$

Também as correntes eléctricas que circulam nas bobinas do motor síncrono trifásico podem ser agrupadas num vector dos valores instantâneos das correntes $\{i\}$,

$$\{i\} = \{i_a, i_b, i_c, i_f, i_{Kd}, i_{Kq}\}^T \quad (1.9)$$

Devido às condições de estudo que foram estabelecidas para o motor síncrono trifásico, as propriedades magnéticas do material ferromagnético são lineares, e, por isso, é constante a relação entre o fluxo totalizado que envolve uma bobina e as correntes eléctricas que o criam.

Para o fluxo magnético totalizado, que envolve uma bobina estatórica a, contribui:

- o fluxo de auto-indução, que inclui o fluxo de fugas da bobina a,

$$\psi_{aa} = (L_A + L_B \cdot \cos(2 \cdot \alpha_r) + l_\sigma) \cdot i_a \quad (1.10)$$

- o fluxo de indução mútua, que é criado por cada uma das outras bobinas do estator,

$$\begin{aligned} \psi_{ab} &= ((-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2 \cdot \alpha_r - (2\pi/3))) \cdot i_b \\ \psi_{ac} &= ((-L_A/2) + L_B \cdot \cos(2 \cdot \alpha_r + (2\pi/3))) \cdot i_c \end{aligned} \quad (1.11)$$

- o fluxo de indução mútua, que é criado por cada uma das bobinas rotóricas,

$$\begin{aligned} \psi_{af} &= (M_{af} \cdot \cos(\alpha_r)) \cdot i_f \\ \psi_{aKd} &= (M_{aKd} \cdot \cos(\alpha_r)) \cdot i_{Kd} \\ \psi_{aKq} &= (-M_{aKq} \cdot \sin(\alpha_r)) \cdot i_{Kq} \end{aligned} \quad (1.12)$$

Atendendo aos sentidos das grandezas eléctricas e magnéticas definidos nas condições de estudo, e à dedução da expressão das indutâncias, resulta que:

$$\begin{aligned} \psi_a &= \psi_{aa} + \psi_{ab} + \psi_{ac} + \psi_{af} + \psi_{aKd} + \psi_{aKq} \\ \psi_b &= \psi_{ba} + \psi_{bb} + \psi_{bc} + \psi_{bf} + \psi_{bKd} + \psi_{bKq} \\ \psi_c &= \psi_{ca} + \psi_{cb} + \psi_{cc} + \psi_{cf} + \psi_{cKd} + \psi_{cKq} \\ \psi_f &= \psi_{fa} + \psi_{fb} + \psi_{fc} + \psi_{ff} + \psi_{fKd} + \psi_{fKq} \\ \psi_{Kd} &= \psi_{Kda} + \psi_{Kdb} + \psi_{Kdc} + \psi_{Kdf} + \psi_{KdKd} + \psi_{KdKq} \\ \psi_{Kq} &= \psi_{Kqa} + \psi_{Kqb} + \psi_{Kqc} + \psi_{Kqf} + \psi_{KqKd} + \psi_{KqKq} \end{aligned} \quad (1.13)$$

A este conjunto de equações magnéticas, atendendo às expressões do tipo (1.10) a (1.12) para as diferentes bobinas, pode ser dada uma forma matricial, aparecendo, assim, a *equação magnética* para o motor síncrono trifásico:

$$w \quad \{\psi\} = [L] \cdot \{i\} \quad (1.14)$$

em que $\{\psi\} = \{\psi_a, \psi_b, \psi_c, \psi_f, \psi_{Kd}, \psi_{Kq}\}_T$, $\{i\} = \{i_a, i_b, i_c, i_f, i_{Kd}, i_{Kq}\}_T$, e a matriz das indutâncias $[L]$ tem a forma definida em (1.6).

As equações eléctricas, que traduzem a aplicação da lei de Kirchoff para as malhas dos circuitos eléctricos, são escritas atendendo às convenções de sinal estabelecidas anteriormente.

Considerando que a variação do fluxo totalizado que atravessa cada bobina vai dar origem a uma força electromotriz, e atendendo ao critério do consumidor de energia adoptado, para cada circuito eléctrico é possível escrever uma equação de tensões. Nestas equações utiliza-se $p = d/dt$ como operador diferencial.

$$\begin{aligned} u_a &= R_a \cdot i_a - e_a = R_a \cdot i_a + p\psi_a \\ u_b &= R_b \cdot i_b - e_b = R_b \cdot i_b + p\psi_b \\ u_c &= R_c \cdot i_c - e_c = R_c \cdot i_c + p\psi_c \\ u_f &= R_f \cdot i_f - e_f = R_f \cdot i_f + p\psi_f \\ u_{Kd} &= R_{Kd} \cdot i_{Kd} - e_{Kd} = R_{Kd} \cdot i_{Kd} + p\psi_{Kd} \\ u_{Kq} &= R_{Kq} \cdot i_{Kq} - e_{Kq} = R_{Kq} \cdot i_{Kq} + p\psi_{Kq} \end{aligned} \quad (1.15)$$

A estas equações eléctricas também é possível dar uma forma matricial. À equação obtida é possível dar uma outra forma atendendo a que as correntes eléctricas são função do tempo, assim como algumas das indutâncias, através do ângulo de posição α_r . A *equação eléctrica* tem a forma:

$$\begin{aligned} w \quad \{u\} &= [R] \cdot \{i\} + p\{\psi\} = \\ &= [R] \cdot \{i\} + p([L] \cdot \{i\}) = [R] \cdot \{i\} + (p[L]) \cdot \{i\} + [L] \cdot (p\{i\}) = \\ &= [R] \cdot \{i\} + \omega_r \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot \{i\} + [L] \cdot (p\{i\}) \end{aligned} \quad (1.16)$$

em que $\{u\} = \{u_a, u_b, u_c, u_f, u_{Kd}, u_{Kq}\}_T$, $\{i\} = \{i_a, i_b, i_c, i_f, i_{Kd}, i_{Kq}\}_T$, $[R]$ é a matriz diagonal das resistências (1.1), e se atende a que $p = (d/dt) = (d/d\alpha_r) \cdot (d\alpha_r/dt) = \omega_r \cdot (d/d\alpha_r)$. Salienta-se, assim, a presença das duas componentes da força electromotriz: a *força electromotriz dinâmica* $\omega_r \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot \{i\}$, e a *força electromotriz estática* $[L] \cdot p\{i\}$. Para o motor síncrono trifásico verifica-se que $u_{Kd} = u_{Kq} = 0$.

A equação mecânica de funcionamento do motor síncrono trifásico obtém-se através de uma análise energética, baseada na expressão da potência instantânea.

A potência eléctrica absorvida pelo motor, a potência total P_t , atendendo a (1.16),

$$\begin{aligned} P_t &= \{i\}_T \cdot \{u\} = \\ &= \{i\}_T \cdot [R] \cdot \{i\} + \omega_r \cdot \{i\}_T \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot \{i\} + \{i\}_T \cdot [L] \cdot (p\{i\}) \end{aligned}$$

é consumida em perdas por efeito Joule, $\{i\}_T \cdot [R] \cdot \{i\}$, na variação da energia magnética armazenada no espaço da máquina, $\{i\}_T \cdot [L] \cdot (p\{i\}) + (1/2) \cdot \omega_r \cdot \{i\}_T \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot \{i\}$, e na potência

transformada de eléctrica em mecânica e fornecida para o exterior da máquina, $(1/2) \cdot \omega_r \cdot \{i\}_T \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot \{i\}$. A potência transformada é igual ao produto do binário electromagnético pela velocidade angular rotórica instantânea, $\omega_s \cdot T_{em}$ ou $(\omega_r/p) \cdot T_{em}$, e como a potência mecânica sai da máquina, resulta para a *equação electromecânica* para o motor:

$$T_{em} = (1/2) \cdot p \cdot \{i\}_T \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot \{i\} \quad (1.17)$$

Atendendo às expressões para o vector das correntes eléctricas, e determinando a matriz $[dL/d\alpha_r]$, verifica-se que resulta uma expressão complicada, da forma

$$T_{em} = \frac{p}{2} \cdot \sum_{i=a,b,c} \sum_{j=f,Kd,Kq} \frac{dL_{ij}}{d\alpha_r} \cdot i_i \cdot i_j \quad (1.18)$$

em que várias, das muitas, parcelas são função de funções trigonométricas do ângulo de posição.

Atendendo a que o binário electromagnético se destina a alimentar o binário de carga T_c , o binário de inércia T_J , e o binário de atrito T_a , é possível escrever uma *equação mecânica* que traduza a condição de equilíbrio mecânico:

$$w \quad T_{em} = J \cdot (1/p) \cdot (d\omega_r/dt) + D \cdot (\omega_r/p) + T_c \quad (1.19)$$

As equações fundamentais do motor síncrono trifásico, em coordenadas de fase, (1.14) + (1.16) + (1.19), constituem um modelo matemático desta máquina eléctrica que pode ser utilizado para efectuar o estudo do seu funcionamento em regime permanente ou em regime transitório. Tal tipo de estudo, que apresenta a vantagem de determinar directamente as grandezas eléctricas nas fases, pode ser feito por simulação computacional.

Utilizando um método de integração numérica, como o método de Runge-Kutta de 4ª ordem, [MVG-2], pode-se efectuar um estudo sobre o comportamento do motor síncrono trifásico, quando se escolhem como variáveis de estado as correntes eléctricas e a velocidade angular e se conhecem as condições iniciais; $t = t_0 \Rightarrow \{i_0\}, \omega_{r0}$. Para isso as equações (1.16) e (1.19) tomam a forma de um sistema de equações diferenciais não lineares,

$$\begin{aligned} (d\{i\}/dt) &= [L]^{-1} \cdot (\{u\} - ([R] + \omega_r \cdot [dL/d\alpha_r]) \cdot \{i\}) \\ (d\omega_r/dt) &= (p/J) \cdot (T_{em} - D \cdot (\omega_r/p) - T_c) \end{aligned} \quad (1.20)$$

Um programa de computador genérico, escrito em pseudocódigo e sem preocupações de optimização da programação, permite ver o esforço computacional exigido, devido à determinação em cada intervalo de integração dos termos das matrizes das indutâncias $[L]^{-1}$, e $[dL/d\alpha_r]$, assim como as operações contidas na expressão (1.18) para o binário electromagnético. No entanto existem casos em que por não se considerar a variação do ângulo de carga se pode reduzir o esforço computacional, [MVG-3].

```

Programa SIMUL_MSF
  Ler os parâmetros e as condições iniciais
  Ler to, tf, Nint
  Construir os vectores {u}, {io}, e a matriz [R]
  C  /* Algoritmo de Runge-Kutta de 4ª ordem, [MVG-2] */
    Chamar RK4
    Escrever {t}, {i}, {or}
  Fim
    
```

A aplicação do algoritmo de Runge-Kutta, através do subprograma **RK4**, [MVG-2], implica a

chamada de um outro subprograma **DERIV**, onde são determinados os valores das derivadas $\{p_i\}$ e $\{p\omega_r\}$.

```

Sub DERIV(t,  $\omega_r$ , {i}, {p_i}, {p $\omega_r$ })
  Dar valores aos parâmetros  $\delta$ , pi, f,  $\omega_s$ 
  Construir  $[L]^{-1}$ ,  $[dL/d\alpha_r]$ 
  Determinar  $w_r = 2*pi*f$  e  $\alpha_r = \omega_r*t + \alpha_0$ 
  Determinar {v} = {u} - {[R]*{i}} -  $\omega_r*\{[dL/d\alpha_r]*{i}\}$ 
    Determinar {p_i} =  $[L]^{-1}*{v}$ 
  Determinar  $T_{em} = (p/2)*{i}_T*[dL/d\alpha_r]*{i}$ 
    Determinar {p $\omega_r$ } =  $(p/J)*(T_{em} - D*(\omega_r/p) - T_C)$ 
Fim_Sub

```

A dificuldades encontradas no estudo do motor síncrono trifásico em coordenadas de fase, agravadas pela falta de meios de cálculo automático, levou à utilização de outras formas para as equações fundamentais desta máquina eléctrica.

Tal trabalho tinha sido feito por R. H. Park (1929) que promoveu a transformação das variáveis características da máquina para outras variáveis referidas a um sistema de referência, ou referencial, com dois eixos ortogonais complanos fixos ao sistema indutor da máquina.

1.3.2 Equações no Referencial d-q

Devido às dificuldades de utilização do modelo de um motor síncrono trifásico em coordenadas de fase, há a necessidade de procurar um outro modelo referido a um referencial em que as respectivas equações tenham uma forma com mais fácil tratamento matemático.

Para que se mantenha a equivalência entre os dois modelos é necessário que os efeitos magnéticos, produzidos pelas bobinas colocadas segundo os dois referenciais sejam iguais. Para que resulte uma simplificação, o novo referencial deverá ter dois eixos ortogonais complanos, o que faz anular alguns coeficientes de indução mútua, e deve rodar à velocidade do rotor, para que seja constante o ângulo entre o referencial estatórico e o referencial rotórico, o que torna as indutâncias independentes do ângulo de posição do rotor, e, portanto, do movimento.

Considerando que as bobinas no referencial estacionário das fases, **a,b,c**, têm um número efectivo de espiras igual a $N/3$, e que no referencial **d-q**, móvel e que forma um ângulo $\alpha_r = \omega \cdot t + \alpha_0$ com o referencial trifásico, as bobinas terão $N/2$ espiras efectivas, então, a relação entre dois sistemas de correntes eléctricas que criam uma mesma distribuição de força magnetomotriz nos dois referenciais é:

$$\{i_{dq0}\} = [C_p] \cdot \{i_{abc}\} \quad (1.21)$$

em que $[C_p]$ é a matriz de transformação de Park,

$$[C_p] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\alpha_r & \cos(\alpha_r - 2\pi/3) & \cos(\alpha_r + 2\pi/3) \\ -\text{sen}\alpha_r & -\text{sen}(\alpha_r - 2\pi/3) & -\text{sen}(\alpha_r + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Com a aplicação da transformada de Park, passa a existir um sistema de componentes **d-q**, com uma componente directa ou *componente longitudinal* (d), uma componente em quadratura ou *componente transversal* (q), e uma *componente homopolar* (o), que é introduzida para manter a

reversibilidade da transformação entre os dois referenciais.

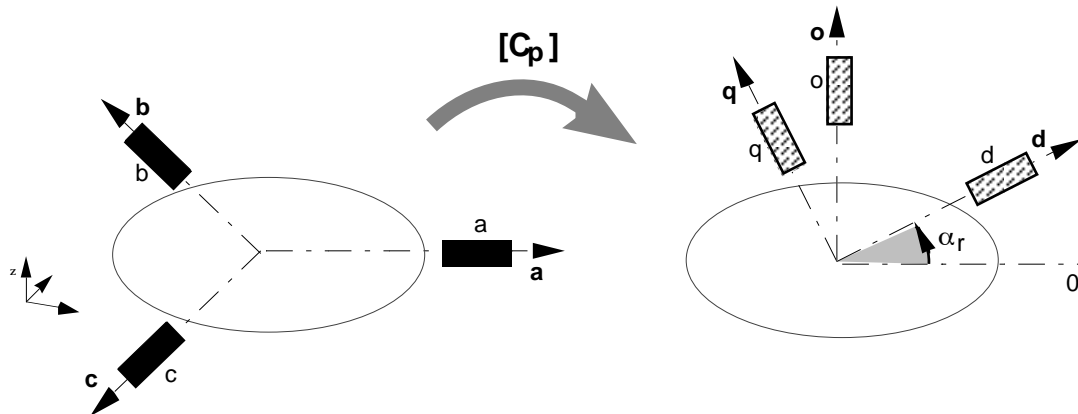


Fig. 1.4 – Referenciais de estudo para o motor síncrono trifásico

Atendendo às equações fundamentais do motor síncrono trifásico pode-se considerar que existem dois tipos de variáveis a que é necessário aplicar a transformada de Park: impedâncias puramente ôhmicas e impedâncias puramente indutivas.

Quando se pretende transformar uma matriz impedância genérica $[Z]$, verifica-se que a lei de transformação é $[Z'] = [C_p] \cdot [Z] \cdot [C_p]^{-1}$.

$$\text{Como } \{u'\} = [C_p] \cdot \{u\} \text{ e } \{u\} = [C_p]^{-1} \cdot \{u'\} \qquad \{i'\} = [C_p] \cdot \{i\} \text{ e } \{i\} = [C_p]^{-1} \cdot \{i'\}$$

e

$$\{u\} = [Z] \cdot \{i\}$$

$$\text{é } \{u'\} = [C_p] \cdot \{u\} = [C_p] \cdot ([Z] \cdot \{i\}) = [C_p] \cdot [Z] \cdot [C_p]^{-1} \cdot \{i'\} = [Z'] \cdot \{i'\}$$

Para o motor síncrono trifásico apenas é necessário aplicar a transformada de Park às variáveis estatóricas, porque os parâmetros rotóricos já estão expressos em coordenadas de um sistema de eixos ortogonais, complanos e fixos ao rotor da máquina: o referencial **d-q**.

No caso de uma impedância puramente ôhmica, como é o caso da matriz diagonal das resistências estatóricas do motor síncrono trifásico $[R_s] = \text{diag}[R_s, R_s, R_s]$, verifica-se que:

$$[R_s'] = [C_p] \cdot [R_s] \cdot [C_p]^{-1} = [R_s]$$

e

$$[R'] = \begin{bmatrix} [C_p] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [1] \end{bmatrix} \cdot [R] = [R] \tag{1.23}$$

Para a matriz das indutâncias $[L]$, que tem a expressão completa dada por (1.16), a aplicação da transformação de Park conduz a:

$$[L'] = [C_p] \cdot [L] \cdot [C_p]^{-1}$$

mas, os parâmetros da parte rotórica do motor síncrono trifásico já estão expressos num referencial **d-q**, pelo que se pode desdobrar a determinação de $[L']$, [CCC-2] [BAR-1], em,

$$[L'] = \begin{bmatrix} [C_p] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [1] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [C_p]^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L'_{ss}] & [M'_{sr}] \\ [M'_{rs}] & [L'_{rr}] \end{bmatrix}$$

ou,

$$[L'] = \begin{bmatrix} [C_p] \cdot [L_{ss}] \cdot [C_p]^{-1} & [C_p] \cdot [M_{sr}] \\ [M_{rs}] \cdot [C_p]^{-1} & [L_{rr}] \end{bmatrix}$$

Atendendo à expressão (1.2), e efectuando as operações matriciais expressas em $[C_p] \cdot [L_{ss}] \cdot [C_p]^{-1}$ obtém-se $[L'_{ss}]$

$$[L'_{ss}] = \begin{bmatrix} L_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & L_q & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & L_0 \end{bmatrix} \quad \text{com} \quad \begin{aligned} L_d &= (3/2) \cdot (L_A + L_B) + l_\sigma = L_{md} + l_\sigma \\ L_q &= (3/2) \cdot (L_A - L_B) + l_\sigma = L_{mq} + l_\sigma \\ L_0 &= l_\sigma \end{aligned} \quad (1.24)$$

onde se atende a que o fluxo próprio de uma bobina segundo um eixo de referência é composto pelo fluxo de magnetização e pelo fluxo de fugas.

