

MOTOR SÍNCRONO TRIFÁSICO

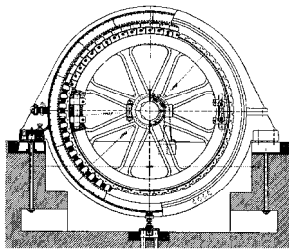
Regime Permanente Sinusoidal Simétrico

Manuel Vaz Guedes

FACULDADE de ENGENHARIA
UNIVERSIDADE do PORTO

O estudo do Motor Síncrono Trifásico é feito através da utilização de um modelo matemático.

**sistema
electromecânico de
conversão de energia**



motor síncrono trifásico

**modelo
matemático**

$$\begin{cases} \{\psi\} = [L] \cdot \{i\} \\ \{u\} = [R] \cdot \{i\} + p\{\psi\} \\ T_m = J \cdot p^2 \theta + D \cdot p\theta + T_{el} \end{cases}$$

**análise do
funcionamento**

regime permanente



regime transitório



comportamento dinâmico



Para que esse estudo tenha a sua forma mais geral, na Modelização do motor síncrono trifásico, aplicando os métodos da Teoria Generalizada das Máquinas Eléctricas, começou por se estabelecer um modelo em coordenadas de fase, considerando que as grandezas físicas variáveis no tempo tinham uma variação segundo qualquer lei, e que eram representadas pelo seu valor instantâneo (u , i , ψ).

•	$\{\psi\} = [L] \cdot \{i\}$		(1.14)
•	$u_a = R_a \cdot i_a - e_a = R_a \cdot i_a + p\psi_a$	$u_f = R_f \cdot i_f + p \cdot \psi_f$	
•	$u_b = R_b \cdot i_b - e_b = R_b \cdot i_b + p\psi_b$	$u_{Kd} = R_{Kd} \cdot i_{Kd} + p \cdot \psi_{Kd}$	
•	$u_c = R_c \cdot i_c - e_c = R_c \cdot i_c + p\psi_c$	$u_{Kq} = R_{Kq} \cdot i_{Kq} + p \cdot \psi_{Kq}$	(1.15)
	$T_{em} = (1/2) \cdot p \cdot \{i\}_T \cdot [dL/d\alpha_T] \cdot \{i\}$		(1.17)
•	$T_{em} = (J/p) \cdot (d\omega_T/dt) + D \cdot (\omega_T/p) + T_c$		(1.19)

Modelo em Coordenadas de Fase

Como o modelo em coordenadas de fase do motor síncrono trifásico apresenta algumas dificuldades de cálculo, principalmente sem a aplicação de métodos computacionais, promoveu-se a

transformação do modelo através da transformada de Park.

$$\begin{aligned} \bullet \quad \{\psi'\} &= [L'] \cdot \{i'\} & (1.26) \\ \bullet \quad u_d &= R_S \cdot i_d + p \cdot \psi_d - \omega_r \cdot \psi_q & u_f &= R_f \cdot i_f + p \cdot \psi_f \\ \bullet \quad u_q &= R_S \cdot i_q + p \cdot \psi_q + \omega_r \cdot \psi_d & u_{Kd} &= R_{Kd} \cdot i_{Kd} + p \cdot \psi_{Kd} \\ \bullet \quad u_o &= R_S \cdot i_o + p \cdot \psi_o & u_{Kq} &= R_{Kq} \cdot i_{Kq} + p \cdot \psi_{Kq} & (1.32) \end{aligned}$$

$$T_{em} = (3 \cdot p/2) \cdot ((L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q + M_{af} \cdot i_f \cdot i_q + (M_{aKd} \cdot i_{Kd} \cdot i_q - M_{aKq} \cdot i_{Kq} \cdot i_d))$$

$$T_{em} = (3 \cdot p/2) \cdot (\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d) = k \cdot (\psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d) \quad (1.36)$$

$$\bullet \quad T_{em} = (J/p) \cdot (d\omega_r/dt) + D \cdot (\omega_r/p) + T_c \quad (1.37)$$

Modelo de Park, referencial d - q

Com o modelo de Park do motor síncrono trifásico é possível fazer o estudo deste motor em qualquer situação, mesmo na situação mais simples de o motor se encontrar num regime de funcionamento permanente com as grandezas físicas a variarem segundo um lei sinusoidal e com uma velocidade constante correspondente à velocidade de sincronismo — *regime permanente sinusoidal síncrono*.

1.1 O Regime Permanente Sinusoidal Síncrono

O regime permanente sinusoidal é caracterizado pelas tensões de alimentação do motor constituírem um sistema trifásico simétrico de tensões com variação sinusoidal no tempo.

Nessa situação o motor eléctrico funcionará num *regime síncrono*.

Devido às suas características construtivas, o rotor do motor síncrono trifásico rodará à velocidade de sincronismo $\omega_r = p \cdot \omega_s$, que tem um valor numericamente igual ao da pulsação do sistema de tensões de alimentação,

$$f = p \cdot n \rightarrow 2\pi f = p \cdot 2\pi \cdot n \rightarrow \omega = p \omega_s$$

$$\omega_r = d\alpha_r/dt = p \cdot (d\theta/dt) = p \cdot \omega_s \quad \therefore \quad \omega_r = \omega$$

o ângulo eléctrico de posição do rotor é dado por $\alpha_r = \omega t + \alpha_o$.