Note-se que, com a aplicação da transformação de Park, a matriz das indutâncias próprias do estator se tornou uma matriz diagonal, dentro das condições de estudo estabelecidas. Desta forma e nessas condições, desfez-se a ligação magnética existente entre as bobinas estatóricas.

A expressão (1.4) para a matriz das indutâncias mútuas do estator devidas ao rotor $[M_{sr}]$, e a sua transposta para a matriz das indutâncias mútuas do rotor devidas ao estator $[M_{rs}]$, permitem determinar $[M'_{sr}] = [C_p] \cdot [M_{sr}]$ e $[M'_{rs}] = [M_{rs}] \cdot [C_p]^{-1}$,

$$[M'_{sr}] = \begin{bmatrix} M_{af} & M_{aKd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & M_{aKq} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad [M'_{rs}] = \begin{bmatrix} (3/2) \cdot M_{af} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ (3/2) \cdot M_{aKd} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (3/2) \cdot M_{aKq} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

A matriz das indutâncias reduzidas ao referencial **d-q** tem a forma global $[L']$,

$$[L'] = \begin{bmatrix} L_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} & M_{af} & M_{aKd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & L_q & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & M_{aKq} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & L_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ (3/2) \cdot M_{af} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & L_f & M_{fKd} & \mathbf{0} \\ (3/2) \cdot M_{aKd} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & M_{fKd} & L_{Kd} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (3/2) \cdot M_{aKq} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & L_{Kq} \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Esta matriz das indutâncias transformada $[L']$, por aplicação da transformada de Park (1.22), é constituída por termos independentes do ângulo de posição do referencial **d-q**, e, por isso, independentes do tempo.

A equação magnética transformada é obtida por aplicação da transformada de Park à equação magnética (1.14), resultando

$$w \quad \{\psi'\} = [L'] \cdot \{i'\} \quad (1.26)$$

em que $\{\psi\} = \{\psi_d, \psi_q, \psi_o, \psi_f, \psi_{Kd}, \psi_{Kq}\}_T$, $\{i\} = \{i_d, i_q, i_o, i_f, i_{Kd}, i_{Kq}\}_T$, e a matriz das indutâncias $[L]$ tem a forma definida em (1.25).

Esta equação magnética pode ser decomposta em três sistemas de equações independentes, segundo cada um dos eixos do referencial de transformação.

Fluxo longitudinal — relaciona o fluxo que se desenvolve segundo o eixo directo ou longitudinal com as correntes eléctricas que circulam nas bobinas colocadas segundo esse eixo;

$$\begin{Bmatrix} \psi_d \\ \psi_f \\ \psi_{Kd} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & M_{af} & M_{aKd} \\ (3/2) \cdot M_{af} & L_f & M_{fKd} \\ (3/2) \cdot M_{aKd} & M_{fKd} & L_{Kd} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} i_d \\ i_f \\ i_{Kd} \end{Bmatrix} \quad (1.27)$$

Fluxo transversal — relaciona o fluxo que se desenvolve segundo o eixo em quadratura ou transversal com as correntes eléctricas que circulam nas bobinas colocadas segundo esse eixo;

$$\begin{Bmatrix} \psi_q \\ \psi_{Kq} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} L_q & M_{aKq} \\ (3/2) \cdot M_{aKq} & L_{Kq} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} i_q \\ i_{Kq} \end{Bmatrix} \quad (1.28)$$

Fluxo homopolar — relaciona o fluxo ψ_o com a corrente eléctrica de valor instantâneo $i_o = (1/3) \cdot (i_a + i_b + i_c)$, através de uma indutância $L_o = l_\sigma$, relacionada com o fluxo de todas as fugas do induzido;

$$\psi_o = L_o \cdot i_o \quad (1.29)$$

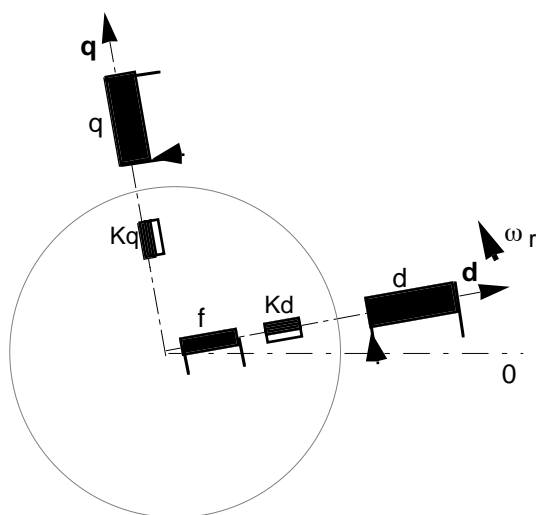


Fig. 1.5 – Esquema eléctrico de estudo no referencial d-q

Como as equações para os circuitos eléctricos rotóricos já estão expressas segundo um referencial **d-q**, para se transformar a equação eléctrica das tensões há, apenas, que transformar as equações referentes aos circuitos estatóricos, a,b,c, e contidas em $\{u_s\}$.

$$\{u_s\} = [R_s] \cdot \{i_s\} + p\{\psi_s\} \quad (1.30)$$

em que $\{u_s\} = \{u_a, u_b, u_c\}_T$, $\{i_s\} = \{i_a, i_b, i_c\}_T$, $[R]$ é a matriz diagonal das resistências $[R_s] =$

= $\text{diag}[R_s, R_s, R_s]$, e $\{\psi_s\} = \{\psi_a, \psi_b, \psi_c\}_T$.

Assim, para $\{u'_s\} = \{u_d, u_q, u_0\}_T$,

$$\{u'_s\} = [C_p] \cdot \{u_s\} = [C_p] \cdot [R_s] \cdot \{i_s\} + [C_p] \cdot p\{\psi_s\}$$

como $\{i_s\} = [C_p]^{-1} \cdot \{i'_s\}$, $[C_p] \cdot [C_p]^{-1} = 1$, $p = d/dt$

e, como $[C_p] \cdot [R_s] \cdot \{i_s\} = [R_s] \cdot [C_p] \cdot \{i_s\} = [R_s] \cdot \{i'_s\}$,

e $\{\psi_s\} = [C_p]^{-1} \cdot \{\psi'_s\}$, é

$$\begin{aligned} \{u'_s\} &= [C_p] \cdot \{u_s\} = [R_s] \cdot \{i'_s\} + [C_p] \cdot p([C_p]^{-1} \cdot \{\psi'_s\}) \\ &= [R_s] \cdot \{i'_s\} + ([C_p] \cdot p \cdot [C_p]^{-1}) \cdot \{\psi'_s\} + ([C_p] \cdot [C_p]^{-1}) \cdot p \cdot \{\psi'_s\} \end{aligned}$$

Demonstra-se, por simples execução das operações indicadas, que:

$$[C_p] \cdot p \cdot [C_p]^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot p\alpha_r = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \omega_r$$

assim,

$$([C_p] \cdot p \cdot [C_p]^{-1}) \cdot \{\psi'_s\} = \omega_r \cdot \{-\psi_q, \psi_d, 0\}_T$$

e

$$z \quad \{u'_s\} = [R_s] \cdot \{i'_s\} + \omega_r \cdot \{-\psi_q, \psi_d, 0\}_T + p \cdot \{\psi'_s\} \quad (1.31)$$

Atendendo à equação (1.31) e considerando as equações eléctricas para as bobinas rotóricas, obtêm-se as equações eléctricas no referencial **d-q**.

	<u>estator</u>	<u>rotor</u>
w	$u_d = R_s \cdot i_d + p \cdot \psi_d - \omega_r \cdot \psi_q$	$u_f = R_f \cdot i_f + p \cdot \psi_f$
w	$u_q = R_s \cdot i_q + p \cdot \psi_q + \omega_r \cdot \psi_d$	$u_{Kd} = R_{Kd} \cdot i_{Kd} + p \cdot \psi_{Kd}$
w	$u_0 = R_s \cdot i_0 + p \cdot \psi_0$	$u_{Kq} = R_{Kq} \cdot i_{Kq} + p \cdot \psi_{Kq}$

(1.32)

A transformada de Park da equação electromecânica (1.17) obtém-se atendendo a que:

$$\begin{aligned} \{i\} &= [C_p]^{-1} \cdot \{i'\} \quad \text{e} \quad \{i\}_T = \{i'\}_T \cdot [C_p]_T^{-1} \\ T_{em} &= (1/2) \cdot p \cdot \{i\}_T \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot \{i\} \end{aligned} \quad (1.17)$$

e, então

$$\begin{aligned} T_{em} &= (p/2) \cdot (\{i'\}_T \cdot [C_p]_T^{-1}) \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot ([C_p]^{-1} \cdot \{i'\}) \\ &= (p/2) \cdot \{i'\}_T \cdot ([C_p]_T^{-1} \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot [C_p]^{-1}) \cdot \{i'\} \end{aligned} \quad (1.33)$$

A determinação de $[C_p]_T^{-1} \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot [C_p]^{-1}$ é feita atendendo à constituição da matriz das indutâncias [L], definida em (1.5), e à constituição da matriz das indutâncias próprias do rotor $[L_{rr}]$, definida em (1.3), que é independente do ângulo de posição α_r .

$$[C_p]_T^{-1} \cdot [dL/d\alpha_r] \cdot [C_p]^{-1} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \begin{bmatrix} [C_p]_T^{-1} & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & [1] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [dL_{SS}/d\alpha_r] & [dM_{SR}/d\alpha_r] \\ [dM_{RS}/d\alpha_r] & [0] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [C_p]^{-1} & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & [1] \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} [C_p]_T^{-1} \cdot [dL_{SS}/d\alpha_r] \cdot [C_p]^{-1} & [C_p]_T^{-1} \cdot [dM_{SR}/d\alpha_r] \\ [dM_{RS}/d\alpha_r] \cdot [C_p]^{-1} & [0] \end{bmatrix} \quad (1.34)
 \end{aligned}$$

Efectuando as operações indicadas para os elementos da matriz (1.34), obtém-se,

$$\begin{aligned}
 [C_p]_T^{-1} \cdot [dL_{SS}/d\alpha_r] \cdot [C_p]^{-1} &= (9/2) \cdot L_B \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{o} & 1 & \mathbf{o} \\ 1 & \mathbf{o} & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & \mathbf{o} & \mathbf{o} \end{bmatrix} \\
 [C_p]_T^{-1} \cdot [dM_{SR}/d\alpha_r] &= (3/2) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{o} & \mathbf{o} & -M_{aKq} \\ M_{af} & M_{aKd} & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & \mathbf{o} & \mathbf{o} \end{bmatrix} \\
 [dM_{RS}/d\alpha_r] \cdot [C_p]^{-1} &= (3/2) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{o} & M_{af} & \mathbf{o} \\ \mathbf{o} & M_{aKd} & \mathbf{o} \\ -M_{aKq} & \mathbf{o} & \mathbf{o} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Portanto, a equação (1.33) toma a forma,

$$T_{em} = (3 \cdot p/2) \cdot (3L_B \cdot i_d \cdot i_q + M_{af} \cdot i_f \cdot i_q + (M_{aKd} \cdot i_{Kd} \cdot i_q - M_{aKq} \cdot i_{Kq} \cdot i_d))$$

atendendo à definição de indutância longitudinal, e transversal, apresentada em (1.24), resulta,

$$L_d - L_q = 3 \cdot L_B$$

e,

$$\begin{aligned}
 T_{em} &= (3 \cdot p/2) \cdot ((L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q + M_{af} \cdot i_f \cdot i_q + (M_{aKd} \cdot i_{Kd} \cdot i_q - M_{aKq} \cdot i_{Kq} \cdot i_d)) \\
 T_{em} &= k \cdot ((L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q + M_{af} \cdot i_f \cdot i_q + (M_{aKd} \cdot i_{Kd} \cdot i_q - M_{aKq} \cdot i_{Kq} \cdot i_d)) \quad (1.35)
 \end{aligned}$$

Esta equação (1.35) para o binário electromecânico do motor síncrono trifásico mostra que, desenvolvendo-se numa máquina eléctrica de pólos salientes com amortecedores, aquele binário tem três componentes:

- um *binário de relutância*, devido à anisotropia do circuito magnético, $L_d \neq L_q$, com o valor $(L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q$;
- um *binário assíncrono* devido à interacção entre o fluxo directo e em quadratura dos amortecedores com as componentes em quadratura e directa das correntes eléctricas estatóricas, $M_{aKd} \cdot i_{Kd} \cdot i_q - M_{aKq} \cdot i_{Kq} \cdot i_d$;
- um *binário de excitação* devido à interacção entre o fluxo magnético indutor e a componente em quadratura da corrente eléctrica estatórica, $M_{af} \cdot i_f \cdot i_q$.

Atendendo à equação para o fluxo magnético longitudinal, $\psi_d = L_d \cdot i_d + M_{af} \cdot i_f + M_{aKd} \cdot i_{Kd}$, e para o fluxo magnético transversal, $\psi_q = L_q \cdot i_q + M_{aKq} \cdot i_{Kq}$, é possível dar a seguinte forma à expressão do binário electromagnético (1.35),

$$T_{em} = (3 \cdot p/2) \cdot ((L_d \cdot i_d + M_{af} \cdot i_f + M_{aKd} \cdot i_{Kd}) \cdot i_q - (L_q \cdot i_q + M_{aKq} \cdot i_{Kq}) \cdot i_d)$$

$$T_{em} = (3 \cdot p/2) \cdot (\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d) = k \cdot (\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d) \quad (1.36)$$

A equação mecânica para o motor síncrono trifásico não tem a sua forma alterada com a transformação de Park, e com o valor transformado para T_{em} , mantém a forma:

$$w \quad T_{em} = (J/p) \cdot (d\omega_r/dt) + D \cdot (\omega_r/p) + T_c \quad (1.37)$$

O motor síncrono trifásico fica, assim, modelizado, pelo conjunto de equações (1.26), (1.32) e (1.37), que formam agora um conjunto de equações diferenciais lineares com coeficientes constantes. Qualquer estudo de simulação computacional feito com este modelo do motor síncrono trifásico será de mais fácil, e rápido, tratamento, porque para cada intervalo de integração não é necessário recalculer os elementos das matrizes porque eles não são função do ângulo de posição do rotor. Contudo há que utilizar as expressões das transformadas inversas das grandezas para se obter o valor destas em coordenadas de fase, e portanto em valores compatíveis com os da rede eléctrica de alimentação.

A modelização do motor síncrono trifásico num referencial **d-q** é a forma mais utilizada nos estudos que actualmente se fazem sobre este tipo de motor eléctrico.

1.3.3 Valores Reduzidos

No estudo das máquinas eléctricas síncronas os valores reduzidos das grandezas facilitam o cálculo e o controlo dos resultados. A importância desta forma de representação das grandezas do motor síncrono trifásico traduz-se pela utilização frequente deste modo de representação das grandezas nos estudos sobre este motor eléctrico e na normalização que já foi estabelecida sobre este assunto, [IEEE-86].

Considera-se que uma grandeza está representada em valores reduzidos “*por unidade*” (p.u.) quando é representada por um número resultante da divisão do seu valor actual pelo valor da grandeza de base, quando as duas quantidades estão expressas na mesma unidade.

Como uma máquina eléctrica é uma unidade que promove uma transformação de energia que envolve grandezas eléctricas e mecânicas, é necessário que os dois sistemas de unidades estejam ligados de uma forma coerente para que os valores reduzidos das grandezas sejam significativos, [BAR-1].

Para uma máquina síncrona, como o motor síncrono trifásico, definem-se, quando expressas num sistema de unidades coerente, as seguintes grandezas de referência ou de base,

- *potência aparente de base* — é a potência aparente total nominal à tensão e à corrente nominal;
- *tensão de base* — é a tensão nominal por fase (tensão simples);
- *corrente de base* — é a corrente nominal nos condutores da fase;
- *impedância base* — é o valor da divisão da tensão base pela corrente base;
- *velocidade base* — é a velocidade nominal de sincronismo;
- *a pulsação base* — é a pulsação de sincronismo $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$;

- *velocidade angular base* — é a velocidade angular de sincronismo, $\omega_b = \omega_s = \omega/p$,
- *binário base* — é dado pelo cociente da potência de base pela velocidade angular de base $T_b = (3 \cdot U_{ns} \cdot I_n) / \omega_b = (3 \cdot U_{ns} \cdot I_n) \cdot p / \omega$;
- *tempo base* — é dado por $t_b = 1$ (segundo).

Note-se que devido à forma utilizada para a matriz de transformação de Park, (1.22), normalmente, utiliza-se na definição dos valores de base das grandezas alternadas sinusoidais os valores máximos das grandezas, para uma ligação dos enrolamentos em estrela, (essas grandezas, normalmente, são expressas em valores eficazes), $U_b = \sqrt{2} \cdot U_{ns}$, $I_b = \sqrt{2} \cdot I_n$.

Com os valores das grandezas de base é possível calcular a impedância de base, “*impedância nominal*”, $Z_n = U_{ns} / I_n$.

Desta forma,

$$\text{as correntes eléctricas são: } i_d \text{ (p.u.)} = i_d / (\sqrt{2} \cdot I_n), \quad i_q \text{ (p.u.)} = i_q / (\sqrt{2} \cdot I_n)$$

$$\text{as tensões eléctricas são: } u_d \text{ (p.u.)} = u_d / (\sqrt{2} \cdot U_{ns}), \quad u_q \text{ (p.u.)} = u_q / (\sqrt{2} \cdot U_{ns})$$

$$\text{as resistências eléctricas são: } r_s \text{ (p.u.)} = R_s / Z_n = R_a \cdot I_n / U_{ns}$$

$$\text{a potência eléctrica (activa, reactiva, ou aparente): } p_e \text{ (p.u.)} = P_e / S_n = P_e / (3 \cdot U_{ns} \cdot I_n)$$

Nesta redução o tempo mantém a a sua dimensão e a sua unidade habitual — o segundo. Assim, os valores reduzidos do fluxo são referidos à tensão nominal de base $\psi_d \text{ (p.u.)} = \psi_d / (\sqrt{2} \cdot U_{ns})$.

O binário em valores reduzidos é dado por $t_e \text{ (p.u.)} = T_e / T_b$.

As reduções apresentadas referem-se aos circuitos eléctricos do estator. Para os circuitos eléctricos rotóricos atende-se a outras considerações.

Como a expressão para a matriz de transformação de Park, (1.22), tem uma forma não ortogonalizada verifica-se que a expressão da potência eléctrica vem afectada de um coeficiente; isto é, não existe invariância da potência na transformação de Park, apenas existe invariância de efeitos magnéticos.

$$P_{abc} = u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \qquad P_{dq0} = (3/2) \cdot (u_d i_d + u_q i_q + 2 \cdot u_0 i_0) \quad (1.38)$$

Por isso, ao definirem-se as grandezas de base para um enrolamento rotórico procura-se que exista uma relação com as grandezas de base dos enrolamentos estatóricos de forma a que se possam utilizar os valores referentes aos diferentes enrolamentos numa mesma escala numérica e, desta forma, se possam construir, facilmente, os esquemas equivalentes correspondentes.

Assim, a corrente eléctrica de base do enrolamento rotórico deverá provocar os mesmos efeitos magnéticos que a corrente eléctrica de base estatórica. Por isso haverá uma relação entre elas dada por um factor de escala. Para o enrolamento genérico g , será $I_{bg} = k_g \cdot (\sqrt{2} \cdot I_n)$.