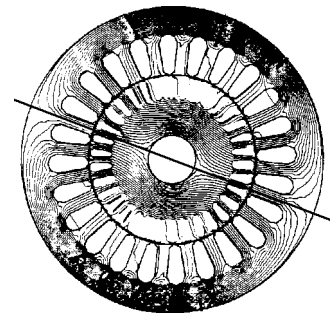
Na máquina real o sistema de tensões e o sistema de correntes eléctricas de alimentação têm a forma de um sistema trifásico simétrico:

$$\begin{aligned} u_a &= \sqrt{2} \cdot U \cos(\omega t) & i_a &= \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega t - \varphi) \\ u_b &= \sqrt{2} \cdot U \cos(\omega t - (2\pi/3)) & i_b &= \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega t - \varphi - (2\pi/3)) \\ u_c &= \sqrt{2} \cdot U \cos(\omega t + (2\pi/3)) & i_c &= \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega t - \varphi + (2\pi/3)) \end{aligned} \quad (1.52)$$

Uma consequência imediata deste tipo de alimentação do motor é que o sistema trifásico de intensidade de corrente eléctrica de carga na máquina ao passar no enrolamento estatórico do motor síncrono trifásico (três bobinas concentradas de fase esfasadas de $2\pi/3$ rad elect) cria um *campo magnético de reacção do induzido* que é um *campo magnético girante*.

Como as correntes eléctricas que criam o campo magnético têm uma frequência f que é a frequência correspondente à velocidade de sincronismo ($f = p \cdot n \rightarrow 2\pi f = p \cdot 2\pi \cdot n \rightarrow$

$\rightarrow \omega = p \omega_s$), o campo magnético girante de reacção do induzido terá uma velocidade angular igual à velocidade de sincronismo ω_s , ou seja igual à velocidade de rotação dos



pólos indutores do campo magnético de excitação ω_r . Considera-se que a linha dos pólos do campo magnético girante define o eixo magnético do campo de reacção do induzido.

No modelo **d-q** o sistema de grandezas eléctricas de alimentação — com componentes directa, inversa e homopolar — resulta da aplicação da transformada de Park (1.22) ao sistema de grandezas de fase (1.52):

$$\begin{aligned} u_d &= U_d = \sqrt{2} \cdot U \cos(\alpha_0) & i_d &= I_d = \sqrt{2} \cdot I \cos(\alpha_0 + \varphi) \\ u_q &= U_q = \sqrt{2} \cdot U \sin(\alpha_0) & i_q &= I_q = \sqrt{2} \cdot I \sin(\alpha_0 + \varphi) \\ u_0 &= U_0 = 0 & i_0 &= I_0 = 0 \end{aligned} \quad (1.53)$$

O resultado importante desta transformação das grandezas de alimentação é:

- o valor das grandezas transformadas (que no domínio das coordenadas de fase tinham variação sinusoidal no tempo) é constante ($u_d = U_d$; $i_d = I_d$; ...);
- o valor da amplitude das tensões e das correntes eléctricas transformadas (U_d e U_q) e (I_d e I_q) corresponde ao valor máximo das tensões de fase e ao valor máximo das correntes de fase, porque de (1.53) resulta: $(\sqrt{2} \cdot U)^2 = (U_d^2 + U_q^2)$ e $(\sqrt{2} \cdot I)^2 = (I_d^2 + I_q^2)$;

{basta elevar u_d e u_q , ou i_d e i_q , ao quadrado e efectuar a sua soma}
- não existe a componente homopolar das grandezas eléctricas.

A aplicação da transformada de Park ao fluxo magnético totalizado, conduz ao mesmo resultado: as grandezas segundo o eixo longitudinal ψ_d e segundo o eixo transversal ψ_q são constantes.

Como o regime de funcionamento do motor síncrono trifásico é caracterizado por a máquina ter uma velocidade constante — que é a velocidade de sincronismo ω_s — não há variação do fluxo magnético nos condutores do enrolamento amortecedor, porque estes têm a mesma velocidade de deslocamento angular que o campo magnético de reacção do induzido, e, desta forma, não existem forças electromotrizes induzidas nos condutores e não circulam correntes eléctricas nos amortecedores $i_{\mathcal{K}d} = i_{\mathcal{K}q} = 0$.

{por isso não irão surgir situações próprias de um *regime assíncrono*}

1.1.1 As Equações Fundamentais — em regime permanente sinusoidal simétrico

Nas condições de estudo estabelecidas para a modelização do motor síncrono trifásico, estabeleceram-se as implicações imediatas do regime de funcionamento ser permanente e sinusoidal. Como resultado dessas implicações, as equações fundamentais que regem o funcionamento da máquina eléctrica — *magnética* e *eléctrica* — terão uma forma própria para este regime.

No referencial **d-q** — e atendendo a que o regime é permanente, sinusoidal, e síncrono — os fluxos magnéticos têm um valor constante e a *equação magnética* (1.26), para o motor síncrono trifásico em regime permanente é:

$$\begin{aligned} \psi_d &= L_d \cdot i_d + M_{af} \cdot i_f \\ \psi_q &= L_q \cdot i_q \\ \psi_f &= (3/2) \cdot M_{af} \cdot i_d + L_f \cdot i_f \end{aligned} \quad (1.54)$$

Como as derivadas, em ordem ao tempo, do fluxo totalizado segundo o eixo longitudinal e segundo o eixo transversal são nulas, porque têm um valor constante os fluxos magnéticos totalizados ψ_d e

ψ_Q , as equações eléctricas para o motor síncrono trifásico (1.32) em regime permanente sinusoidal e síncrono são:

$$\begin{aligned} u_d &= U_d = R_S \cdot i_d - \omega \cdot \psi_Q \\ u_Q &= U_Q = R_S \cdot i_Q + \omega \cdot \psi_d \\ u_f &= U_f = R_f \cdot i_f \end{aligned} \quad (1.55)$$

A tensão de alimentação do circuito eléctrico indutor \mathbf{f} é contínua e constante, U_f , assim como é constante a corrente eléctrica que nele circula, $i_f = I_f$.

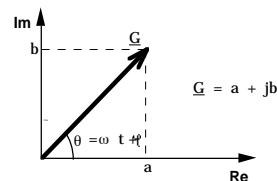
A equações fundamentais — eléctrica e magnética — formando o conjunto de equações, (1.54) e (1.55), permitem estudar *o regime de funcionamento permanente sinusoidal síncrono* do motor síncrono trifásico.