Nesta situação a tensão de base para o enrolamento rotórico genérico g , para que a potência permanecesse constante, atendendo a (1.38) seria dada por $U_{bg} = (3/2) \cdot (\sqrt{2} \cdot U_n) \cdot k_g$, atendendo a que $u_d = \sqrt{2} \cdot U_n$, $i_d = \sqrt{2} \cdot I_n$, $u_g = U_{bg}$, e $i_g = I_{bg}$.

O factor k_g pode ser determinado de forma a que se torne num factor de escala, na redução dos enrolamentos do rotor ao estator. Para isso ele terá de produzir a mesma força magnetomotriz, ou devido à linearidade do circuito magnético o mesmo fluxo, quando como

enrolamento reduzido ao estator nele circula a corrente eléctrica base do estator $\sqrt{2} \cdot I_n$, e quando como enrolamento rotórico nele circula a corrente base rotórica para esse enrolamento I_{bg} .

Considerando N_g o número de espiras efectivas do enrolamento genérico rotórico, e N_s o número de espiras efectivas do enrolamento reduzido ao estator, então a igualdade de força magnetomotriz exige que:

$$N_g \cdot I_{bg} = (3/2) \cdot N_s \cdot \sqrt{2} \cdot I_n \quad \text{e} \quad k_g = 3 \cdot N_s / 2 \cdot N_g$$

Para o motor síncrono trifásico podem definir-se os factores de escala k_f , k_{Kd} , k_{Kq} , e a partir deles os valores de base para as grandezas de cada enrolamento. No caso do enrolamento indutor f, será:

$$r_f = R_f \cdot I_{fb} / U_{fb} = 2 \cdot k_f^2 \cdot R_f \cdot I_n / (3 \cdot U_{ns})$$

e para as indutâncias,

$$l_f = L_f \cdot I_{fb} / U_{fb} = 2 \cdot k_f^2 \cdot L_f \cdot I_n / (3 \cdot U_{ns}) \quad m_{af} = M_{af} \cdot I_{fb} / (\sqrt{2} \cdot U_{fb}) = k_f \cdot M_{af} \cdot I_n / U_{ns}$$

De uma forma análoga determinavam-se os valores reduzidos das grandezas para os outros enrolamentos rotóricos.

Estabelecida a forma de proceder à redução das grandezas eléctricas e magnéticas, é necessário analisar o modo como se procede para efectuar a redução das grandezas mecânicas. Desprezando o binário de atrito a equação mecânica para o motor síncrono trifásico é: $T_{em} = (J/p) \cdot d\omega_r/dt + T_c$; dividindo os dois membros da equação por $T_b = (3 \cdot U_{ns} \cdot I_n) \cdot p/\omega = S_n \cdot p/\omega$, resulta: $t_{em} = t_c + (J \cdot \omega/p^2 \cdot S_n) \cdot d\omega_r/dt$ (1.40)

Introduzindo a *constante de energia cinética* H, tal que $H = ((1/2) \cdot J \cdot (\omega/p^2)) / S_n$, é

$$t_{em} = t_c + (2 \cdot H/\omega) \cdot d\omega_r/dt \quad (1.41)$$

A utilização dos valores relativos definidos permite escrever as equações do motor síncrono trifásico em valores relativos:

equações magnéticas

$$\begin{aligned} \psi_d &= l_d \cdot i_d + m_{af} \cdot i_f + m_{aKd} \cdot i_{Kd} \\ \psi_f &= m_{af} \cdot i_d + l_f \cdot i_f + m_{fKd} \cdot i_{Kd} \\ \psi_{Kd} &= m_{fKd} \cdot i_d + m_{fKd} \cdot i_f + l_{Kd} \cdot i_{Kd} \\ \psi_q &= l_q \cdot i_q + m_{aKq} \cdot i_{Kq} \\ \psi_{Kq} &= m_{aKq} \cdot i_q + l_{Kq} \cdot i_{Kq} \\ \psi_o &= l_o \cdot i_o \end{aligned} \quad (1.42)$$

equações eléctricas

$$\begin{aligned} u_d &= r_s \cdot i_d + p\psi_d - \omega_r \cdot \psi_q \\ u_q &= r_s \cdot i_q + p\psi_q + \omega_r \cdot \psi_d \\ u_o &= r_s \cdot i_o + p\psi_o \\ u_f &= r_f \cdot i_f + p\psi_f \\ u_{Kd} &= r_{Kd} \cdot i_{Kd} + p\psi_{Kd} \\ u_{Kq} &= r_{Kq} \cdot i_{Kq} + p\psi_{Kq} \end{aligned} \quad u_{Kd} = u_{Kq} = 0 \quad (1.43)$$

equação electromecânica

$$t_{em} = \omega(\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d) \quad (1.44)$$

O sistema de valores reduzidos adoptados para as grandezas do motor síncrono trifásico, [BAR-1], é o que melhor se presta ao estabelecimento dos circuitos eléctricos equivalentes ao circuito magnético da máquina segundo os dois eixos magnéticos. Outros sistemas de valores, mais simples ou mais complicados, mas que servirão melhor outra situação pontual, poderão ser adoptados.

1.3.4 Representação Esquemática do Circuito Magnético

Um outro tipo de modelo utilizado no estudo do motor síncrono trifásico, essencialmente no estudo do seu funcionamento em regime transitório, consiste num esquema eléctrico equivalente ao circuito magnético, que devido às características construtivas das máquinas eléctricas de pólos salientes se distribui por dois eixos magnéticos complanos e ortogonais.

Utilizando o princípio da dualidade é possível construir para uma determinada estrutura electromagnética, como o motor síncrono trifásico, um esquema eléctrico equivalente ao circuito magnético. Para qualquer circuito magnético, *com propriedades magnéticas lineares*, é possível escrever uma equação matricial do tipo:

$$\{\phi\} = [R]^{-1} \cdot \{F\} \quad (1.45)$$

em que $\{F\}$ é o vector das forças magnetomotrizes, $[R]$ é a matriz das relutâncias dos circuitos magnéticos, e $\{\phi\}$ é o vector dos fluxos médios por espira de cada uma das bobinas indutoras.

Como, por definição, a força magnetomotriz é o produto do número efectivo de espiras de uma bobina pela corrente eléctrica que nela circula, ($F = N_i \cdot i$), e a força electromotriz é a variação no tempo do fluxo totalizado, ($E = -p\psi = -pN_j \cdot \phi$), com $p = d/dt$, é possível escrever a equação matricial,

$$\begin{aligned} \{\phi\} &= [R]^{-1} \cdot \{F\} = [R]^{-1} \cdot \{N_i \cdot i\} \quad \text{ou} \quad -\{E/pN_j\} = [R]^{-1} \cdot \{N_i \cdot i\} \\ \{E\} &= (-pN_j \cdot N_j) \cdot [R]^{-1} \{i\} = -[pL] \cdot \{i\} \end{aligned} \quad (1.46)$$

atendendo à linearidade das propriedades do circuito magnético, os elementos da matriz $[N_i \cdot N_j / R]$ são as indutâncias, próprias e mútuas, das bobinas presentes no circuito magnético, e assim a equação (1.45) reduz-se a

$$\{E\} = [pL] \cdot \{i\} \quad (1.46)$$

Da comparação das equações (1.45) e (1.46) é possível estabelecer a correspondência dual entre as grandezas do circuito magnético e do circuito eléctrico equivalente:

força magnetomotriz — corrente eléctrica
fluxo médio por espira — força electromotriz
relutância — susceptância operacional ($1/pL$)

que permite construir o circuito equivalente correspondente. Em regime transitório as forças electromotrizes podem ser substituídas pela variação do fluxo totalizado $E_i = -p\psi_i$.

Aplicando estes princípios ao estudo do circuito magnético segundo o eixo transversal, conforme a figura 1.6, pode-se escrever o conjunto (1.48) de equações em valores reduzidos e transformados para o estator, obtido dos sistemas de equações (1.42) e (1.43).

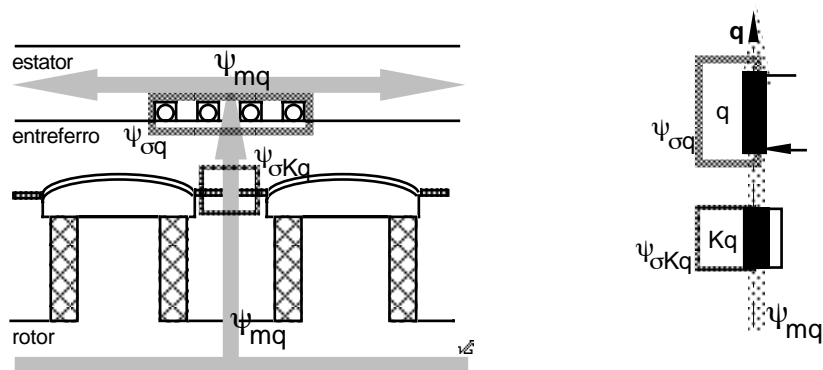


Fig. 1.6 – Circuito magnético segundo o eixo transversal q

$$\begin{aligned} \psi_q &= l_q \cdot i_q + m_a K_q \cdot i_{Kq} & u_q &= r_s \cdot i_q + p\psi_q + \omega_r \cdot \psi_d \\ \psi_{Kq} &= m_a K_q \cdot i_q + l_{Kq} \cdot i_{Kq} & u_{Kq} &= r_{Kq} \cdot i_{Kq} + p\psi_{Kq} \end{aligned}$$

Analisando a composição dos fluxos criados por cada uma das bobinas verifica-se que eles são compostos por um fluxo próprio do enrolamento e por um fluxo de fugas. Assim cada uma das indutâncias das bobinas terá uma indutância própria de magnetização e uma, ou várias, indutâncias de fugas. Neste caso,

$$l_q = l_{mq} + l_{\sigma q} \quad \text{e} \quad l_{Kq} = l_{mq} + l_{\sigma Kq}$$

e considerando a indutância mútua igual a $m_a K_q = l_{mq}$.

$$\begin{aligned} \ddagger \quad p\psi_q &= p(l_{mq} + l_{\sigma q}) \cdot i_q + pl_{mq} \cdot i_{Kq} & \text{ou} & \quad p\psi_q = pl_{\sigma q} \cdot i_q + pl_{mq}(i_q + i_{Kq}) \quad (1.47) \\ u_{Kq} &= r_{Kq} \cdot i_{Kq} + p\psi_{Kq} & \text{ou} & \quad p\psi_{Kq} = 0 - r_{Kq} \cdot i_{Kq} \\ \psi_{Kq} &= m_a K_q \cdot i_q + l_{Kq} \cdot i_{Kq} & \text{ou} & \quad 0 = pl_{mq} \cdot i_q + (r_{Kq} + p(l_{mq} + l_{\sigma Kq})) \cdot i_{Kq} \\ \ddagger \quad pl_{mq} \cdot (i_q + i_{Kq}) &= - (r_{Kq} + pl_{\sigma Kq}) \cdot i_{Kq} & & \quad (1.48) \end{aligned}$$

As equações (1.47) e (1.48) correspondem ao circuito eléctrico equivalente para o eixo transversal q.

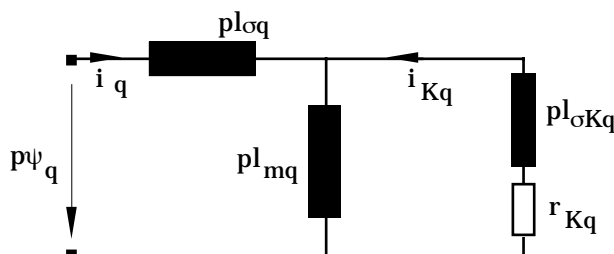


Fig. 1.7 – Circuito eléctrico equivalente para o eixo transversal q

De um modo análogo pode-se obter o circuito equivalente para o eixo longitudinal d.

As equações para os três elementos do circuito são:

$$\begin{aligned} \psi_d &= l_d \cdot i_d + m_{af} \cdot i_f + m_{aKd} \cdot i_{Kd} & u_d &= r_s \cdot i_d + p\psi_d - \omega_r \cdot \psi_q \\ \psi_f &= m_{af} \cdot i_d + l_f \cdot i_f + m_{fKd} \cdot i_{Kd} & u_f &= r_f \cdot i_f + p\psi_f \\ \psi_{Kd} &= m_{fKd} \cdot i_d + m_{fKd} \cdot i_f + l_{Kd} \cdot i_{Kd} & u_{Kd} &= r_{Kd} \cdot i_{Kd} + p\psi_{Kd} \end{aligned}$$

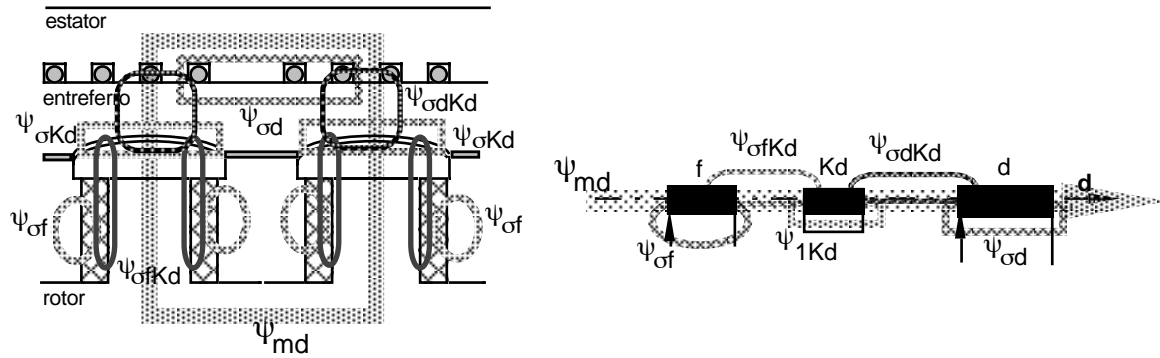


Fig. 1.8 – Circuito magnético segundo o eixo longitudinal d

Considerando que as indutâncias mútuas nos três circuitos são iguais entre si e iguais a l_{md} , e que as indutâncias próprias têm componentes de fugas, será:

$$m_{af} = m_{aKd} = m_{fKd} = l_{md}$$

$$e \quad l_d = l_{md} + l_{\sigma d} + l_{\sigma dKd} \quad ; \quad l_f = l_{md} + l_{\sigma f} + l_{\sigma fKd} \quad ; \quad l_{Kd} = l_{md} + l_{\sigma Kd} + l_{\sigma dKd}$$

Assim,

$$p\psi_d = p(l_{md} + l_{\sigma d} + l_{\sigma dKd}) \cdot i_d + pl_{md} \cdot i_f + pl_{md} \cdot i_{Kd}$$

$$\ddagger \quad p\psi_d = p(l_{\sigma d} + l_{\sigma dKd}) \cdot i_d + pl_{md} \cdot (i_d + i_f + i_{Kd}) \quad (1.49)$$

$$p\psi_{Kd} = u_{Kd} - r_{Kd} \cdot i_{Kd}$$

$$p\psi_{Kd} = pl_{md} \cdot i_d + pl_{md} \cdot i_f + p(l_{md} + l_{\sigma Kd} + l_{\sigma dKd}) \cdot i_{Kd}$$

$$0 = pl_{md} \cdot (i_d + i_f + i_{Kd}) + (r_{Kd} + p(l_{\sigma Kd} + l_{\sigma dKd})) \cdot i_{Kd}$$

$$\ddagger \quad pl_{md} \cdot (i_d + i_f + i_{Kd}) = -(r_{Kd} + p(l_{\sigma Kd} + l_{\sigma dKd})) \cdot i_{Kd} \quad (1.50)$$

$$p\psi_f = u_f - r_f \cdot i_f$$

$$p\psi_f = pl_{md} \cdot i_d + p(l_{md} + l_{\sigma f} + l_{\sigma fKd}) \cdot i_f + pl_{md} \cdot i_{Kd}$$

$$u_f = pl_{md} \cdot (i_d + i_f + i_{Kd}) + (r_f + pl_{\sigma f}) \cdot i_f$$

$$\ddagger \quad u_f - (r_f + pl_{\sigma f}) \cdot i_f = pl_{md} \cdot (i_d + i_f + i_{Kd}) \quad (1.51)$$

As equações (1.49), (1.50) e (1.51) correspondem ao circuito eléctrico equivalente para o eixo longitudinal que se encontra representado na figura 1.9.

A sua forma “tridimensional” é condicionada pela indutância de fugas operacional $pl_{\sigma dKd}$.

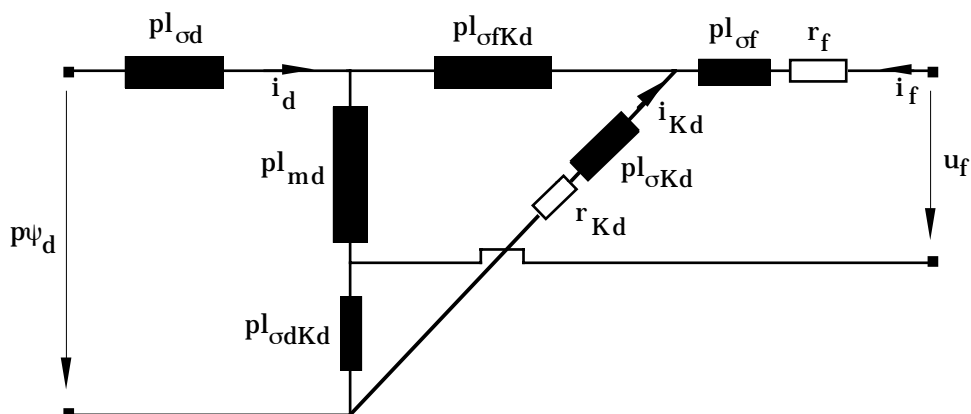


Fig. 1.9 – Circuito eléctrico equivalente para o eixo longitudinal d

A indutância operacional $pl_{\sigma dKd}$ corresponde a uma ligação magnética do fluxo de fugas da bobina longitudinal d com o circuito da bobina representativa do amortecedor Kd. Tal situação, rara, apenas ocorre nos motores síncronos trifásicos com comutação do número de pólos:: *motor síncrono de pólos comutáveis*. Nos outros motores síncronos aquele fluxo de fugas é desprezável, e por isso, é nulo o valor da indutância operacional, $pl_{\sigma dKd} = 0$, o que simplifica o esquema eléctrico equivalente ao circuito magnético segundo o eixo longitudinal.

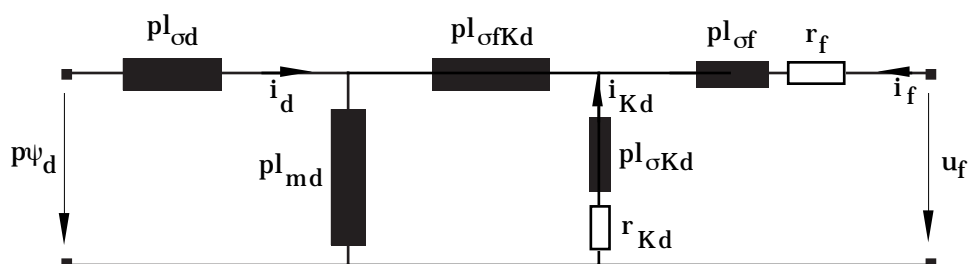


Fig. 1.10 – Circuito eléctrico equivalente para o eixo longitudinal d ($pl_{\sigma dKd} = 0$)

1.3.5 Modelos para o Motor Síncrono Trifásico

A actual utilização dos computadores digitais na análise do funcionamento das máquinas eléctricas, em particular do motor síncrono trifásico, assim como o tipo de problemas que se pretendem estudar obrigaram ao desenvolvimento de modelos matemáticos, precisos e eficientes, mas, que se tornaram bastante complexos.

Existem, hoje, bons modelos para estudo do motor síncrono trifásico, já bastante mais complexos que o modelo segundo o referencial d - q apresentado em 1.3.2, e baseado nos estudos de R. H. Park. Para além dos modelos resultantes da aplicação da Teoria Generalizada das Máquinas Eléctricas, as novas formas de controlo do motor síncrono trifásico, impuseram os modelos baseados no Método Simbólico de Análise das Máquinas Eléctricas, [MCB-1], [YAM-1], apesar de ser possível estabelecer a relação entre os dois métodos de análise, [MVG-1].

Mas, para além da simples representação matemática do motor síncrono trifásico, em certo tipo de estudos é necessário um conhecimento profundo de todos os fenómenos electromagnéticos

envolvidos no funcionamento do motor. Assim os estudos de rendimento, que hoje são de procura de uma alto rendimento, ou os estudos de controlo do binário motor, exigem o conhecimento dos fenómenos electromecânicos susceptíveis de afectarem as perdas de energia adicionais, ou de contribuírem para o desenvolvimento de binários parasitas.

Muitos dos modelos necessários ao estudo do motor síncrono trifásico são extensões do modelo de Park, no referencial **d-q**. No entanto, a consideração das não linearidades das propriedades do material ferromagnético, ou a necessidade de considerar todas as diversas ligações magnéticas que, realmente, se estabelecem entre os diferentes circuitos onde estão presentes correntes eléctricas obrigam a que seja necessário desenvolver modelos próprios com um maior número de parâmetros, ou a desenvolver modelos em que os parâmetros estão indirectamente relacionados com as realidades físicas que pretendem representar.

w		$\{\psi\} = [L] \cdot \{i\}$	(1.14)
w		$u_a = R_a \cdot i_a - e_a = R_a \cdot i_a + p\psi_a$	$u_f = R_f \cdot i_f + p \cdot \psi_f$
w		$u_b = R_b \cdot i_b - e_b = R_b \cdot i_b + p\psi_b$	$u_{Kd} = R_{Kd} \cdot i_{Kd} + p \cdot \psi_{Kd}$
w		$u_c = R_c \cdot i_c - e_c = R_c \cdot i_c + p\psi_c$	$u_{Kq} = R_{Kq} \cdot i_{Kq} + p \cdot \psi_{Kq}$
		$T_{em} = (1/2) \cdot p \cdot \{i\}_T \cdot [dL/d\alpha_T] \cdot \{i\}$	(1.15)
		$T_{em} = (J/p) \cdot (d\omega_r/dt) + D \cdot (\omega_r/p) + T_c$	(1.17)
w			(1.19)

Modelo em Coordenadas de Fase

Em todos esses diferentes tipos de modelos existe a necessidade de definir os parâmetros, de os determinar, ou de desenvolver novos parâmetros relacionados com as grandezas físicas actuais. Na determinação dos parâmetros do motor síncrono trifásico, e como consequência do estudo da determinação dos parâmetros das máquinas síncronas, tem sido grande a investigação e, conseqüente desenvolvimento de métodos de determinação de parâmetros, mesmo para além do que já se encontra normalizado, [CEI- 34.4], [IEEE-115], [IEEE-115.A].

Essencialmente existem dois métodos de obtenção dos parâmetros dos motores síncronos trifásicos. Métodos baseados na experimentação laboratorial, [CAS-2], e métodos baseados numa análise da distribuição do campo magnético por métodos numéricos, [DOU-1] Qualquer destes métodos é de execução delicada, e da sua correcta implementação depende sempre a validade do modelo de máquina eléctrica adoptado.

Os modelos anteriormente apresentados, sendo de constituição simples, permitem efectuar estudos sobre o funcionamento do motor síncrono trifásico, e fundamentar a análise do funcionamento do motor em regime permanente sinusoidal.

Devido às condições de estudo estabelecidas em 1.1, principalmente à exclusão das não linearidades, das propriedades do material ferromagnético e da não consideração do desenvolvimento de correntes de Foucault, os modelos desenvolvidos são de validade limitada, e por isso deve a sua aplicação ser sempre acompanhada de uma *validação*, baseada no confronto directo entre os valores obtidos através do modelo e os valores obtidos por experimentação laboratorial do sistema electromecânico em estudo.

Esta atitude necessária, justifica-se, plenamente, num momento em que existem teorias e modelos para a análise do funcionamento das máquinas eléctricas que entram em consideração com os diversos aspectos característicos dessas máquinas, como as não linearidades, [GAR-1], ou a presença e a geração de grandezas com formas de onda ricas em termos harmónicos, [KAN-1]. A necessidade de meios computacionais capazes de realizarem o tratamento da informação contida nos modelos avançados, não pode ser alibi para a realização de estudos inúteis, porque, logo no início, ficam desprovidos de ligação à realidade da máquina eléctrica.

w		{ψ} = [L]·{i}	(1.26)
w		u _d = R _S ·i _d + p·ψ _d - ω _r ·ψ _q	u _f = R _f ·i _f + p·ψ _f
w		u _q = R _S ·i _q + p·ψ _q + ω _r ·ψ _d	u _{Kd} = R _{Kd} ·i _{Kd} + p·ψ _{Kd}
w		u ₀ = R _S ·i ₀ + p·ψ ₀	u _{Kq} = R _{Kq} ·i _{Kq} + p·ψ _{Kq} (1.32)
		T _{em} = (3·p/2)·((L _d - L _q)·i _d ·i _q + M _{af} ·i _f ·i _q + (M _{aKd} ·i _{Kd} ·i _q - M _{aKq} ·i _{Kq} ·i _d))	
		T _{em} = (3·p/2)·(ψ _d ·i _q - ψ _q ·i _d) = k·(ψ _d ·i _q - ψ _q ·i _d)	(1.36)
w		T _{em} = (J/p)·(dω _r /dt) + D·(ω _r /p) + T _c	(1.37)

Modelo de Park, referencial **d-q**

A complexidade real do motor síncrono trifásico obriga ao desenvolvimento de modelos matemáticos que permitem simular o seu funcionamento nos diversos regimes. No entanto, as exigências criadas na exploração destas máquinas eléctricas obrigam ao desenvolvimento, e à aplicação, de outros modelos, mais complexos mas mais poderosos do que os simples modelos apresentados neste ponto: modelo em coordenadas de fase, modelo de Park no referencial **d-q**, modelo em valores reduzidos e esquema eléctrico equivalente ao circuito magnético. O conhecimento das teorias e dos métodos relacionados com aqueles modelos, de grande interesse pedagógico, constituem uma boa base para o desenvolvimento dos modelos avançados para o motor síncrono trifásico.

1.4 Potência e Binário do Motor Síncrono Trifásico

Como uma unidade conversora de energia eléctrica em energia mecânica o motor síncrono trifásico pode ser submetido a uma análise energética, que permite verificar a distribuição da energia absorvida pelas perdas de energia, pela energia que é realmente transformada e pela energia mecânica disponível para accionamento da carga.

Este balanço energético encontra-se representado no esquema tradicional da figura 1.11. Nele se pode verificar a importância das perdas de energia.

De todas as perdas de energia — perdas eléctricas, perdas magnéticas e perdas mecânicas — são as perdas adicionais que hoje constituem motivo de preocupação e de estudo, assim como a influência nas restantes perdas dos métodos de alimentação do motor por grandezas eléctricas periódicas mas não sinusoidais.

As perdas adicionais, que levam à consideração dos aspectos construtivos reais do motor síncrono

trifásico, abrangem as perdas magnéticas nos circuitos magnéticos principais devidas aos fluxos magnéticos de fugas, as perdas magnéticas nas estruturas de sustentação dos elementos da máquina, as perdas magnéticas no empacotamento das chapas do circuito magnético devidas à forma como esse empacotamento é feito, e, ainda, as perdas na superfície das expansões polares do lado do entreferro ou na superfície dos amortecedores. Existem, também, perdas adicionais eléctricas devidas a correntes eléctricas parasitas, de circulação ou de Foucault, nos condutores dos enrolamentos.

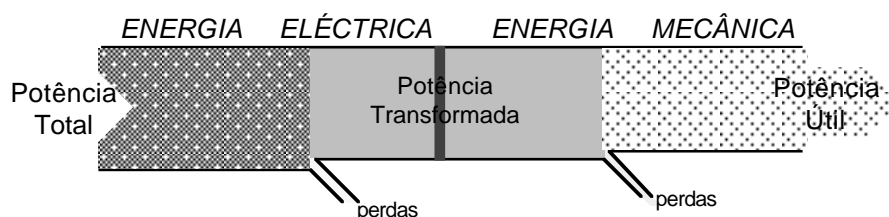


Fig. 1.11 – Diagrama energético para o motor síncrono trifásico

A alimentação dos motores síncronos trifásicos por conversores electrónicos de potência dá origem a uma alimentação do motor com grandezas eléctricas com uma forma de onda rica em termos harmónicos. Apesar de tal forma de onda poder ser filtrada o funcionamento do motor com variação da frequência das grandezas de alimentação leva à incapacidade de construção de sistemas de filtragem úteis para todas as situações de funcionamento possíveis. Assim a forma de onda da grandeza de alimentação é rica em termos harmónicos, registando-se a presença de harmónicos com uma frequência que obriga à consideração do efeito pelicular, que até agora foi desprezado na modelização do motor síncrono trifásico.

As consequências da existência de termos harmónicos, na forma de onda da corrente eléctrica de alimentação do motor síncrono trifásico, são: o aumento das perdas eléctricas, e o consequente aumento dos efeitos térmicos sobre a diminuição da esperança de vida dos isolantes; são o aparecimento de binários electromagnéticos parasitas (pulsatórios) de baixa frequência, e o consequente aparecimento de efeitos vibratórios, ou, mesmo, de ressonância mecânica.

Repetindo a análise energética realizada em 1.3.2, e que permitiu determinar a expressão para o binário electromagnético, verifica-se que a energia de alimentação é utilizada na conversão electromecânica de energia e na alimentação dum conjunto de perdas eléctricas e magnéticas; porque na máquina real os materiais ferromagnéticos têm uma característica de magnetização dada por um ciclo histerético, e consequentemente existem perdas magnéticas. A energia que realmente é transformada em energia mecânica, destina-se a alimentar um conjunto de perdas mecânicas sendo a energia mecânica restante transmitida à carga.

Assim, para que seja válida a dedução da expressão do binário há que considerar que as perdas magnéticas são reduzidas directamente da energia eléctrica absorvida pelo motor, e que as perdas mecânicas são parte da energia requerida pela carga. Tal consideração permitirá deduzir a expressão do binário electromagnético no regime de funcionamento permanente sinusoidal.

Os elementos da análise energética do motor síncrono trifásico aqui apresentados, embora de uma forma sumária, são importantes para a validação de qualquer modelo matemático do motor

e a sua consideração é indispensável para a análise do funcionamento deste motor eléctrico.

2 Análise do Funcionamento

O funcionamento de um motor síncrono trifásico pode ter várias formas, mas aqui só será apresentado o funcionamento em regime permanente quando o motor é alimentado por um sistema sinusoidal trifásico e simétrico de tensões.

Para que o motor atinja aquela situação de funcionamento é necessário que o motor *arranque*, o que se traduz por um regime transitório de funcionamento dependente do tipo de arranque a que o motor síncrono é submetido. Este tipo de funcionamento do motor síncrono trifásico requer métodos de estudo próprios.

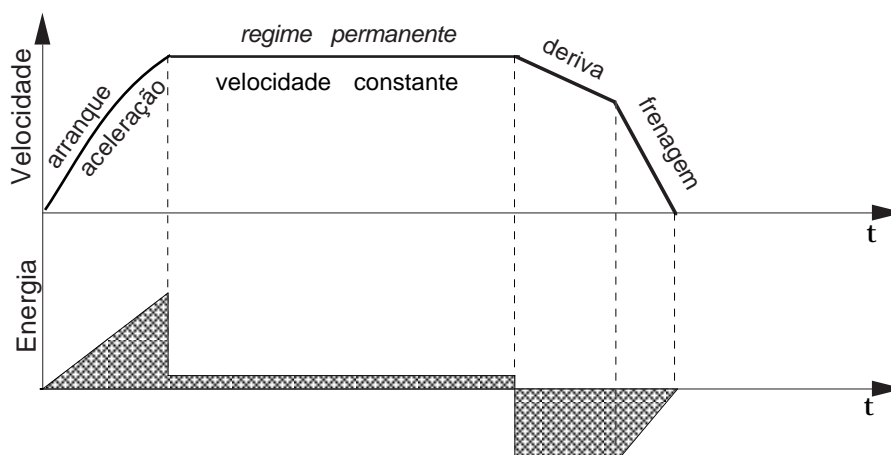


Fig. 1.12 – Ciclo de funcionamento de um motor eléctrico

Para que o motor passe do regime de funcionamento permanente a estado de parado, é necessário que exista uma *frenagem*, podendo passar por um regime de funcionamento *em deriva*. Também estes tipos de funcionamento requerem métodos de estudo próprios, devido ao conjunto de fenómenos transitórios que podem ocorrer no sistema de accionamento.

Durante o seu funcionamento em regime permanente o motor pode ser submetido a um conjunto de perturbações, a que terá de responder cabalmente, para poder manter a *estabilidade* do seu funcionamento. O estudo dos problemas de estabilidade do funcionamento dos motores síncronos têm, actualmente, grande importância quer o motor seja alimentado directamente por uma rede eléctrica, quer esteja alimentado por um conversor electrónico de potência. Nesta última hipótese os problemas de estabilidade estendem-se ao conjunto máquina-conversor, e revestem-se de particular importância.

Apesar da importância de todos os problemas inerentes ao funcionamento do motor síncrono trifásico em regime transitório, motivado por qualquer situação característica, ou atípica, do seu ciclo de funcionamento, a compreensão daqueles problemas passa pelo estudo, e pela necessária compreensão, dos problemas de funcionamento do motor síncrono trifásico em regime permanente sinusoidal.

2.1 Regime Permanente Sinusoidal Síncrono

O regime permanente sinusoidal é caracterizado pelas tensões de alimentação do motor

constituírem um sistema trifásico simétrico de tensões sinusoidais. Nessa situação, devido às suas características construtivas o rotor do motor rodará à velocidade de sincronismo $\omega_r = p \cdot \omega_s$, que é numericamente igual à pulsação do sistema de tensões de alimentação,

$$f = p \cdot n \quad \Leftrightarrow \quad 2\pi f = p \cdot 2\pi \cdot n \quad \Leftrightarrow \quad \omega = p \omega_s$$

$$\omega_r = d\alpha_r/dt = p \cdot d\theta/dt = p \cdot \omega_s \quad \therefore \quad \omega_r = \omega$$

o ângulo eléctrico de posição do rotor é dado por $\alpha_r = \omega t + \alpha_0$. Trata-se de um regime *síncrono*.

O sistema de tensões e o sistema de correntes eléctricas de alimentação, são:

$$\begin{aligned} u_a &= \sqrt{2} \cdot U \cos(\omega t) & i_a &= \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega t - \varphi) \\ u_b &= \sqrt{2} \cdot U \cos(\omega t - (2\pi/3)) & i_b &= \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega t - \varphi - (2\pi/3)) \\ u_c &= \sqrt{2} \cdot U \cos(\omega t + (2\pi/3)) & i_c &= \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega t - \varphi + (2\pi/3)) \end{aligned} \quad (1.52)$$

A aplicação da transformada de Park, (1.22), ao sistema de grandezas eléctricas de alimentação permite obter o sistema de grandezas constantes:

$$\begin{aligned} u_d &= U_d = \sqrt{2} \cdot U \cos(\alpha_0) & i_d &= I_d = \sqrt{2} \cdot I \cos(\alpha_0 + \varphi) \\ u_q &= U_q = \sqrt{2} \cdot U \sin(\alpha_0) & i_q &= I_q = \sqrt{2} \cdot I \sin(\alpha_0 + \varphi) \\ u_o &= U_o = 0 & i_o &= I_o = 0 \end{aligned} \quad (1.53)$$

Um resultado importante desta transformação é que o valor da amplitude das tensões e das correntes eléctricas transformadas (U_d e U_q) e (I_d e I_q) corresponde ao valor máximo das tensões de fase e ao valor máximo das correntes de fase, porque de (1.53) resulta: $(\sqrt{2} \cdot U)^2 = (U_d^2 + U_q^2)$ e $(\sqrt{2} \cdot I)^2 = (I_d^2 + I_q^2)$. Não existe a componente homopolar das grandezas eléctricas.

A aplicação da transformada de Park ao fluxo magnético totalizado, conduz ao mesmo resultado: as grandezas segundo o eixo longitudinal e segundo o eixo transversal são constantes.

Como o regime de funcionamento do motor síncrono trifásico é caracterizado por uma velocidade constante, a velocidade de sincronismo, não há variação do fluxo magnético nos amortecedores, que têm a mesma velocidade que o campo magnético de reacção do induzido, e, desta forma, não existem correntes eléctricas nos amortecedores $i_{Kd} = i_{Kq} = 0$.

No referencial **d-q**, atendendo a que o regime é permanente, sinusoidal, e síncrono, os fluxos magnéticos têm um valor constante e a equação magnética (1.26), para o motor síncrono trifásico em regime permanente é:

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_d \cdot i_d + M_{af} \cdot i_f \\ \psi_q &= L_q \cdot i_q \\ \psi_f &= (3/2) \cdot M_{af} \cdot i_d + L_f \cdot i_f \end{aligned} \quad (1.54)$$

Como as derivadas, em ordem ao tempo, do fluxo totalizado segundo o eixo longitudinal e segundo o eixo transversal são nulas, as equações eléctricas para o motor síncrono trifásico são:

$$\begin{aligned} u_d &= U_d = R_s \cdot i_d - \omega \cdot \psi_q \\ u_q &= U_q = R_s \cdot i_q + \omega \cdot \psi_d \end{aligned}$$

$$u_f = U_f = R_f \cdot i_f \quad (1.55)$$

A tensão de alimentação do circuito eléctrico indutor f é contínua e constante, U_f , assim como o é a corrente eléctrica que nele circula, $i_f = I_f$.

Com este conjunto de equações, (1.54) e (1.55), é possível estudar o regime de funcionamento permanente sinusoidal do motor síncrono.