Grandezas Sinusoidais

As grandezas alternadas sinusoidais podem ser representadas de diversas formas, conforme a conveniência do estudo que está a ser feito e dos meios de cálculo disponíveis.

Representação Matemática — $g = \sqrt{2} \cdot G \cos(\omega t + \varphi)$ — Neste tipo de representação utiliza-se uma função matemática para expressar o comportamento da grandeza eléctrica. É o tipo de representação utilizado para caracterizar o valor instantâneo de uma grandeza.

Representação Simbólica — É um tipo de representação das grandezas alternadas sinusoidais em que se utilizam números complexos. Uma grandeza é representada por um número complexo \underline{G} formado por uma parte real, a , e por uma parte imaginária, b , afectada pelo operador $j = \sqrt{-1}$; assim $\underline{G} = a + jb$.



O operador $j = \sqrt{-1}$ é caracterizado por promover uma rotação de $\pi/2$ rad no sentido directo, ou trigonométrico, quando é aplicado a um fasor. Verifica-se que $j^2 = -1$, $j^3 = -j$, $j^4 = 1$.

Baseado no teorema de Euler, $e^{j\beta} = \exp(j\beta) = \cos \beta + j \operatorname{sen} \beta$, que é uma propriedade da função exponencial no domínio complexo, é possível representar uma grandeza alternada sinusoidal com números complexos.

$$\underline{G} = G e^{j\theta} = G \exp(j\theta) = G (\cos \theta + j \operatorname{sen} \theta) = G \cdot \cos \theta + jG \cdot \operatorname{sen} \theta = a + jb$$

Atendendo à correspondência expressa, verifica-se que:

$$a = G \cdot \cos \theta \quad e \quad b = G \cdot \operatorname{sen} \theta$$

Atendendo à figura, também se verifica que

$$\theta = \arctg (b/a) \quad e \quad G = \sqrt{(a^2 + b^2)}$$

Para evitar a escrita frequente da função exponencial pode utilizar-se para a representação simbólica das grandezas alternadas sinusoidais uma notação devida a Arthur E. Kenelly (1894): $\underline{G} = G \angle \theta$.

O valor instantâneo de uma grandeza alternada sinusoidal obtém-se, tomando o produto por $\sqrt{2}$ da parte real do fasor alternado $G \cdot \exp(j(\omega t + \varphi))$, quando a variação da grandeza é em *coseno* $g(t) = \sqrt{2} \cdot \operatorname{Re}(G \cdot \exp(j(\omega t + \varphi))) = \sqrt{2} \cdot G \cdot \cos(\omega t + \varphi)$. A grandeza sinusoidal é representada pelo *fasor* $\underline{G} = G \cdot \exp(j\varphi) = G \angle \varphi$.

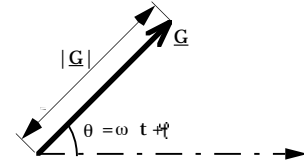
A *derivação* em cálculo simbólico traduzir-se-á na multiplicação do fasor representativo da grandeza por $j\omega$, ou seja, em multiplicar a grandeza por ω e esfásá-la de $\pi/2$ no sentido trigonométrico, *avanço*.

Representação Fasorial — No estudo dos sistemas eléctricos de corrente alternada utiliza-se frequentemente a representação fasorial das grandezas

eléctricas. Trata-se de uma representação geométrica, na forma polar, que a cada grandeza faz corresponder um *fasor* caracterizado por um módulo, igual ao valor eficaz da grandeza, $|\underline{G}| = G$, a uma dada escala, e uma direcção relativamente a um eixo origem, igual ao ângulo de fase, $\angle \underline{G} = \theta = \omega t + \varphi$. O ângulo de fase é medido no sentido directo ou trigonométrico (anti-horário).

Neste tipo de representação as diferentes operações aritméticas sobre as grandezas alternadas sinusoidais traduzem-se por operações geométricas sobre os fasores representativos das diferentes grandezas, resultando um *diagrama fasorial*.

No trabalho com grandezas alternadas sinusoidais ocorre frequentemente a associação das duas representações, fasorial e simbólica, sobre o nome de *fasor*.



Atendendo às propriedades das grandezas com variação sinusoidal no tempo e à sua representação simbólica, resulta que no modelo d-q do motor síncrono trifásico, algumas grandezas físicas, como a tensão, a intensidade de corrente e o fluxo totalizado, são representadas por valores constantes. Como a velocidade de rotação da máquina ω_r tem o mesmo valor numérico da pulsação das grandezas sinusoidais, resulta que na equação eléctrica o produto da velocidade pelo fluxo totalizado $\omega \cdot \psi_q$ se traduz pelo produto da pulsação pelo produto de uma indutância por uma corrente $\omega \cdot (L_q \cdot i_q)$. Mas o produto de uma pulsação por uma indutância é uma reactância. Assim irão surgir nas equações do modelo d-q a *reactância síncrona longitudinal* $X_d = \omega \cdot L_d$ e a *reactância síncrona transversal*, $X_q = \omega \cdot L_q$.

A equação eléctrica para o modelo d-q de um motor síncrono trifásico em regime permanente sinusoidal síncrono é formada pelo conjunto das três equações algébricas:

$$\begin{aligned} u_d &= U_d = R_s \cdot i_d - \omega \cdot (L_q \cdot i_q) = R_s \cdot i_d - X_q \cdot i_q \\ u_q &= U_q = R_s \cdot i_q + \omega \cdot (L_d \cdot i_d + M_{af} \cdot i_f) = R_s \cdot i_q + X_d \cdot i_d + \omega \cdot M_{af} \cdot i_f = R_s \cdot i_q + X_d \cdot i_d + \sqrt{2} \cdot E_o \\ u_f &= U_f = R_f \cdot i_f = R_f \cdot I_f \end{aligned} \quad (1.56)$$

Note-se que quando a máquina funciona *em vazio*, dentro das condições de estudo estabelecidas para dedução do modelo de Park no referencial **d-q**, as correntes eléctricas estatóricas são nulas ($i_d = i_q = 0$) e $u_q = U_q = \omega \cdot M_{af} \cdot i_f = \sqrt{2} \cdot E_o(i_f)$, em que $\sqrt{2} \cdot E_o(i_f)$ é o valor máximo da força electromotriz em vazio, (considerando que não existe saturação) e $E_o(i_f)$ é a expressão da variação linear da força electromotriz com a corrente de excitação, $i_f = I_f$.