Como o regime de funcionamento é sinusoidal, e o sistema estava relaxado, resulta que $p = d/dt = j\omega$. Neste regime também se definem a *reactância síncrona longitudinal* $X_d = \omega \cdot L_d$, e a *reactância síncrona transversal* $X_q = \omega \cdot L_q$,

As equações das tensões tomam a forma:

$$\begin{aligned} u_d &= U_d = R_s \cdot i_d - \omega \cdot (L_q \cdot i_q) = R_s \cdot i_d - X_q \cdot i_q \\ u_q &= U_q = R_s \cdot i_q + \omega \cdot (L_d \cdot i_d + M_{af} \cdot i_f) = R_s \cdot i_q + X_d \cdot i_d + \omega \cdot M_{af} \cdot i_f = R_s \cdot i_q + X_d \cdot i_d + \sqrt{2} \cdot E_o \\ u_f &= U_f = R_f \cdot i_f = R_f \cdot I_f \end{aligned} \quad (1.56)$$

Note-se que quando a máquina funciona *em vazio*, dentro das condições de estudo estabelecidas para dedução do modelo de Park no referencial $\mathbf{d-q}$, as correntes eléctricas estatóricas são nulas ($i_d = i_q = 0$) e $u_q = U_q = \omega \cdot M_{af} \cdot i_f = \sqrt{2} \cdot E_o(i_f)$, em que $\sqrt{2} \cdot E_o(i_f)$ é o valor máximo da força electromotriz em vazio, (considerando que não existe saturação).

O estudo do motor síncrono trifásico em regime permanente é feito em coordenadas de fase ou nas grandezas directas da rede eléctrica de alimentação, e com as grandezas expressas em valores eficazes. As respectivas equações podem ser obtidas da definição das grandezas eléctricas, tensão e corrente eléctrica, e magnéticas, fluxos totalizados, através da transformada inversa de Park, quando se considera que a posição do eixo \mathbf{a} do referencial de fases coincide com o eixo rotórico \mathbf{d} , no instante inicial, $t = 0$:

$$\{i_{abc}\} = [C_p]^{-1} \cdot \{i_{dqo}\}$$

em que $[C_p]^{-1}$ é a matriz de transformação inversa de Park:

$$[C_p]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_r & -\text{sen } \alpha_r & 1 \\ \cos(\alpha_r - 2\pi/3) & -\text{sen}(\alpha_r - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\alpha_r + 2\pi/3) & -\text{sen}(\alpha_r + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix}$$

Para uma das fases, por exemplo a , dado que a máquina é simétrica, resulta:

$$\begin{aligned} i_a &= i_d \cdot \cos \alpha_r - i_q \cdot \text{sen } \alpha_r = i_d \cdot \cos(\omega t + \alpha_o) - i_q \cdot \text{sen}(\omega t + \alpha_o) \\ i_a &= \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega t - \psi) = i_d \cdot \cos(\omega t + \alpha_o) + i_q \cdot \cos(\omega t + \alpha_o + \pi/2) \end{aligned} \quad (1.57)$$

Como i_d e i_q são valores máximos, os respectivos valores eficazes são: $I_{def} = i_d/\sqrt{2}$, e $I_{qef} = i_q/\sqrt{2}$. Atendendo à representação de uma grandeza com variação sinusoidal por uma grandeza complexa, ou, por um fasor temporal, [MVG-4], e considerando que no espaço $\mathbf{Re-Im}$ o eixo \mathbf{d} coincide com o eixo Real, ($\mathbf{d} \equiv \text{Re}$), e o eixo \mathbf{q} coincide com o eixo Imaginário, ($\mathbf{q} \equiv \text{Im}$), resulta que:

$$\underline{I} = I_{def} + j I_{qef} = \underline{I}_d + \underline{I}_q \quad (1.58)$$

em que \underline{I} é um fasor genérico das correntes eléctricas na fase do estator, que serve de referência,

com um valor eficaz igual ao seu módulo $I = |\underline{I}|$, e $\underline{U} = U_{\text{def}} + j U_{\text{qef}} = \underline{U}_d + \underline{U}_q$.

A força electromotriz em vazio, será dada por $\omega \cdot M_{af} \cdot i_f = \sqrt{2} \cdot E_{oef}(I_f)$. Atendendo a que a força electromotriz é uma grandeza que se desenvolve segundo o eixo em quadratura q , $\underline{E}_o = j E_{oef}$.

Da equação (1.56) podem-se retirar as expressões:

$$\begin{aligned} U_{\text{def}} &= R_s \cdot I_{\text{def}} - X_q \cdot I_{\text{qef}} \\ U_{\text{qef}} &= R_s \cdot I_{\text{qef}} + X_d \cdot I_{\text{def}} + E_o(I_f) \end{aligned} \quad (1.59)$$

Atendendo a que $\underline{U} = \underline{U}_d + \underline{U}_q = U_{\text{def}} + j U_{\text{qef}}$, resulta:

$$\underline{U} = U_{\text{def}} + j U_{\text{qef}} = (R_s \cdot I_{\text{def}} - X_q \cdot I_{\text{qef}}) + j (R_s \cdot I_{\text{qef}} + X_d \cdot I_{\text{def}} + E_o(I_f))$$

$$\underline{U} = R_s \cdot (I_{\text{def}} + j I_{\text{qef}}) + \underline{E}_o(I_f) + j X_d \cdot I_{\text{def}} - X_q \cdot I_{\text{qef}}$$

atendendo a (1.58), em que $I_{\text{def}} = \underline{I}_d$, e $j I_{\text{qef}} = \underline{I}_q$, ou $I_{\text{qef}} = -j \underline{I}_q$.

$$\underline{U} = R_s \cdot (\underline{I}_d + j \underline{I}_q) + \underline{E}_o(I_f) + j X_d \cdot \underline{I}_d + j X_q \cdot \underline{I}_q \quad (1.60)$$

adicionando e subtraindo $j X_q \cdot \underline{I}_d$, ao segundo membro da expressão (1.60),

$$\underline{U} = R_s \cdot (\underline{I}_d + j \underline{I}_q) + \underline{E}_o(I_f) + (j X_d \cdot \underline{I}_d - j X_q \cdot \underline{I}_d) + (j X_q \cdot \underline{I}_d + j X_q \cdot \underline{I}_q)$$

$$\underline{U} = R_s \cdot (\underline{I}_d + j \underline{I}_q) + \underline{E}_o(I_f) + j (X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d + j X_q \cdot (\underline{I}_d + \underline{I}_q)$$

$$\underline{U} = R_s \cdot \underline{I} + j X_q \cdot \underline{I} + j (X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d + \underline{E}_o(I_f) \quad (1.61)$$

A equação fasorial (1.60), ou (1.61), representa a equação eléctrica para uma fase do motor síncrono trifásico em regime permanente sinusoidal síncrono.

A equação (1.60), $\underline{U} = R_s \cdot \underline{I} + \underline{E}_o(I_f) + j X_d \cdot \underline{I}_d + j X_q \cdot \underline{I}_q$, conhecida da *Teoria Clássica das Máquinas Eléctricas*, [CCC-3] [CAH-1], representa sob a forma matemática a teoria de Blondel (1899), retomada por Doherty e Nickle (1928), sobre a decomposição do fluxo magnético de reacção do induzido nas máquinas síncronas: *a teoria das duas reacções*. Segundo essa teoria o fluxo magnético de reacção do induzido de uma máquina síncrona de pólos salientes, considerado proporcional à força magnetomotriz, decompõe-se segundo duas direcções: a direcção longitudinal ou a direcção do eixo polar (d), e a direcção transversal ou a direcção do eixo interpolar (q).

A acção destas duas componentes do campo magnético de reacção do induzido da máquina síncrona trifásica traduz-se no funcionamento da máquina por duas quedas de tensão reactivas: $j X_d \cdot \underline{I}_d$ e $j X_q \cdot \underline{I}_q$. Desta forma, as duas componentes da reacção do induzido são substituídas por duas quedas de tensão nas reactâncias síncronas. Note-se que, tal como nas condições de estudo estabelecidas em 1.1, em que se considerou que a máquina eléctrica é equilibrada, o circuito magnético tem propriedades lineares, e as grandezas eléctricas de alimentação são alternadas sinusoidais simétricas, nesta teoria, *das duas reacções*, também se fazem essas aproximações, e considera-se, também, que a distribuição do fluxo de reacção do induzido no entreferro é sinusoidal, desprezando-se, assim, o segundo termo harmónico da forma de onda espacial da força magnetomotriz de reacção do induzido, como foi considerado na definição dos parâmetros de modelização do motor síncrono trifásico apresentada em 1.3.2. Aí, as expressões das reactâncias eram: $X_d = \omega \cdot L_d = \omega \cdot ((3/2) \cdot (L_A + L_B) + l_\sigma)$; $X_q = \omega \cdot L_q = \omega \cdot ((3/2) \cdot (L_A - L_B) + l_\sigma)$.

A determinação daqueles dois parâmetros, a reactância síncrona longitudinal X_d e a reactância síncrona transversal X_q , pode ser feita experimentalmente segundo as indicações e os métodos

óhmica é sempre desprezável face às quedas de tensão nas reactâncias síncronas. Daí, existir uma simplificação do diagrama fasorial para estas máquinas, $R_s \cdot \underline{I} = 0$.

2.2 Ângulo de Carga δ

O ângulo eléctrico que traduz o esfasamento entre a tensão nos terminais da máquina e a força electromotriz interna designa-se por *ângulo de carga* da máquina (δ).

Quando o motor síncrono trifásico está a funcionar em vazio, o respectivo diagrama fasorial é caracterizado (1.61) por o fasor da tensão nos terminais \underline{U} coincidir com o fasor da força electromotriz em vazio \underline{E}_0 . Quando o motor síncrono está em carga, ver figura 1.12, o respectivo diagrama fasorial é caracterizado por fasor da força electromotriz em vazio \underline{E}_0 fazer um ângulo δ com o fasor da tensão nos terminais \underline{U} : $\delta = (\angle \underline{U} - \angle \underline{E}_0)$. Desta forma um valor positivo do ângulo de carga indica que há um esfasamento em atraso da roda polar relativamente à sua posição em vazio, (num referencial síncrono).

Quando o motor está em carga o ângulo entre os pólos magnéticos indutores e os pólos da onda girante da força magnetomotriz de reacção do induzido tem um determinado valor, mas quando a máquina fica sem carga, máquina em vazio, há um movimento relativo entre os dois campos magnéticos, que se traduz pela anulação do ângulo entre eles. Este movimento relativo entre o rotor e o estator é que é responsável por, em regime permanente, aparecer um esfasamento eléctrico entre o fasor da tensão e o fasor da força electromotriz em vazio.

O valor do ângulo de carga depende do binário que a máquina é solicitada a desenvolver. Assim, é possível estabelecer uma analogia com uma mola que estaria ligada aos dois sistemas magnéticos do motor. Conforme aumenta o binário aplicado ao rotor da máquina a mola distende e o ângulo aumenta, até um ponto a partir do qual o aumento do ângulo de carga se traduz por uma diminuição do binário desenvolvido pela máquina, ver figura 1.14.

O valor do ângulo de carga pode ser determinado por ensaio com o auxílio de uma lâmpada estroboscópica ligada aos terminais do motor, [IEEE-115, §8.19.3]. Com este ensaio mede-se o deslocamento na posição do rotor, quando se altera o valor da carga de uma determinada potência, tensão de alimentação e factor de potência, para uma situação de vazio com a mesma tensão de alimentação. O ensaio é feito à frequência nominal. Mede-se, como um comprimento de arco, a mudança de posição $\Delta\theta$ de um ponto do rotor entre as duas situações de carga. O ângulo de carga δ , expresso em radianos eléctricos, é determinado por $\delta = (\Delta\theta \cdot p/r)$; em que r é o raio rotórico do ponto em que $\Delta\theta$ foi medido.

2.3 Potência Eléctrica e Binário

Recorrendo ao diagrama fasorial para o motor síncrono trifásico, que representa o funcionamento do motor em regime permanente sinusoidal, mas desprezando a queda de tensão óhmica nos enrolamentos estatóricos do motor, pode-se determinar uma expressão para a potência activa e para a potência reactiva, assim como para o binário electromagnético, em função do ângulo de carga.

A potência aparente da máquina trifásica é dada por $S = 3 \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ$.

Em 2.1 definiu-se $\underline{U} = U_d + jU_q$ e $\underline{I} = I_d + jI_q$. Retirando os valores de U_{def} , e de U_{qef} , do diagrama fasorial, medindo o ângulo de carga no sentido de \underline{E}_0 para \underline{U} , e sendo positivo o

sentido trigonométrico, portanto neste caso $\delta > 0$, resulta:

$$\underline{U} = U_{\text{def}} + j U_{\text{qef}} = U \cdot \text{sen } \delta + j U \cdot \text{cos } \delta$$

Uma expressão para as componentes das correntes eléctricas I_d , e I_q , resulta, também de relações que se determinam através do diagrama fasorial,

$$I_d = (U \cdot \text{cos } \delta - E_0) / X_d \qquad I_q = (U \cdot \text{sen } \delta) / X_q$$

Assim,

$$\begin{aligned} S &= 3 \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 3 \cdot (U_{\text{def}} + j U_{\text{qef}}) \cdot (I_{\text{def}} - j I_{\text{qef}}) = \\ &= 3(U_{\text{def}} \cdot I_{\text{def}} + U_{\text{qef}} \cdot I_{\text{qef}} + j(U_{\text{qef}} \cdot I_{\text{def}} - U_{\text{def}} \cdot I_{\text{qef}})) = P + j Q \end{aligned}$$

Com esta expressão, por substituição das grandezas eléctricas pelos valores acima determinados a partir do diagrama fasorial, podem-se determinar:

$$P = \frac{3 \cdot U \cdot E_0}{X_d} \text{sen } \delta + \left(\frac{X_d - X_q}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \right) \cdot 3 \cdot U^2 \text{sen } 2\delta \quad (1.62)$$

$$Q = \frac{3 \cdot U^2}{X_d} - \frac{3 \cdot U \cdot E_0}{X_d} \text{cos } \delta + \left(\frac{X_d - X_q}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \right) \cdot 3 \cdot U^2 (1 - \text{cos } 2\delta) \quad (1.63)$$

A análise da expressão da potência activa (1.62) permite salientar dois aspectos importantes para o funcionamento e a definição do tipo construtivo do motor síncrono trifásico:

- a expressão da potência activa mostra que quando não existe acção do circuito indutor da máquina e, portanto, a força electromotriz em vazio E_0 é nula, ainda existe a absorção de potência activa através do *efeito de relutância* magnética; salientado pela diferença das duas reactâncias síncronas, $X_d - X_q$. $P = ((X_d - X_q) / (2 \cdot X_d \cdot X_q)) \cdot 3 \cdot U^2 \cdot \text{sen } 2\delta$.
- como motor eléctrico, interessa que seja construído sob a forma de máquina de pólos salientes, e assim $X_d \neq X_q$. Se fosse construído um motor síncrono de entreferro constante, e se houvesse uma avaria no circuito indutor, com $i_f = 0$, a máquina eléctrica deixaria de absorver potência activa da rede e perderia o sincronismo.

A expressão do binário electromagnético da máquina, em regime permanente sinusoidal, obtém-se da expressão da potência activa absorvida pela máquina,.

$$\begin{aligned} \omega_s \cdot T_{\text{em}} &= P \\ T_{\text{em}} &= \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot n_s} \cdot \left(\frac{U \cdot E_0}{X_d} \text{sen } \delta + \left(\frac{X_d - X_q}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \right) \cdot U^2 \text{sen } 2\delta \right) \end{aligned} \quad (1.64)$$

Note-se que a potência activa absorvida pela máquina foi considerada como a potência eléctrica integralmente transformada, porque se desprezaram as perdas por efeito Joule nos circuitos do induzido da máquina.

Como a reactância síncrona transversal X_q é menor do que a reactância síncrona longitudinal X_d , o binário máximo $T(\delta)$ ocorre para um valor do ângulo de carga inferior à $\pi/2$ rad. elect.. É de notar que o binário de excitação atinge o seu máximo para $\delta = \pi/2$ rad elect., enquanto que o binário de relutância atinge o máximo para $\delta = \pi/4$ rad. elect.. Assim o binário do motor síncrono trifásico

tem um valor máximo para valores do ângulo de carga: $\pi/4 < \delta < \pi/2$ rad. elect..

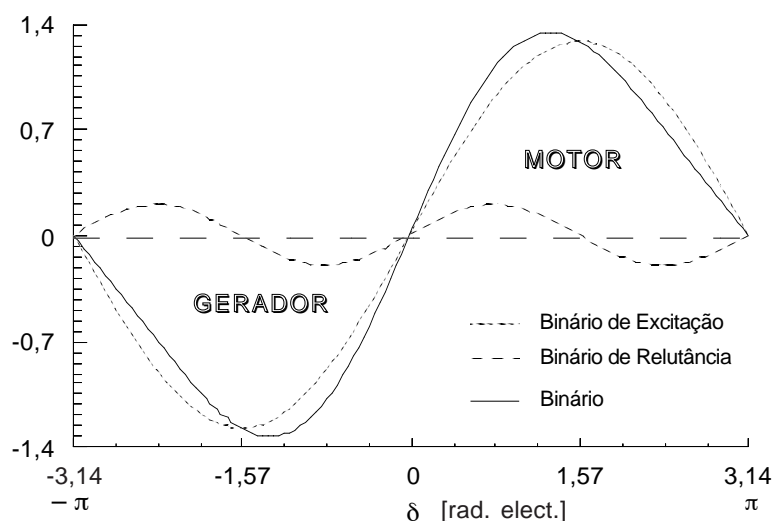


Fig. 1.14 – Curva característica do binário electromagnético em função do ângulo de carga (torque-angle curve)

Atendendo à expressão (1.64) é possível determinar o valor do ângulo de carga δ que corresponde ao valor do binário máximo:

$$\frac{dT_{em}}{d\delta} = 0$$

$$\frac{dT_{em}}{d\delta} = \left(\left(2 \cdot U^2 \cdot \frac{X_d - X_q}{X_d \cdot X_q} \right) \cdot \cos^2 \delta + \left(\frac{U \cdot E_0}{X_d} \right) \cdot \cos \delta - \left(U^2 \cdot \frac{X_d - X_q}{X_d \cdot X_q} \right) \right) = 0$$

e

$$\cos \delta_{max} = \frac{-E_0 \cdot X_q \pm \sqrt{(E_0 \cdot X_q)^2 + 8 \cdot U^2 \cdot (X_d - X_q)^2}}{4 \cdot U \cdot (X_d - X_q)} \quad (1.65)$$

Neste caso o ângulo correspondente ao valor da expressão para o sinal positivo (+) será o ângulo de carga correspondente ao binário electromagnético máximo. Esse valor do ângulo de carga constitui o *limite de estabilidade estática*, porque para valores de δ , entre 0 e δ_{max} , a um aumento, muito lento, do binário de carga ocorre no motor um aumento do ângulo de carga o que se traduz por um aumento do binário motor, mantendo-se, assim, a estabilidade de funcionamento.

2.4 Regiões de Funcionamento

No estudo do funcionamento do motor síncrono trifásico são importantes as diferentes formas que esse funcionamento assume. Sendo a máquina síncrona uma máquina eléctrica de *funcionamento reversível*, facilmente passa do funcionamento como motor eléctrico ao funcionamento como alternador; apenas é necessário que a carga desenvolva um binário de carga que accione a máquina síncrona

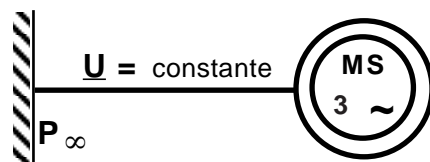
Como máquina eléctrica de corrente alternada, também, é importante caracterizar o factor de potência correspondente a um determinado funcionamento do motor síncrono trifásico.