Ficaram assim estabelecidas as equações eléctricas do modelo d-q do motor síncrono trifásico. Trabalhando com este modelo os resultados estariam definidos no domínio da transformação, isto é no domínio deste modelo fictício, e haveria que os converter para coordenadas de fase para conhecermos os valores das grandezas físicas características da máquina eléctrica no domínio da rede eléctrica, isto é no domínio da realidade. Havia que utilizar a transformada inversa de Park para efectuar tal conversão.

Considerando que a posição do eixo **a** do referencial de fases coincide com o eixo rotórico **d**, no instante inicial, $t = 0$:

$$\{i_{abc}\} = [C_p]^{-1} \cdot \{i_{dqo}\}$$

em que $[C_p]^{-1}$ é a matriz de transformação inversa de Park:

$$[C_p]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_r & -\text{sen } \alpha_r & 1 \\ \cos(\alpha_r - 2\pi/3) & -\text{sen}(\alpha_r - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\alpha_r + 2\pi/3) & -\text{sen}(\alpha_r + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix}$$

Para uma das fases, por exemplo a, dado que a máquina é simétrica, resulta:

$$\begin{aligned} i_a &= i_d \cdot \cos \alpha_r - i_q \cdot \sin \alpha_r = i_d \cdot \cos (\omega t + \alpha_0) - i_q \cdot \sin (\omega t + \alpha_0) \\ i_a &= \sqrt{2} \cdot I \cos(\omega t - \varphi) = i_d \cdot \cos (\omega t + \alpha_0) + i_q \cdot \cos (\omega t + \alpha_0 + \pi/2) \end{aligned} \quad (1.57)$$

Como i_d e i_q são valores máximos, os respectivos valores eficazes são: $I_{def} = i_d/\sqrt{2}$, e $I_{qef} = i_q/\sqrt{2}$.

Atendendo à representação de uma grandeza com variação sinusoidal por uma grandeza complexa, ou, por um fasor temporal, [MVG-4], e considerando que no espaço **Re-Im** o eixo **d** coincide com o eixo Real, (**d** = Re), e o eixo **q** coincide com o eixo Imaginário, (**q** = Im), resulta que:

$$\underline{I} = I_{def} + jI_{qef} = \underline{I}_d + \underline{I}_q \quad (1.58)$$

em que \underline{I} é um fasor genérico das correntes eléctricas numa fase do estator, que serve de referência, com um valor eficaz igual ao seu módulo $I = |\underline{I}|$, e

$$\underline{U} = U_{def} + jU_{qef} = \underline{U}_d + \underline{U}_q.$$

A força electromotriz em vazio, será dada por $\omega \cdot M_{af} \cdot i_f = \sqrt{2} \cdot E_{0ef}(I_f)$. Atendendo a que a força electromotriz é uma grandeza que se desenvolve segundo o eixo em quadratura **q**, $\underline{E}_0 = j E_{0ef}$.

Da equação (1.56) podem-se retirar as expressões:

$$\begin{aligned} U_{def} &= R_s \cdot I_{def} - X_q \cdot I_{qef} \\ U_{qef} &= R_s \cdot I_{qef} + X_d \cdot I_{def} + E_0(I_f) \end{aligned} \quad (1.59)$$

atendendo a que $\underline{U} = \underline{U}_d + \underline{U}_q = U_{def} + jU_{qef}$, resulta:

$$\begin{aligned} \underline{U} &= U_{def} + jU_{qef} = (R_s \cdot I_{def} - X_q \cdot I_{qef}) + j(R_s \cdot I_{qef} + X_d \cdot I_{def} + E_0(I_f)) \\ \underline{U} &= R_s \cdot (I_{def} + jI_{qef}) + \underline{E}_0(I_f) + jX_d \cdot I_{def} - X_q \cdot I_{qef} \end{aligned}$$

atendendo a (1.58), em que $I_{def} = \underline{I}_d$, e $jI_{qef} = \underline{I}_q$, ou $I_{qef} = -j \underline{I}_q$,

$$\underline{U} = R_s \cdot (I_{def} + jI_{qef}) + \underline{E}_0(I_f) + jX_d \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q$$

ou

$$\underline{U} = R_s \cdot \underline{I} + \underline{E}_0(I_f) + jX_d \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q \quad (1.60)$$

A equação (1.60),

$$\underline{U} = R_s \cdot \underline{I} + \underline{E}_0(I_f) + jX_d \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q,$$

conhecida da *Teoria Clássica das Máquinas Eléctricas*, [CCC-3] [CAH-1], representa sob a forma matemática a teoria de Blondel (1899), retomada por Doherty e Nickle (1928), sobre a decomposição do fluxo magnético de reacção do induzido nas máquinas síncronas: *a teoria das duas reacções*. Segundo essa teoria o fluxo magnético de reacção do induzido de uma máquina síncrona de pólos salientes, considerado proporcional à força magnetomotriz, decompõe-se segundo duas direcções: a direcção longitudinal ou a direcção do eixo polar (**d**), e a direcção transversal ou a direcção do eixo interpolar (**q**).

adicionando e subtraindo $jX_q \cdot \underline{I}_d$, ao segundo membro da expressão (1.60) dá-se-lhe uma outra forma mais conveniente,

$$\begin{aligned} \underline{U} &= R_s \cdot (I_{def} + jI_{qef}) + \underline{E}_0(I_f) + (jX_d \cdot \underline{I}_d - jX_q \cdot \underline{I}_d) + (jX_q \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q) \\ \underline{U} &= R_s \cdot (I_{def} + jI_{qef}) + \underline{E}_0(I_f) + j(X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot (\underline{I}_d + \underline{I}_q) \end{aligned}$$

$$\underline{U} = R_s \cdot \underline{I} + jX_q \cdot \underline{I} + j(X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d + \underline{E}_0(I_f) \quad (1.61)$$

A equação fasorial (1.60), ou (1.61), representa a equação eléctrica para uma fase do motor síncrono trifásico em regime permanente sinusoidal simétrico e síncrono.

Exemplo_A.1

Uma máquina eléctrica síncrona, trifásica, bipolar, de entreferro constante, funciona em regime permanente simétrico, com um factor de potência indutivo. Os valores fasoriais da tensão de alimentação e da corrente de carga são \underline{U} e \underline{I} .

É válida a relação $\sqrt{2}\underline{U} = U_d + jU_q$ e $\sqrt{2}\underline{I} = I_d + jI_q$.

- 1) –Determina-se a equação de tensão para uma fase do motor atendendo a que a equação de tensão para uma fase de um motor de pólos salientes é:

$$\underline{U} = R_s \cdot (I_{def} + jI_{qef}) + \underline{E}_0 + jX_d \cdot I_d + jX_q \cdot I_q$$

Somando e subtraindo $jX_q I_d$, resulta

$$\underline{U} = R_s \cdot \underline{I} + jX_q \cdot \underline{I} + j(X_d - X_q) \cdot I_d + \underline{E}_0$$

Como a máquina é de indutor cilíndrico (entreferro uniforme) é $X_d = X_q = X_s$

$$\text{A equação de tensão é: } \underline{U} = R_s \cdot \underline{I} + jX_s \cdot \underline{I} + \underline{E}_0$$

1.1.2 Comentário

Na Modelização de uma máquina eléctrica, como o motor síncrono trifásico, começam por se estabelecer as condições de estudo, que têm um carácter geral. Quando a máquina está a funcionar num determinado regime, como o regime permanente sinusoidal síncrono, resultam algumas características específicas, como as que foram encontradas no estudo anterior:

- o regime de funcionamento é síncrono — o que implica que o valor da velocidade de rotação coincide com o valor da pulsação das grandezas alternadas sinusoidais;
- são constantes as grandezas físicas eléctricas e magnéticas características do modelo d-q do motor síncrono trifásico;
- a substituição desses valores na equação eléctrica leva à definição de reactâncias síncronas;
- a equação eléctrica é representada por três equações algébricas — uma segundo o eixo directo, outra segundo o eixo em quadratura e outra para o circuito indutor.

Mas estas equações eléctricas referem-se a um modelo fictício — o modelo da máquina no referencial d-q — enquanto que o que interessa conhecer são os valores assumidos pelas grandezas durante o funcionamento da máquina real ligada a uma rede eléctrica real.

Par obter as equações eléctricas da máquina no referencial de coordenadas de fase, ou seja nos valores característicos da rede eléctrica real, recorre-se à Transformada Inversa de Park. Mas, considera-se apenas a equação para uma fase genérica. Como se considerou a máquina simétrica, a máquina trifásica pode ser representada apenas por uma fase, ligando os resultados finais aos valores do sistema trifásico de alimentação.

O resultado é uma equação fasorial (1.60) que permite efectuar o estudo da máquina eléctrica. Tal equação na forma apresentada em (1.60) ou na forma apresentada em (1.61) coincide que com a equação que se obtém no estudo da Máquina Síncrona [CCC-1], segundo a Teoria Clássica da Máquinas de Corrente Alternada e considerando a hipótese de Blondel. {Só que o modelo obtido através dessa teoria apenas permite o estudo do motor síncrono em regime permanente sinusoidal e simétrico.}

Em 1899, A. Blondel propôs-se (tradução livre) “tratar o problema da reacção do induzido de uma forma mais completa, se bem que aproximada, para o caso

dos alternadores polifásicos igualmente carregados nos diferentes circuitos” {regime simétrico}, e supondo, como era hábito, “que as forças electromotrizs e as correntes seguiam sensivelmente a lei harmónica” {regime sinusoidal}.

“Se se desprezarem as pequenas pulsações do fluxo de reacção do induzido, esse fluxo é sensivelmente constante e fixo no espaço se se supuserem os indutores fixos. Uma parte fecha-se através dos indutores e o resto pelas peças polares; chamarei à primeira *fluxo directo*, e à segunda *fluxo transversal*.”
... “O fundamento muito simples do meu método é a proposição seguinte: *para*

todo o esfasamento intermediário φ a reacção do induzido pode ser considerada como a resultante duma reacção directa devida à corrente reactiva e duma reacção transversal devida à corrente activa”

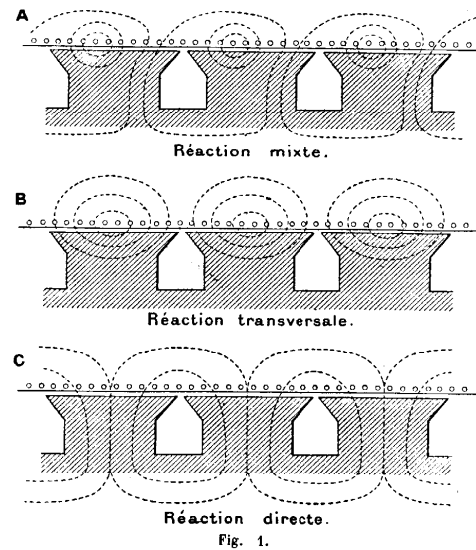


Fig. 1.