Todo o conjunto de parâmetros controláveis do motor síncrono trifásico, binário de carga T_c e

corrente indutora i_f , definem um conjunto de quatro regiões de funcionamento possíveis para esta máquina síncrona.

Funcionamento como motor

Quando o motor síncrono funciona alimentado com uma tensão constante podem considerar-se duas situações características: o factor de potência é indutivo, ou o factor de potência é capacitivo.



Factor de Potência Unitário

O motor síncrono trifásico, como pode fornecer potência reactiva à rede de alimentação pode ser utilizado de uma forma que não prejudica o factor de potência da instalação em que se encontra integrado. Nessa situação é colocado a funcionar com um factor de potência unitário. Assim, é nulo o ângulo de esfasamento entre a corrente eléctrica na fase e a tensão de alimentação $\psi = 0$ rad elect.. A posição relativa dos outros fasores está representada na figura 1.15, para o caso em que se despreza a queda de tensão óhmica.

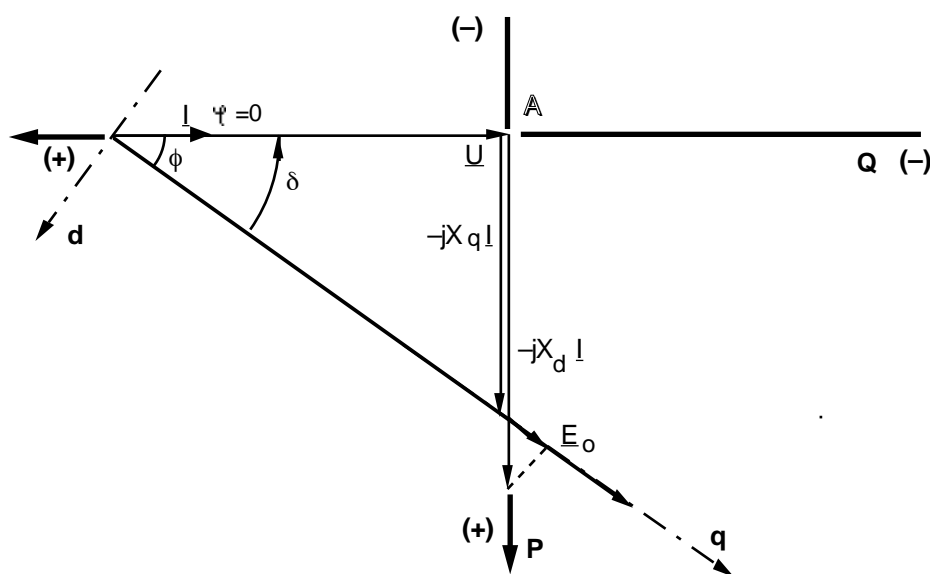


Fig. 1.15 – Diagrama fasorial para o funcionamento de um motor síncrono com factor de potência unitário

A partir do diagrama fasorial para a situação de funcionamento com o factor de potência nulo é possível estabelecer os eixos para a potência activa P e para a potência reactiva Q que a máquina absorve da rede eléctrica, dentro das convenções de estudo estabelecidas para o motor síncrono trifásico em 1.1, (a potência eléctrica que entra no motor é positiva). Como se considera que a potência absorvida pela máquina é positiva, nesta situação de funcionamento ($\cos\psi = 0$), a máquina não absorve, nem fornece, potência reactiva $Q = 0$, e a potência activa que absorve $P > 0$ destina-se à conversão electromecânica de energia.

A posição dos eixos é dada, [CCC-3; §4.2], pelo direcção do fasor da tensão, em que o eixo da potência reactiva tem a mesma direcção do fasor da tensão da rede \underline{U} , e o eixo da potência

activa tem uma direcção perpendicular, sendo a origem dos dois eixos definida pela extremidade do fasor da tensão, (ponto A). Estes eixos poderão ser graduados numa escala de potências com $k_p = |\underline{U}|^2 / (X_q \cdot (OA)) = k_u \cdot |\underline{U}| / X_q$ [VA/cm], [W/cm], [var/cm].

Factor de Potência Indutivo

Como a corrente eléctrica se encontra esfasada de um ângulo φ , em atraso relativamente à tensão ($\varphi > 0$), a posição relativa dos fasores encontra-se representada no diagrama fasorial da figura 1.16. Na construção deste diagrama fasorial representa-se a expressão (1.61), ou, à sua forma (1.60).

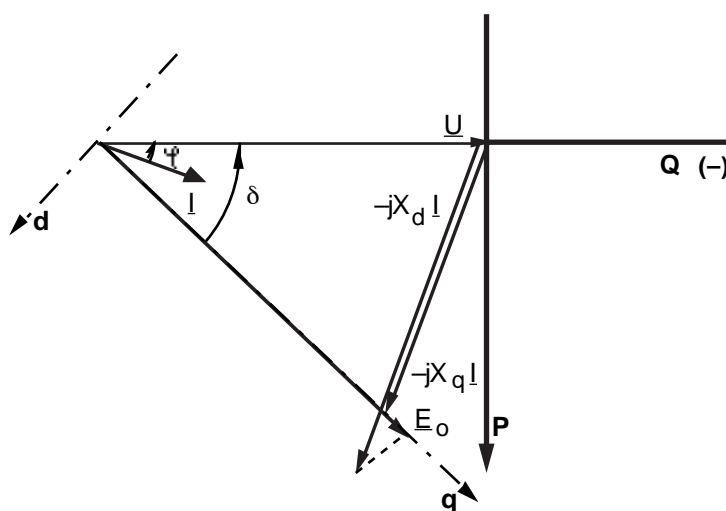


Fig. 1.16 – Diagrama fasorial para o funcionamento de um motor síncrono com factor de potência indutivo

Com um factor de potência indutivo, $0 < \varphi < \pi/2$, o motor síncrono trifásico está a receber potência activa da rede eléctrica ($P > 0$), e, também, a receber potência reactiva dessa rede ($Q > 0$). O ângulo de carga δ é positivo e poderá variar entre zero e $\pi/2$ rad. elect.: $0 < \delta < \pi/2$.

Factor de Potência Capacitivo

A corrente eléctrica encontra-se esfasada de um ângulo φ , em avanço relativamente à tensão ($\varphi < 0$); a posição relativa dos fasores encontra-se representada no diagrama fasorial da figura 1.17.

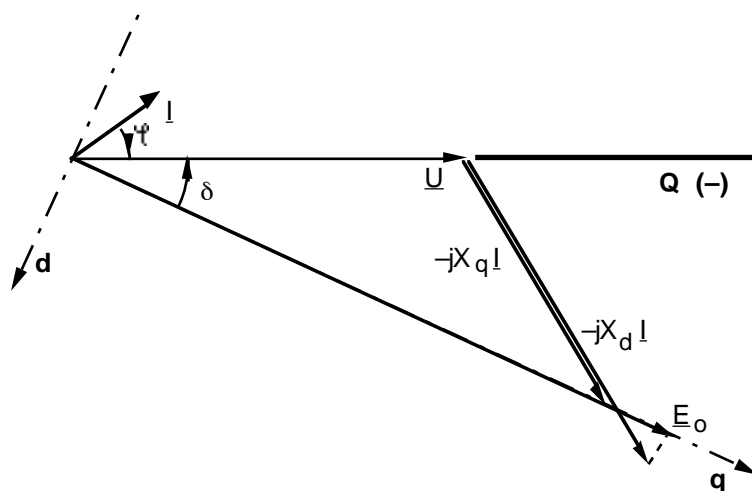


Fig. 1.17 – Diagrama fasorial para o funcionamento de um motor síncrono com factor de potência capacitivo

Com um factor de potência capacitivo, $-\pi/2 < \varphi < 0$, o motor síncrono trifásico está a receber potência activa da rede eléctrica ($P > 0$), e, a fornecer potência reactiva a essa rede ($Q < 0$). O ângulo de carga δ é positivo e poderá variar entre zero e $\pi/2$ rad. elect.: $0 < \delta < \pi/2$. O motor síncrono trifásico desempenha, neste tipo de funcionamento, uma função de um *condensador síncrono*.

Passagem do funcionamento como motor ao funcionamento como gerador

No seu funcionamento como motor esta máquina eléctrica desenvolve um binário útil positivo. A partir da expressão para o binário electromagnético (1.64), verifica-se, nas condições de estudo estabelecidas, que quando o ângulo de carga se torna negativo, isto é o fasor da força electromotriz em vazio \underline{E}_0 se encontra em avanço sobre o fasor da tensão de alimentação \underline{U} , o valor do binário desenvolvido no motor torna-se negativo e a máquina passa a fornecer potência activa à rede ($P < 0$). Nesta situação a máquina é mantida à velocidade de sincronismo pelo binário de carga; isto é, a máquina síncrona trifásica funciona como um *gerador*: tornou-se um *Alternador Síncrono Trifásico*.

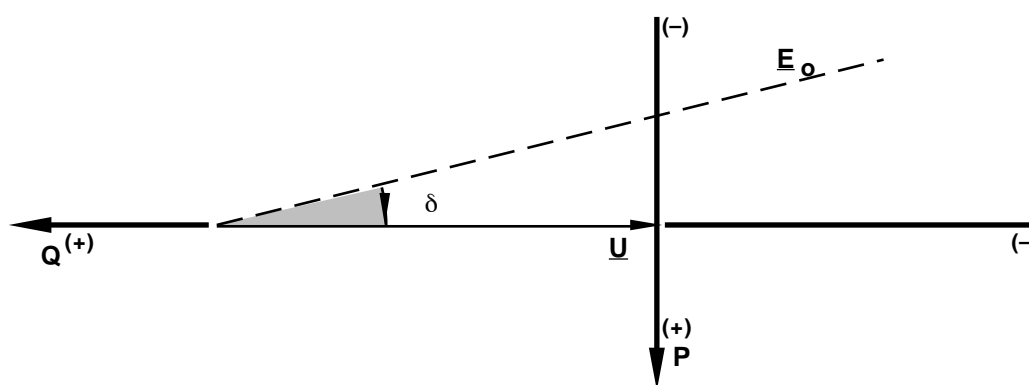


Fig. 1.18 – Funcionamento do motor síncrono como Alternador Síncrono Trifásico

É importante notar que, contrariamente à máquina de corrente contínua, não foi uma alteração das condições de excitação da máquina síncrona que provocou a sua passagem de motor a gerador. É, sim, a alteração das condições da carga mecânica (sinal do binário de carga) que condiciona o tipo de funcionamento desta máquina eléctrica.

Quando a máquina síncrona passa de um funcionamento como motor a um funcionamento como gerador, continuam a existir as possibilidades de funcionar com uma corrente eléctrica em atraso ou em avanço sobre a tensão, e portanto, funcionar com factor de potência indutivo ou capacitivo.

As quatro regiões de funcionamento do motor síncrono trifásico

Atendendo às diversas possibilidades um motor síncrono trifásico pode funcionar em qualquer um dos quatro quadrantes do domínio da potência eléctrica ($P-Q$). Cada uma dessas situações fica caracterizada pelo respectivo factor de potência, pela potência activa e pela potência reactiva, e pelo respectivo ângulo de carga, [CEI-34.10].

Note-se que as características, sinais e sentidos, das grandezas eléctricas apresentadas no quadro da figura 1.19, dependem das condições de estudo que foram estabelecidas, em 1.1, para a máquina síncrona trifásica, *funcionando como motor*.

	indutivo	capacitivo
GERADOR	$P < 0$ $Q > 0$ $\pi/2 < \psi < \pi$ $\delta < 0$	$(-)$ $P < 0$ $Q < 0$ $-\pi < \psi < -\pi/2$ $\delta < 0$
MOTOR	$(+)$ $\delta > 0$ $0 < \psi < \pi/2$ $P > 0$ $Q > 0$	$\delta > 0$ $Q (-)$ $-\pi/2 < \psi < 0$ $P > 0$ $Q < 0$

Fig. 1.19 – Os quatro quadrantes de funcionamento do motor síncrono trifásico

2.5 Características de Excitação

As características de excitação de um motor síncrono trifásico são as curvas que estabelecem a relação entre os valores da corrente eléctrica por fase e a corrente eléctrica de excitação para o mesmo valor da potência de saída do motor: $I(I_f)$. Estas características dependem do conhecimento prévio da característica interna (real) da máquina síncrona $E_o(I_f)$, que pode ser determinada experimentalmente, [CEI-34.4; §25]. Esta característica interna é uma curva que representa, a uma outra escala, a característica de magnetização do material, que segundo as condições de estudo estabelecidas em 1.1, é linear (!). Essa consideração permitiu determinar as expressões com os valores das indutâncias independentes da situação de excitação da máquina. Assim, torna-se incorrecto deduzir a forma das características de excitação do motor síncrono trifásico baseado nas condições de estudo utilizadas, porque admitindo-se a não linearidade da característica interna é necessário admitir, também, a não linearidade da relação entre o fluxo magnético totalizado e as correntes eléctricas que o criam.

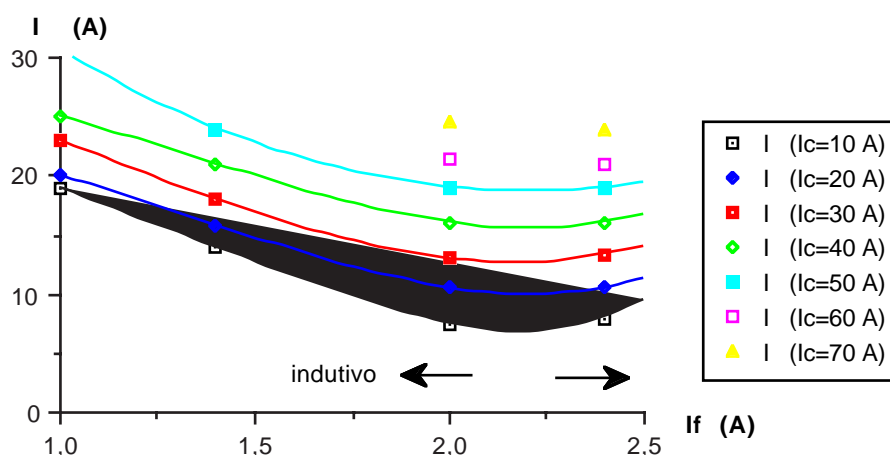


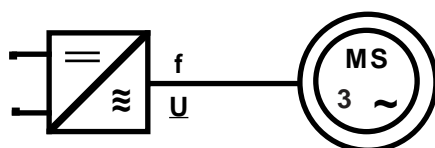
Fig. 1.20 – Curvas em V do motor síncrono trifásico.
 ($U_n = 190$ V; $I_n = 24,5$ A; $f = 50$ Hz; $n = 1\,500$ rot/min)

Experimentalmente verifica-se que estas curvas características têm uma forma típica, *curvas em V*.

Esta sua forma pode ser justificada através da manipulação matemática de expressões do quarto grau em I , assaz complicadas para uma máquina síncrona de pólos salientes. Por isso apresentam-se, apenas, a característica de excitação para um motor síncrono obtida experimentalmente, que, no entanto, devido aos limites das grandezas são um pouco diferentes dos desenhos habitualmente representados em textos didácticos, [CCC-1] [SAR-1; p. 78].

2.6 Funcionamento com Frequência Variável

Actualmente o motor síncrono trifásico é alimentado por um conversor electrónico de potência, que, normalmente, permite um controlo da amplitude da tensão e do valor da frequência da forma de onda das grandezas eléctricas de alimentação.



Como a velocidade de rotação do motor síncrono está directamente ligada ao valor da frequência das grandezas eléctricas de alimentação, tensão ou corrente eléctrica, é possível efectuar um controlo preciso da velocidade do motor, [FIN-1]. Note-se que a forma de onda das grandezas de alimentação pode ser rica em termos harmónicos, esses termos têm influência no valor das perdas de energia que vêm aumentadas, com o conseqüente aumento do aquecimento da máquina e diminuição do respectivo rendimento, além de provocarem vibrações e ruído.

Atendendo à expressão (1.64) para o binário electromagnético do motor síncrono trifásico de pólos salientes, e à forma como ela foi deduzida, verifica-se que se considerou desprezável a queda de tensão na resistência do enrolamento estatórico. Para as grandezas que entram nessa expressão verifica-se que a força electromotriz em vazio é proporcional à velocidade de rotação e, através dela à frequência para um valor constante da corrente de excitação: $E_0 = \omega_s \cdot (M_{af} \cdot i_f)$, $E_0 \propto f$. As reactâncias síncronas, longitudinal e transversal, são também proporcionais à frequência das grandezas eléctricas de alimentação. Atendendo à expressão (1.64) verifica-se que o binário electromecânico desenvolvido é independente da frequência se se promover uma alteração da tensão proporcional à variação da frequência, $U/\omega_s = \text{constante}$. Já o binário electromecânico de relutância requer uma alteração da tensão respeitando a razão $(U/\omega_s)^2 = \text{constante}$.

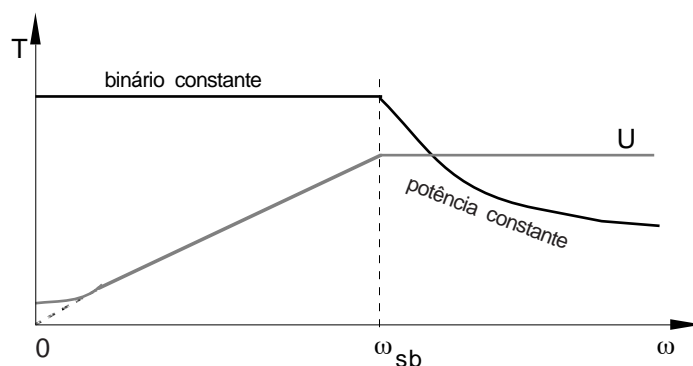


Fig. 1.21 – Característica de binário electromecânico em função da frequência

Considerando que o binário de relutância é desprezável ($X_d \cong X_q$), então podem considerar-se duas zonas de funcionamento: uma, para velocidades inferiores à velocidade de sincronismo de

base ω_{sb} , em que o binário é constante, quando se mantém constante a razão U/ω_s ; a outra zona, acima da velocidade de sincronismo de base, onde o motor pode funcionar ao longo da curva (hiperbólica) característica da potência mecânica constante.

Quando se considera o funcionamento na zona inicial, portanto a baixas frequências, a queda de tensão óhmica nos enrolamentos estatóricos do motor não pode ser desprezada, porque é da mesma ordem de grandeza da amplitude da tensão de alimentação que mantém constante a razão U/ω_s . Por isso, na máquina há uma diminuição valor do binário desenvolvido na zona das baixas frequências.

Em qualquer destas zonas de funcionamento pode-se alterar o valor da corrente eléctrica no circuito indutor, de forma a que o factor de potência da máquina seja alterado, podendo o motor funcionar nos dois quadrantes (1 e 2 da figura 1.19) do seu domínio de funcionamento. Tal significa que o motor síncrono trifásico pode desenvolver uma potência mecânica com uma velocidade controlada e, simultaneamente, promover uma melhoria do consumo de energia reactiva de uma instalação eléctrica. No entanto, quando o motor síncrono trifásico é alimentado por um controlador electrónico de potência, há que atender, também, à influência do factor de potência da máquina eléctrica no funcionamento do conversor electrónico.

3 Utilização do Motor Síncrono Trifásico

A utilização do motor síncrono trifásico está condicionada pelas suas características de funcionamento principais, que foram estudadas nos pontos anteriores,

- *aspectos construtivos* — como máquina eléctrica de pólos salientes o motor síncrono trifásico é uma máquina eléctrica com um tipo de construção cara. Tendo de utilizar grandes quantidades de material magnético, e necessitando de um *projecto cuidado e optimizado*, existe uma gama de baixas potências, para a qual a sua utilização não oferece vantagens face ao motor de indução trifásico. Só na região de baixas velocidades (< 500 rot/min) e elevada potência (> 500 kW) é que o motor de indução trifásico deixa de ser mais barato do que um motor síncrono trifásico, porque este pode trabalhar com uma indução magnética elevada ($\cong 1,4$ T), no circuito magnético, devido à dupla excitação que possui.
- *arranque* — o motor síncrono trifásico é uma máquina eléctrica que não tem a possibilidade de arrancar a partir da situação de parada. Naquela situação de velocidade nula o binário electromagnético que se desenvolve, sendo pulsatório, tem um valor médio nulo, e a máquina não arranca. É, por isso, necessário recorrer a um *método de arranque*, baseado nas propriedades da máquina, no seus aspectos construtivos ou, actualmente, na actuação de sistemas electrónicos de arranque por variação de frequência.
- *factor de potência* — uma das vantagens na utilização do motor síncrono trifásico é a possibilidade que este motor oferece de trabalhar com um factor de potência, que só depende das condições de excitação. Assim é possível não só o motor trabalhar com bom um factor de potência ($\lambda = 1$), mas, também, o motor pode funcionar com fornecimento de energia reactiva à rede de alimentação e desse modo efectuar uma correcção global do factor de potência da instalação eléctrica. Torna-se, por isso, muito importante o *sistema de excitação* utilizado neste tipo de motores. Actualmente a corrente contínua necessária que circula no enrolamento indutor (f) é obtida a partir circuitos rectificadores electrónicos baseados em díodos, ou em tiristores, que apresentam a possibilidade de funcionar em condições variáveis de corrente e de tensão.

- *outras características* — na utilização dos motores síncronos trifásicos há outras características que aconselham a sua utilização. A reversibilidade do seu funcionamento leva a que o motor síncrono trifásico seja utilizado na exploração das grandes redes eléctricas, com produção hidráulica, numa condição de *alternador-motor*. A sua utilização é ainda aconselhada nas situações em que a estabilidade de funcionamento do motor tem de ser garantida pelas suas características próprias. Nesse caso o motor síncrono trifásico tem uma *estabilidade de funcionamento*, que pode ser melhorada actuando em certos parâmetros construtivos, hoje conhecidos, e que permitem que possa accionar cargas com comportamento pulsatório, como os grandes compressores industriais. O motor síncrono trifásico, sendo uma máquina que apresenta problemas de arranque, também apresenta problemas de *frenagem*, pelo que é necessário recorrer a métodos de frenagem eléctricos próprios, como o curto-circuito dos enrolamentos estatóricos. No entanto esta máquina apresenta aspectos construtivos próprios, ou utiliza sistemas de controlo, que permitem recorrer a esses métodos eléctricos de frenagem, quando é necessário.

Tendo de corresponder a um conjunto elevado de restrições e procurando o realce das vantagens próprias do motor síncrono trifásico, ao longo deste último século de utilização das máquinas síncronas, desenvolveram-se diversos tipos construtivos.

3.1 Tipo de Motores Síncronos Trifásicos

Neste estudo apresentou-se um motor síncrono trifásico como um motor de pólos salientes. Na realidade, no passado para corresponder aos problemas de arranque do motor, e no presente nos chamados *motores de alta velocidade* (> 3000 rot/min), utiliza-se um motor com o rotor cilíndrico bipolar.

Assim, dos motores síncronos trifásicos de rotor cilíndrico que têm sido construídos, salienta-se:

Turbomotor Síncrono — é um motor que apresenta as características construtivas de um turboalternador, o enrolamento indutor está distribuído nas ranhuras abertas na periferia de um rotor maciço; mas, como motor, não tem capacidade de arranque nem de acelerar cargas com inércia elevada.

Motor Síncrono de Indução — neste tipo de motor o enrolamento indutor, está distribuído por ranhuras abertas no empacotamento rotórico de chapa magnética, e é análogo a um enrolamento rotórico de um motor de indução de rotor bobinado; no momento do arranque desempenha funções análogas às do enrolamento rotórico do motor de indução. Por isso, estes motores também são chamados de motores auto-síncronos, ou auto-sincronizantes. Normalmente possuem cinco colectores de anéis para promoverem a alimentação do circuito rotórico em corrente contínua (dois) e para estabelecerem a ligação com um reóstato de arranque (três).

Nos motores síncronos de pólos salientes que têm sido construídos com o circuito magnético rotórico maciço, ou folheado, o campo magnético indutor é sempre criado por bobinas onde circula corrente eléctrica contínua, e que envolvem o núcleo polar dos pólos indutores. Dentro deste tipo de motores síncronos podem distinguir-se:

Motor Síncrono de Pólos Maciços — são motores muito robustos que chegam a ser construídos apenas com quatro pólos. O efeito dos amortecedores é obtido pelo

desenvolvimento de correntes de Foucault no ferro dos pólos. A elevada capacidade térmica dos pólos maciços permite que o motor arranque, satisfatoriamente, com cargas de elevado coeficiente de inércia.

Motor Síncrono com Gaiola — na realidade trata-se do motor síncrono trifásico que tem vindo a ser estudado: o motor síncrono trifásico com amortecedores completos. Este tipo de motor, que vulgarmente é chamado de motor síncrono, tem um enrolamento formado por barras condutoras curtocircuitadas nos extremos, do tipo gaiola, na superfície das expansões polares.

Motor Síncrono de Indução com Pólos Salientes — neste tipo de motor, o circuito que é utilizado como o circuito rotórico, em gaiola, de um motor de indução, durante a fase de arranque, está colocado profundamente nas expansões polares. Continuam a existir bobinas indutoras que envolvem os núcleos polares.

Para além destes motores síncronos trifásicos com um princípio de funcionamento já caracterizado no ponto 2., existem motores eléctricos, com princípio de funcionamento típico, que funcionam à velocidade de sincronismo, e que constituem o tipo dos *motores síncronos especiais*: os motores de relutância e os motores de ímanes permanentes.

Motores de Relutância

A expressão (1.64) mostra que em regime permanente sinusoidal síncrono o motor síncrono trifásico apresenta um binário de excitação e um binário de relutância. Se não existir um circuito indutor, $E_0 = 0$, sendo a máquina simplesmente excitada, o binário que a máquina apresenta, em regime permanente síncrono, é apenas o binário de relutância, [LAW-1],

$$\begin{aligned} T_{em} &= \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot n_s} \cdot \left(\left(\frac{X_d - X_q}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \right) \cdot U^2 \operatorname{sen} 2\delta \right) = \\ &= \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot n_s} \cdot \left(\left(\frac{X_d}{X_q} - 1 \right) \cdot \frac{U^2}{2 \cdot X_d} \operatorname{sen} 2\delta \right) \end{aligned} \quad (1.66)$$

O valor do binário é dependente da razão X_d/X_q . Assim, alterando os aspectos construtivos da máquina procura-se construir um novo tipo de máquina síncrona, o *motor de relutância*, que apresente uma relação X_d/X_q com valor superior a 2 e atingindo, em situações experimentais, valores próximos de 7, ($2 < X_d/X_q < 7$).

Para a obtenção daquela razão entre os valores da reactância síncrona longitudinal X_d e da reactância síncrona transversal X_q , recorre-se a métodos construtivos que promovem a alteração da geometria do rotor do motor [AMS-1], e a métodos construtivos que prevêm a inclusão de materiais com relutância magnética diferente da do ferro, para vincar a anisotropia do circuito magnético do motor.

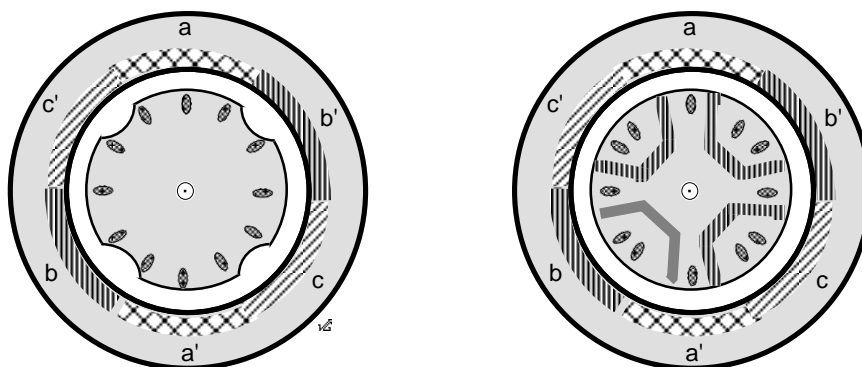


Fig. 1.22 – Representação esquemática dos aspectos construtivos do motor de relutância

Para assegurar o arranque do motor, e acelerá-lo até à velocidade de sincronismo, possuem, normalmente, este tipo de motores síncronos trifásicos, na gama de média potência, (dezenas de kW), um enrolamento em gaiola do tipo do utilizado nos motores de indução, [LAW-1] [AMS-1].

A modelização do motor de relutância pode ser feita recorrendo ao modelo do motor síncrono trifásico no referencial $d-q$, depois de efectuadas as respectivas adaptações: $i_f = 0$, e $L_d \gg L_q$. No entanto, é mais comum o estudo do motor de relutância em regime permanente sinusoidal feito em coordenadas de fase, com expressões do tipo da (1.66).

Motores de Ímanes Permanentes

Um outro tipo de motores síncronos trifásicos que na actualidade tem grande utilização é o tipo de motores que têm um sistema indutor formado por ímanes permanentes; trata-se do *motor de ímanes permanentes*. Devido ao desenvolvimento de novas ligas magnéticas permanentes, como as baseadas em terras raras, foi possível construir motores eléctricos de ímanes permanentes para gamas de potência da ordem das dezenas de kW.

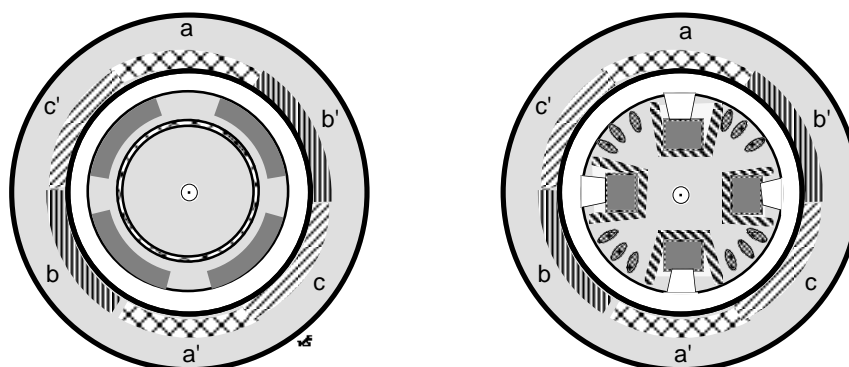


Fig. 1.23 – Representação esquemática dos aspectos construtivos do motor de ímanes permanentes

Têm sido várias as formas construtivas adoptadas no projecto do rotor dos motores de ímanes permanentes. A colocação dos ímanes, no interior do rotor ou na periferia do rotor, têm sido estudadas devido à influência que têm no valor dos parâmetros da máquina: L_d , L_q , e E_0 . Também

este tipo de motores pode ser dotado de um enrolamento rotórico em gaiola, total ou parcial, que desempenha as funções de amortecedor e promove o arranque do motor.

Na modelização do motor síncrono de ímanes permanentes utiliza-se a representação do circuito de magnetização por um circuito eléctrico percorrido por correntes eléctricas que provocam um efeito magnético equivalente. Depois o estudo do comportamento dinâmico do motor pode ser feito utilizando um modelo segundo o referencial **d-q**.

Na procura de um motor síncrono que combine boas características de arranque, com um forte binário de relutância, e com excitação criada por ímanes permanentes desenvolveram-se *motores síncronos trifásicos híbridos*, onde, no circuito magnético rotórico existe, de uma forma estudada, parte de um circuito em gaiola, ímanes permanentes, barreiras de fluxo e material condutor, tudo embutido no material ferromagnético do rotor.

3.2 Gamas de Aplicação

De uma forma genérica a gama de utilização do motor síncrono trifásico encontra-se representada na figura 1.24. Definindo um ponto na escala das velocidades, $n = 600 \text{ rot/min}$, que estabelece a separação entre uma baixa velocidade e uma velocidade elevada e, considerando a alta velocidade como superior a 3000 rot/min , é na gama das baixas velocidades que o motor síncrono trifásico tem a maior utilização: ou pequenos motores eléctricos, ou grandes accionamentos.

Considerando um valor de potência útil correspondente a 500 kW verifica-se que é para potências superiores que o motor síncrono é utilizado, e preferido ao motor de indução.

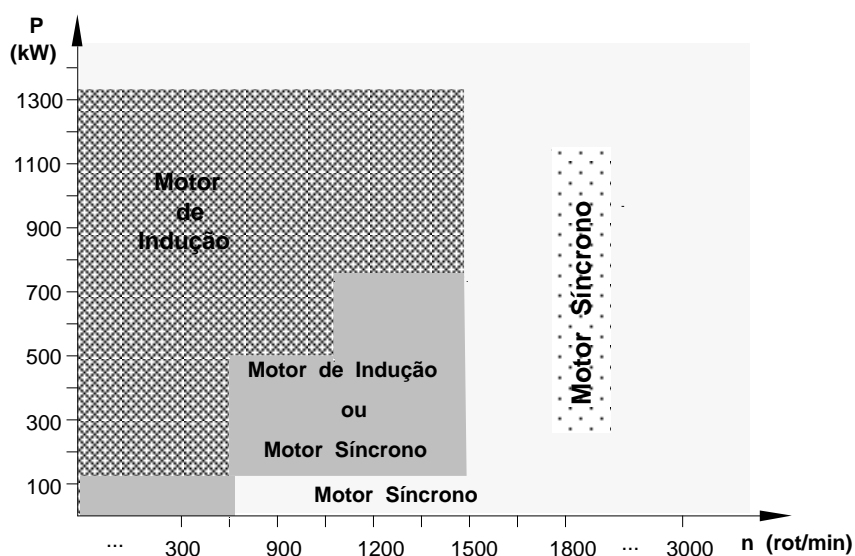


Fig. 1.24 – Gama de aplicação do motor síncrono e do motor de indução

Este conjunto de dados, meramente indicativos, sobre a aplicação do motor síncrono trifásico, não impedem uma análise muito cuidada na selecção do tipo e do modo de funcionamento dum motor eléctrico para uma determinada aplicação. Existe todo um outro conjunto de factores — características da rede eléctrica de alimentação, tipo de carga e as suas variações, solicitações

transitórias no funcionamento normal, modo de controlo, condições de manutenção, condições climatéricas, etc... — que tem de ser considerado na escolha de um motor eléctrico, ou na aplicação de um motor síncrono trifásico num determinado sistema de accionamento.

3.3 Sistemas de Accionamento com o Motor Síncrono Trifásico

Existem vários tipos de accionamentos em que o motor síncrono trifásico é utilizado. Desde o accionamento de bombas hidráulicas, essencialmente de grande caudal, até ao accionamento de veículos motores em tracção eléctrica, passando por o accionamento de fornos de cimento, laminadores, compressores, etc...

- *Bombas Hidráulicas* — nesta aplicação do motor síncrono trifásico, essencialmente uma aplicação industrial, é importante a característica de estabilidade de funcionamento e a capacidade de correcção do factor de potência global da instalação industrial.
- *Motor-Alternador* — esta aplicação da máquina síncrona baseia-se na reversibilidade do seu funcionamento e numa exploração racional dos recursos hídricos de um determinado sistema produtor. Neste tipo de aplicação a máquina síncrona trifásica funciona como alternador durante as horas cheias, e nas horas vazias do diagrama de cargas da rede eléctrica, a máquina funciona como motor no accionamento de turbinas-bombas hidráulicas que transferem alguma da água turbinada e depositada a jusante para o depósito da barragem a montante. É, por exemplo, o caso do funcionamento das máquinas síncronas na barragem da Aguieira no aproveitamento hidroeléctrico da bacia do rio Mondego { $P = 100$ MW, $U_n = 12$ kV, $f = 50$ Hz, $n = 125$ rot/min}, onde as máquinas eléctricas principais ainda podem funcionar como compensador síncrono.

Fig. 1.25 – Exemplo de aproveitamento hidroeléctrico reversível

Conforme o sistema hidráulico-mecânico utilizado assim são diferentes as restrições impostas ao funcionamento da máquina síncrona. Quando é utilizado um sistema de turbina + máquina síncrona + bomba hidráulica, então a máquina eléctrica roda sempre no mesmo sentido e não existem sérios problemas a atender na exploração e no projecto da máquina eléctrica, embora o custo do material hidro-mecânico seja mais elevado. Outra solução consiste na utilização de uma turbina reversível, uma turbina-bomba, e nesse caso

a passagem do funcionamento da máquina síncrona de alternador a motor tem de ser acompanhado da alteração do sentido de rotação, o que passa pela frenagem completa da máquina.

O aspecto construtivo de um Motor-Alternador encontra-se representado na figura 1.26, exemplificado por uma máquina síncrona de eixo vertical, refrigerada a ar, com arranque por conversor electrónico.

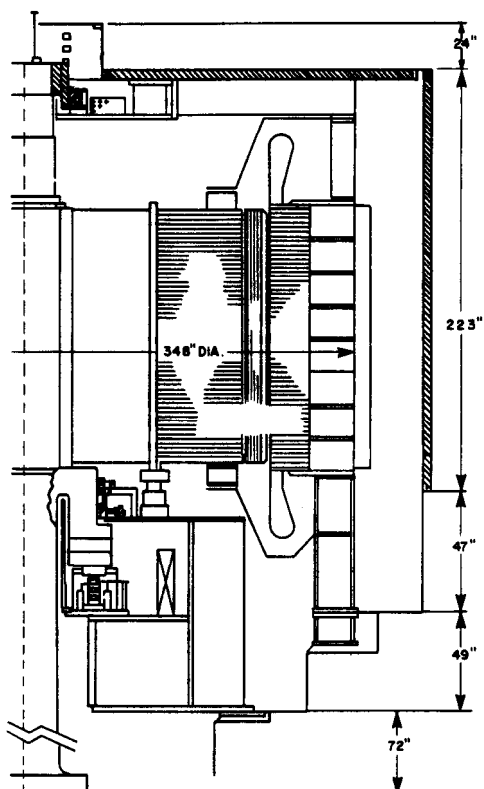


Fig. 1.26 – Desenho de um Motor-Alternador de eixo vertical

- *Accionamento de Compressores* — nesta aplicação do motor síncrono trifásico existem alguns problemas provocados pelo carácter variável do binário de carga (binário de compressão + binário de inércia + binário de atrito) durante um ciclo de funcionamento do compressor. O motor síncrono, admitindo ligeiras perturbações do binário de carga, perde a tendência para manter o sincronismo quando aquelas perturbações são demasiado violentas. Surgem, assim, problemas críticos de estabilidade do accionamento, a que se juntam os problemas comuns na utilização do motor síncrono: problema do arranque, que nesta aplicação é normalmente um arranque assíncrono, problema de sincronização e de protecção e o problema de alimentação em corrente contínua do circuito indutor.
- *Motor Síncrono Auto-controlado* — trata-se de um sistema electrónico de alimentação para o motor síncrono trifásico, que se desenvolveu na década de setenta. Nesse accionamento impõe-se a passagem da corrente eléctrica nos condutores de cada fase estatórica, no momento preciso em que o polo indutor está frente ao condutor do enrolamento. Para isso é necessário que exista uma retroinformação sobre a posição do rotor da máquina, o que é feito através do sinal de um sensor de posição. Tal sinal controla

o sistema de comando de disparo dos tiristores do conversor electrónico, que garantem o fornecimento de corrente eléctrica aos condutores da fase. É possível efectuar frenagem regenerativa com este sistema de controlo. A excitação desta máquina pode ser feita por ímanes permanentes, ou por uma bobina percorrida por corrente contínua.