Começou-se, assim, a considerar a acção suplementar da componente activa da corrente eléctrica, ficando a equação da máquina com a forma:

$$\underline{U} = \underline{E} + R \cdot \underline{I} + j\omega l_{\sigma} \cdot \underline{I} + j\omega \lambda_d \cdot \underline{I} \cdot \text{sen } \varphi + j\omega \lambda_q \cdot \underline{I} \cdot \text{cos } \varphi$$

como se pode considerar a (intensidade da) corrente total decomposta na suas componentes e ligando as acções de cada uma das reacções

(tal que $L_d = l_{\sigma} + \lambda_d$, e $L_q = l_{\sigma} + \lambda_q$) resulta que:

$$\underline{U} = \underline{E} + R \cdot \underline{I} + j\omega L_d \cdot \underline{I} \cdot \text{sen } \varphi + j\omega L_q \cdot \underline{I} \cdot \text{cos } \varphi$$

$$\underline{U} = \underline{E} + R \cdot \underline{I} + jX_d \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q$$

Na teoria de Blondel (1899), retomada por Doherty e Nickle (1928), sobre a decomposição do fluxo magnético de reacção do induzido nas máquinas síncronas — *a teoria das duas reacções* — as duas componentes do campo magnético de reacção do induzido da máquina síncrona trifásica traduz-se no funcionamento em carga da máquina por duas quedas de tensão reactivas: $jX_d \cdot \underline{I}_d$ e $jX_q \cdot \underline{I}_q$. Desta forma, as duas componentes da reacção do induzido são substituídas por duas quedas de tensão nas reactâncias síncronas.

Note-se que, tal como nas condições de estudo estabelecidas em 1.1, em que se considerou que a máquina eléctrica é equilibrada, o circuito magnético tem propriedades lineares, e as grandezas eléctricas de alimentação são alternadas sinusoidais simétricas, nesta teoria, *das duas reacções*, também se fazem essas aproximações, e considera-se, também, que a distribuição do fluxo de reacção do induzido no entreferro é sinusoidal, desprezando-se, assim, o segundo termo harmónico da forma de onda espacial da força magnetomotriz de reacção do induzido, como foi considerado na definição dos parâmetros de modelização do motor síncrono trifásico apresentada em 1.3.2. Aí, as expressões das reactâncias eram:

$$X_d = \omega \cdot L_d = \omega \cdot ((3/2) \cdot (L_A + L_B) + l_{\sigma}); \quad \text{e} \quad X_q = \omega \cdot L_q = \omega \cdot ((3/2) \cdot (L_A - L_B) + l_{\sigma}).$$

A determinação daqueles dois parâmetros, a reactância síncrona longitudinal X_d e a reactância

síncrona transversal X_q , pode ser feita experimentalmente segundo as indicações e os métodos apresentados nas Normas para máquinas síncronas, [CEI-34.4] e [IEEE-115] {ver TLME_1}.

A equação fasorial (1.61) — $\underline{U} = R_s \cdot \underline{I} + jX_q \cdot \underline{I} + j(X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d + \underline{E}_o(I_f)$ — só na actualidade pode ser tratada facilmente através do cálculo computacional. No passado os métodos de resolução desta equação podiam ser simplesmente gráficos — *método fasorial*. No entanto este método, ao mostrar claramente a disposição dos diferentes fasores para a respectiva situação de funcionamento e ao mostrar a posição relativa desses fasores num *diagrama fasorial*, é extremamente claro, e por isso didáctico. Por tudo isso ainda hoje se utiliza a representação fasorial da equação eléctrica acompanhando o estudo do funcionamento do motor síncrono trifásico.

1.1.2 Diagrama Fasorial

Quando o motor síncrono trifásico funciona em regime permanente sinusoidal, e esse seu funcionamento pode ser representado pela equação (1.61), ou (1.60), uma forma de caracterizar o funcionamento do motor é através de um *diagrama fasorial*, que traduz a interrelação dos fasores daquelas equações, [CEI-34.10].

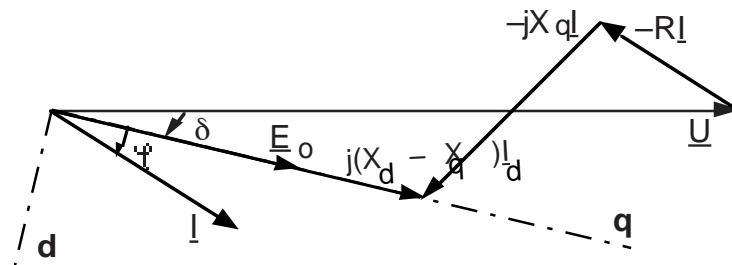


Fig. 1.13 – Diagrama fasorial para o motor síncrono trifásico (1.61)

Este é o diagrama fasorial que traduz a equação (1.61). Mas numa situação real de funcionamento não é conhecido o valor de \underline{E}_o (força electromotriz em vazio) e não se poderia construir o diagrama fasorial. Por isso há que recorrer a propriedades geométricas do diagrama fasorial para construir o diagrama referente a uma dada situação de funcionamento.

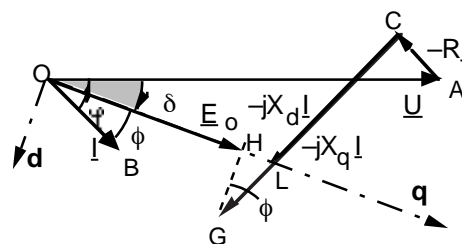
A construção do diagrama fasorial para uma fase de um motor síncrono trifásico de que se conhece a tensão de alimentação, a corrente eléctrica absorvida e o ângulo de esfasamento entre essas grandezas, faz-se atendendo às relações estabelecidas nas equações (1.60) e (1.61), [CCC-1] [IEEE-CR1].

Construção do diagrama fasorial $\underline{U} - R_s \cdot \underline{I} - jX_q \cdot \underline{I} - j(X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d = \underline{E}_o(I_f)$

conhecidos — $|\underline{U}|, |\underline{I}|, \varphi, R_s, X_d, X_q$

estabelecer uma escala para as tensões: $k_u = |\underline{U}| / (OA), [V/cm]$

verificar se é desprezável a queda de tensão óhmica $R_s \cdot |\underline{I}|$



desenhar o fasor representativo de $|\underline{U}| \div (OA)$ e da corrente eléctrica $(|\underline{I}| \div \varphi) \div (OB)$

adicionar fasorialmente, $-(R_s \cdot |I|) \div (AC)$ e, $-j(X_q \cdot |I|) \div (CL)$ atendendo a que é perpendicular ao fador (OB) representativo de I , porque é $j(X_q \cdot |I|)$.

✂ *fica definida a direcção de $\underline{E}_0(I_f)$, $\equiv (OL)$ que, também, coincide com a direcção do eixo q* em consequência fica definida a direcção do eixo d : em quadratura atraso relativamente a q , determinar as componentes da corrente: $I_d = I \cdot \sin \phi$, e $I_q = I \cdot \cos \phi$ com $\phi = \text{ang}(\underline{E}_0, I)$

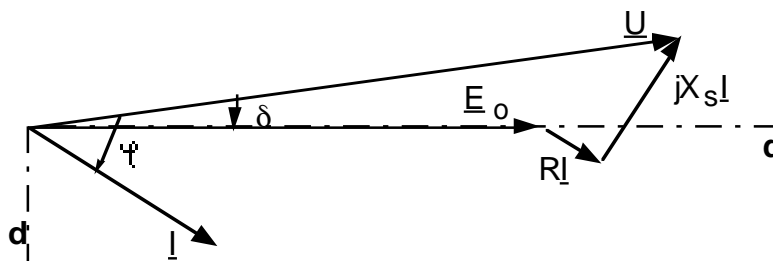
adicionar, em C, o fador $-j(X_d \cdot I) \div (CG)$, e projectar a sua extremidade G sobre a linha representativa da direcção (OL) da força electromotriz \underline{E}_0 , definindo o fador (LH) fica determinado o fador \underline{E}_0 , porque $j(X_d - X_q)I_d \div (LH) = (j(X_d - X_q) I \cdot \sin \phi)$ e o ângulo $\angle DGH$ é igual a ϕ , porque são ângulos de lados perpendiculares e do mesmo tipo.

marcar no diagrama os ângulos $\Psi = \text{ang}(AOB)$; $\phi = \text{ang}(LOB)$, $\delta = \text{ang}(AOH)$

Note-se que o valor da queda de tensão óhmica é sempre pequeno quando comparado com a queda de tensão nas reactâncias síncronas; por isso, os diagramas fasoriais apresentados estão distorcidos. Também, nos motores síncronos trifásicos com potência superior a 100 kW a queda de tensão óhmica é sempre desprezável face às quedas de tensão nas reactâncias síncronas. Daí, existir uma simplificação do diagrama fasorial para estas máquinas, $R_s \cdot I = 0$.

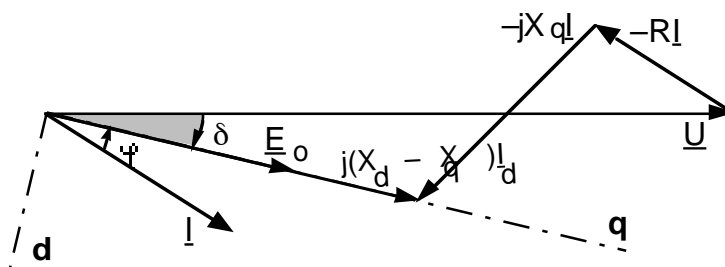
Exemplo_A.2

Uma máquina eléctrica síncrona, trifásica, bipolar, de entreferro constante, funciona em regime permanente simétrico, alimentando uma carga indutiva. A equação de tensão é: $\underline{U} = R_s \cdot I + jX_s \cdot I + \underline{E}_0$. Pode-se desenhar o respectivo diagrama fasorial (apenas representativo da equação):



1.2 O Ângulo de Carga δ

O ângulo eléctrico que traduz o esfasamento entre a tensão nos terminais da máquina e a força electromotriz interna designa-se por *ângulo de carga* da máquina (δ). {ver no digrama fasorial}



Quando o motor síncrono trifásico está a funcionar em vazio, o respectivo diagrama fasorial é caracterizado (1.61) por o fador da tensão nos terminais \underline{U} coincidir com o fador da força electromotriz em vazio \underline{E}_0 .

Quando o motor síncrono está em carga, ver figura 1.13, o respectivo diagrama fasorial é caracterizado por fasor da força electromotriz em vazio \underline{E}_0 fazer um ângulo δ com o fasor da tensão nos terminais \underline{U} : $\delta = (\angle \underline{U} - \angle \underline{E}_0)$. Desta forma um valor positivo do ângulo de carga indica que há um esfasamento em atraso da roda polar relativamente à sua posição em vazio, (num referencial síncrono).

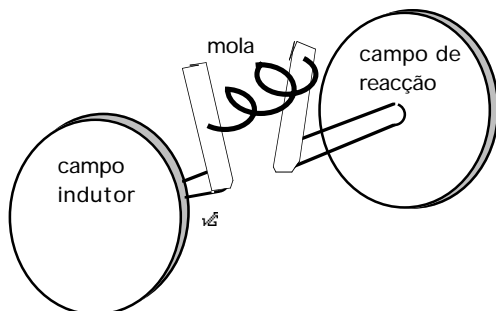
Pode-se considerar que o fasor da força electromotriz indica a posição do eixo do campo magnético indutor; e que o fasor da tensão indica a posição do eixo da força magnetomotriz do campo magnético de reacção do induzido.