Este sistema de accionamento, que tem sido utilizado nos veículos motores do comboio de alta velocidade *TGV Atlantique*, pode ser também utilizado na indústria química e em bombagem nas centrais termonucleares. A possibilidade de controlo da velocidade, e a não existência de colectores de lâminas, tornam este sistema de accionamento aconselhável para ambientes agressivos e para cargas que exijam velocidades elevadas. Neste tipo de accionamento, também, se utilizam motores síncronos com rotor cilíndrico.

3.4 Controlo do Motor Síncrono Trifásico

Com o desenvolvimento da Electrónica de Potência, o motor síncrono também passou a ser controlado, em velocidade ou em posição, e de uma forma que permitiu a sua aplicação em situações onde só era utilizado o motor eléctrico de corrente contínua, com todos os respectivos inconvenientes.

Considerando que em regime permanente sinusoidal síncrono apenas se desenvolve na máquina o binário electromecânico de excitação, $T = k(M_{af} \cdot i_f \cdot i_q)$, verifica-se que existem dois métodos para o controlo do binário: um método de *controlo escalar*, em que somente a amplitude das variáveis é controlada, e o sinal de comando ou de realimentação é uma grandeza proporcional à respectiva variável; o outro método é o *controlo vectorial*, em que o controlo se exerce sobre as componentes do vector representativo da variável num sistema de eixos de referência escolhido.

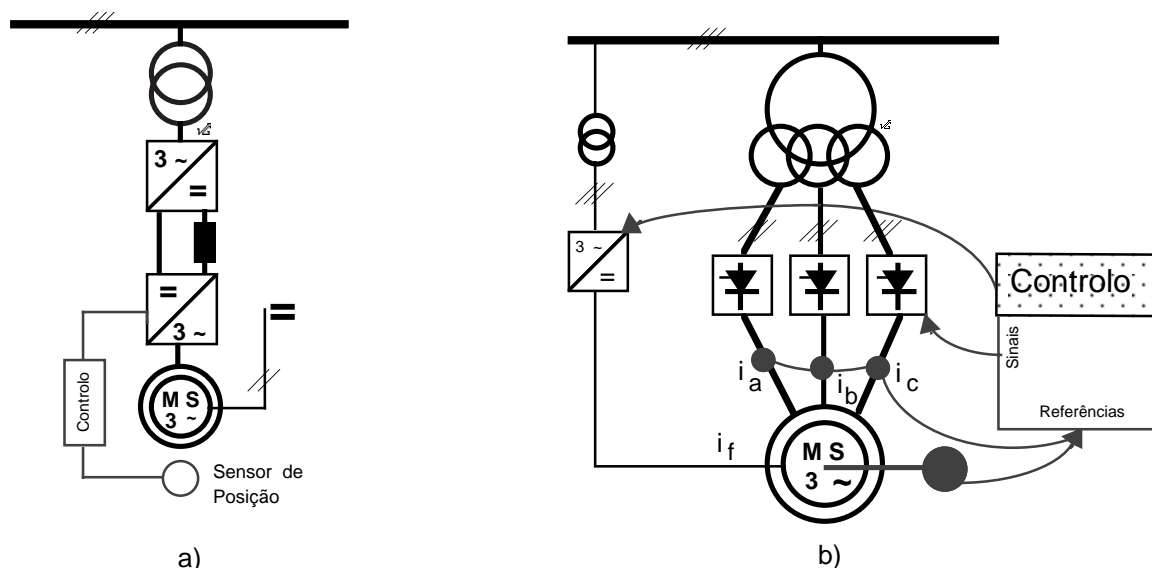


Fig. 1.27 – Esquemas para as estratégias de controlo do motor síncrono trifásico [MVG-1]

O exemplo mais conhecido de controlo escalar do motor síncrono trifásico é o princípio do motor síncrono auto-controlado, que, sumariamente, foi descrito em 3.3. O ângulo de disparo dos tiristores do inversor é controlado pelo sinal de realimentação colhido pelo sensor de posição do rotor, Fig. 1.27 a). Desta forma, alterando o valor da corrente eléctrica nas fases, i_a , i_b , i_c , altera-se o valor da componente i_q da corrente estatórica, e o binário desenvolvido na máquina, $T =$

$k(M_{af} \cdot I_f \cdot i_q)$.

O estudo do controlo vectorial do motor síncrono trifásico, é, habitualmente, feito com auxílio de um modelo simbólico para o máquina eléctrica. No entanto, é fácil passar do modelo no referencial **d-q** para um modelo simbólico, principalmente, para o modelo obtido com a utilização do Método dos Fasores Espaciais segundo um referencial com posição espacial escolhida, [MVG-1].

Naquela situação o controlo do binário do motor síncrono de pólos salientes pode ser feito actuando apenas nas componentes do vector da corrente eléctrica estatórica no referencial geral, $\{i_{sg}\} = \{i_{sdg}, i_{sqg}\}$. Este vector está relacionado com o vector das correntes nas fases através de expressões de transformação conhecidas, $\{i_{sdg}, i_{sqg}\} \blacklozenge \{i_a, i_b, i_c\}$, Fig. 1.27 b). Assim, o controlo do binário do motor síncrono é feito por actuação nas componentes do vector da variável controlada, mediante um conjunto de operações, de carácter matemático, efectuadas num sistema de controlo digital, envolvendo a utilização de microprocessadores potentes, do tipo microprocessador de sinal.

3.5 Instalação do Motor Síncrono Trifásico

A instalação eléctrica para um accionamento com motor síncrono trifásico está sujeita às mesmas normas de segurança e aos mesmos cuidados de montagem que os outros tipos de instalações eléctricas de força motriz. Existem apenas alguns pormenores importantes, que se devem ter em consideração.

Rede Eléctrica de Alimentação

A aplicação do motor síncrono trifásico em accionamentos de elevada potência obriga à utilização de motores alimentados em alta tensão (gama de 2 a 6,6 kV). Durante o funcionamento desse tipo de motor síncrono, ou de qualquer outro tipo, podem surgir regimes transitórios eléctricos que têm influência no comportamento da rede eléctrica; trata-se do aparecimento de sobretensões ou de sobreintensidades. Também, devido à alimentação do motor síncrono trifásico por conversores electrónicos de potência, são alteradas as formas de onda das grandezas eléctricas de alimentação, surgindo termos harmónicos, que interferem no comportamento de diversa aparelhagem eléctrica inserida nessa mesma rede de alimentação.

Todos estes problemas de funcionamento, com influência na rede de alimentação, devem ser cuidadosamente analisadas na fase de projecto da instalação, para nele se inserirem os sistemas de medida, de protecção, e de segurança global, convenientes.

Motor Síncrono Trifásico

A escolha de um determinado tipo de motor síncrono trifásico para uma aplicação específica não se encontra normalizada, sendo na maioria dos casos, uma opção baseada em conveniências de fabrico. Mesmo na gama das médias potências, em que, actualmente, é grande a variedade tipos de motores síncronos, não existem critérios absolutos para escolha do tipo de máquina a adoptar.

Mas, quanto aos aspectos de instalação existem alguns problemas relativos ao motor síncrono que merecem referência. A ligação do motor à rede eléctrica tem de ser feita atendendo ao tipo de arranque a utilizar. Desde a utilização de um autotransformador, à utilização de um arranque directo assíncrono até à utilização de um arranque por variação de frequência através de um conversor electrónico, todos estes sistemas provocam no momento do arranque regimes transitórios que é necessário prever. Assim, sobreintensidades de arranque, sobreintensidades de

restabelecimento de tensão, e as sobreintensidades de curto-circuito, podem provocar nos elementos da instalação do accionamento avarias motivadas por aquecimento ou por efeitos electrodinâmicos. Também sobretensões de manobra, de ligação ou de desligação, podem criar situações de funcionamento extremo para os isolantes da máquina eléctrica, ou para o isolamento de outros sistemas inseridos na instalação de accionamento.

A ligação do motor síncrono à carga mecânica, feita, normalmente, através de um redutor, exige especiais cuidados na escolha, na instalação e na manutenção desse órgão mecânico.

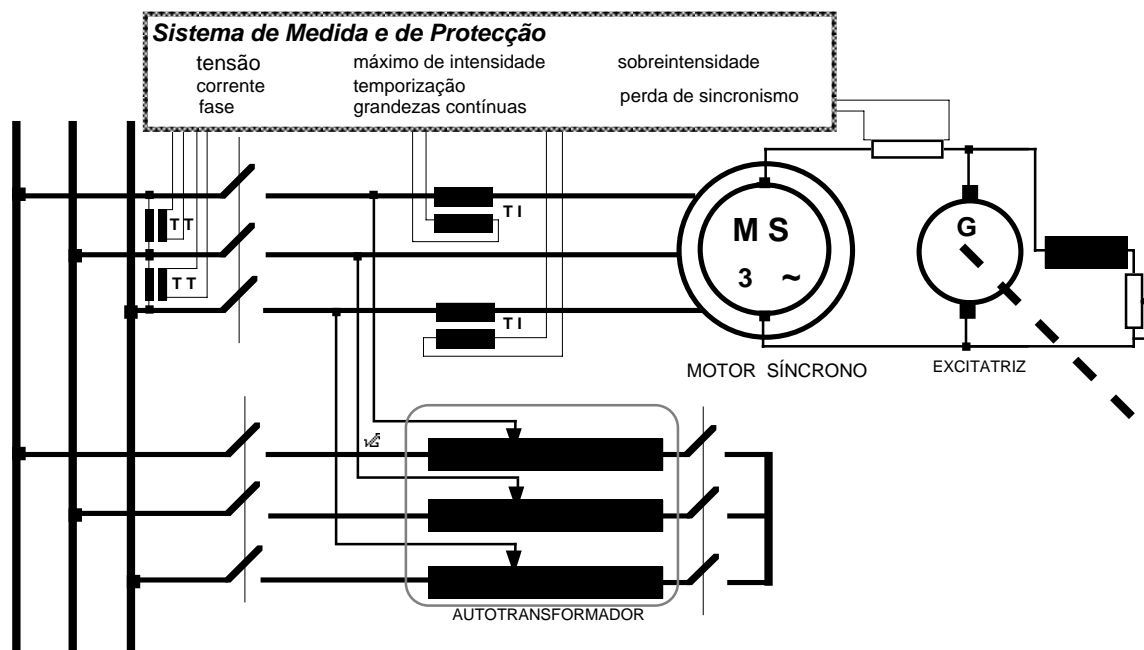


Fig. 1.28 – Esquema sumário de uma instalação para o motor síncrono trifásico com arranque por autotransformador

Os aspectos de instalação do motor síncrono têm de ser especialmente cuidados, através do projecto e de uma cuidadosa montagem, dos sistema de fixação, maciços, ou carris tensores, assim como na implementação no solo desses suportes. É de prevenir o aparecimento de vibrações mecânicas, da máquina eléctrica, ou do solo circundante.

Todo o dimensionamento de temporizações, ou a regulação das diversas grandezas de controlo, deverá ser feito de forma a assegurar um funcionamento suave do motor síncrono, e de todo o sistema de accionamento, para evitar o aparecimento de regimes transitórios eléctricos ou mecânicos, susceptíveis de provocarem a perda de estabilidade do funcionamento do motor.

Sistema de Medida

O sistema de medida deverá estar adaptado à potência do motor síncrono instalado e à capacidade global da instalação eléctrica do accionamento. Para motores de potência elevada é de prever a medida da tensão, corrente eléctrica e factor de potência na ligação à rede eléctrica da instalação do accionamento. Poderá existir a necessidade de medir as grandezas eléctricas contínuas, tensão e corrente eléctrica, do circuito de excitação, envolvendo, eventualmente, as grandezas eléctricas da excitatriz. Para o caso de instalações de accionamento na gama da baixa e média potência, não serão efectuadas algumas daquelas medidas.

Note-se que em sistemas mais modernos, e de maior potência, poderão estar instalados sensores para recolha automática dos dados referentes às grandezas eléctricas, para posterior tratamento digital.

Sistema de Protecção

Do estudo do funcionamento do motor síncrono trifásico pode-se concluir que nos diversos regimes e situações de funcionamento a corrente eléctrica absorvida pelo motor pode apresentar um comportamento sintomático desse regime. Assim é sobre a corrente eléctrica que actuam a maior parte dos elementos do sistema de protecção: máximo de intensidade, e sobreintensidade. Existem, também, protecções contra: falta de tensão alternada, falta de tensão e de corrente contínua, demora no arranque, perda do sincronismo, e colocação sob tensão directa, quando o arranque é feito por autotransformador ou por bobina de indutância.

Sistema de Controlo Global do Accionamento

Com o desenvolvimento de sistemas de controlo digital para instalações, ou para accionamentos, essencialmente baseados em autómatos programáveis, é possível controlar o comportamento do sistema de accionamento através da actuação num conjunto de parâmetros da instalação eléctrica criteriosamente escolhidos pelo sistema de controlo global, perante o comportamento das variáveis do sistema de accionamento.

Existe, assim, um sistema de recolha de dados, de tratamento desses dados dentro de regras estabelecidas pelo operador, e, também, existe um sistema de actuação nas grandezas de regulação do motor ou do conversor electrónico que lhe está associado.

É, por isso, fácil controlar o funcionamento de um sistema de accionamento com um motor síncrono trifásico dentro de uma estratégia conveniente: utilização racional de energia eléctrica, características de funcionamento adaptadas às necessidades da carga, e integração em sistemas amplos e inteligentes de controlo da produção industrial.

– MVG.92 –

Bibliografia

- [ADK-1] B. Adkins R. G. Harley; *The General Theory of Alternating Current Machines*, Chapman and Hall, 1975
- [AMS-1] Amândio Morim Silva; *Tratamento Analítico e Experimental de Protótipos de Motores de Relutância com Nova Geometria do Rotor*, FEUP, 1986
- [BAR-1] Philippe Barret; *Régimes Transitoires des Machines Tournantes Électriques*, Eyrolles, 1982
- [CAH-1] François Cahen; *Électrotechnique — tome 4: Machines Tournantes a Courants Alternatifs*, Gauthier Villars, 1964
- [CCC-1] Carlos Castro Carvalho; *Máquinas Síncronas*, FEUP, 1971
- [CCC-2] Carlos Castro Carvalho; *Complementos de Máquinas Eléctricas*, FEUP, 1985
- [CEI-34.4] Comissão Electrotécnica Internacional; *Recommandations pour les Machines Électriques Tournantes — Méthodes pour la Détermination à partir d'Essais des Grandeurs des Machines Synchrones*, 1985
- [CEI-34.10] Comissão Electrotécnica Internacional; *Machines Électriques Tournantes — Conventions Relatives à la Description des Machines Synchrones*, 1975
- [FIN-1] David Finney; *Variable Frequency AC Motor Drive Systems*, IEE, 1988
- [IEEE-86] Institute of Electrical and Electronics Engineers; *Standard Definitions of Basic Per-Unit Quantities for Alternating Current Machines*, 1975
- [IEEE-115] Institute of Electrical and Electronics Engineers; *Test Procedure for Synchronous Machines*, 1983
- [KRA-1] Paul C. Krause; *Analysis of Electric Machinery*, McGraw-Hill, 1986
- [MCB-1] Manuel Corrêa de Barros; *Método Simbólico para Estudo das Máquinas Eléctricas de Corrente Alternada*, Porto, 1947
- [SAR-1] M. Sarma; *Synchronous Machines*, Gordon & Breach, 1979
- [SAY-1] M. G. Say; *Alternating Current Machines*, Pitman, 1976
- [SME-1] Robert Smeaton; *Motor Application and Maintenance Handbook*, McGraw-Hill, 1969
- [YAM-1] Sakae Yamamura; *AC Motors for High-Performance Applications*, Marcel Dekker, 1986
- ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷ ÷
- [CAS-1] Carlos Araújo Sá; *Motores Síncronos Trifásicos – fundamentos para o estudo do seu funcionamento*, FEUP, 1991
- [CAS-2] Carlos Araújo Sá; *Determinação Experimental dos Parâmetros de Máquinas Eléctricas*, NEME-FEUP, 1992
- [CCC-3] Carlos Castro Carvalho; *Funcionamento a Tensão Constante da Máquina Síncrona de Pólos Salientes*, ENGENHARIA, nº 32, pp. 14–29, 1962
- [DOU-1] J. W. Dougherty S. H. Minnich; *Operational Inductances of Turbine Generators: Test Data versus Finite-Element Calculations*, IEEE paper 83 WM 188-0, 1983
- [GAR-1] Manuel S. Garrido L. Pierrat E. Djaeger; *Modelling of the Saturated Salient-Pole Synchronous Machine*, in Electrical and Power Systems Modelling and Simulation, pp. 125–128, IMACS, 1989
- [IEEE-CR1] Institute of Electrical and Electronics Engineers Committee Report; *Recommended Phasor Diagram for Synchronous Machines*, paper 69 TP 143-PWR, 1968
- [KAN-1] M. D. Kankam G. R. Slemon; *Time-Harmonic Analysis of Synchronous Motors*, IEEE paper T 74 209-3, 1974
- [LAW-1] P. J. Lawrenson; *Theory and Performance of Polyphase Reluctance Machines*, Proc. IEE, 11, (8), p. 1435–1445, 1964
- [MVG-1] Manuel Vaz Guedes; *O Motor Síncrono de Pólos Salientes sob Controlo Vectorial*, Caderno de Estudos de Máquinas Eléctricas, nº 3, pp. 5–17, Dezembro de 1991
- [MVG-2] Manuel Vaz Guedes; *Métodos de Integração Numérica para Simulação de Máquinas Eléctricas*, FEUP, 1986
- [MVG-3] Manuel Vaz Guedes; *Simulação Computacional da Máquina Síncrona em Coordenadas de Fase*, Caderno de Estudos de Máquinas Eléctricas, nº 2, pp. 4–18, Novembro de 1990
- [MVG-4] Manuel Vaz Guedes; *Corrente Alternada — Sistemas Polifásicos*, FEUP, 1991
- [PAR-1] R. H. Park; *Definition of an Ideal Synchronous Machine*, General Electric Revue, 31, (6), pp. 332-334, 1928

– MVG.92 –