Na passagem da situação de vazio para uma situação de carga há um movimento relativo entre os dois campos magnéticos, que se traduz pela variação do ângulo de posição entre eles (dada pela posição dos respectivos eixos) . Este movimento relativo entre o rotor e o estator traduz-se por dois aspectos importantes:

- é responsável por, em regime permanente, aparecer um esfasamento eléctrico entre o fasor da tensão e o fasor da força electromotriz em vazio;
- a existência do movimento relativo leva a que a velocidade do veio momentaneamente não seja constante, o que implica que a definição de máquina síncrona refere-se à constância da velocidade em regime permanente.

O ângulo de carga é uma grandeza muito importante no estudo das Máquinas Síncronas, mas a sua utilização resulta do estudo primordial no fim do século dezanove das máquinas síncronas com o método fasorial (diagrama fasorial).

O valor do ângulo de carga δ depende do binário que a máquina é solicitada a desenvolver. Assim, é



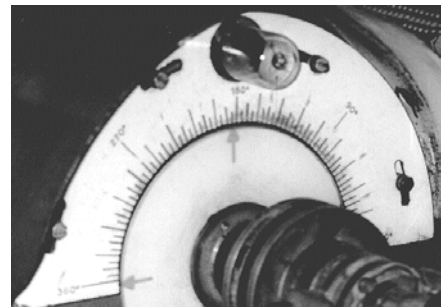
possível estabelecer uma analogia com uma mola que estaria ligada aos dois sistemas magnéticos do motor. {a mola exerce força tanto em compressão como em extensão e os discos têm um grande momento de inércia}. Conforme aumenta o binário aplicado ao rotor da máquina a mola distende e o ângulo aumenta, até um ponto a partir do qual o aumento do ângulo de carga se traduz por uma diminuição do binário desenvolvido pela máquina, ver à

frente a figura 1.14.

O valor do ângulo de carga pode ser determinado por ensaio com o auxílio de uma lâmpada estroboscópica ligada aos terminais do motor, [IEEE-115, §8.19.3]. Com este ensaio mede-se o deslocamento na posição do rotor, quando se altera o valor da carga de uma determinada potência, tensão de alimentação e factor de potência, para uma situação de vazio com a mesma tensão de alimentação. O ensaio é feito à frequência nominal.

Se num disco marcarmos uma seta, e a iluminarmos com uma lâmpada estroboscópica alimentada com uma tensão alternada com a frequência de sincronismo da máquina síncrona, a seta parecerá imóvel apontando para um ponto do espaço. Depois se se carregar a máquina síncrona, verifica-se que, mantendo as condições de iluminação, a seta desloca-se de um determinado ângulo, e é vista apontando agora noutra direcção.

Mede-se, como um comprimento de arco, a mudança de posição $\Delta\theta$ de um ponto do rotor entre as duas situações de carga. O ângulo de carga δ , expresso em radianos eléctricos, é determinado por $\delta = (\Delta\theta \cdot p/r)$; em que r é o raio rotórico do ponto em que $\Delta\theta$ foi medido.

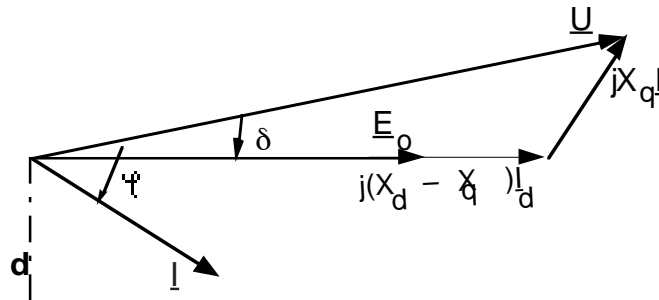


1.3 Potência Eléctrica e Binário

No estudo do motor síncrono trifásico em regime permanente sinusoidal simétrico recorrendo a um modelo matemático representado por uma equação fasorial

$$\underline{U} = R_S \cdot \underline{I} + jX_Q \cdot \underline{I} + j(X_D - X_Q) \cdot \underline{I}_D + \underline{E}_O(I_f)$$

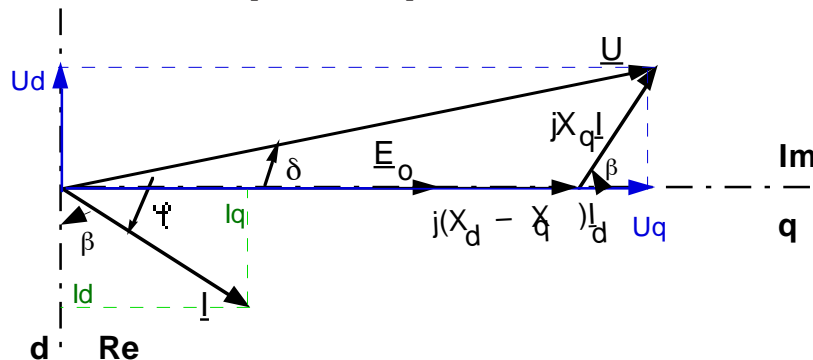
costuma desprezar-se a queda óhmica nos enrolamentos estatóricos do motor e representar-se a equação resultante por um diagrama fasorial.



Recorrendo ao diagrama fasorial pode-se determinar uma expressão para a potência activa P e para a potência reactiva Q , assim como para o binário electromagnético T_{em} , em função do ângulo de carga δ .

A potência aparente da máquina trifásica é expressa por $S = 3 \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ$.

Antes já se definiu que $\underline{U} = U_d + jU_q$ e $\underline{I} = I_d + jI_q$.



Retirando os valores de U_{def} e de U_{qef} , do diagrama fasorial, medindo o ângulo de carga no sentido de \underline{E}_O para \underline{U} , e sendo positivo o sentido trigonométrico, portanto neste caso $\delta > 0$, resulta:

$$\underline{U} = U_{def} + jU_{qef} = U \cdot \cos \delta + j U \cdot \sin \delta$$

Atendendo ao diagrama fasorial e utilizando as projecções dos fasores segundo os dois eixos, podem-se escrever duas equações algébricas:

$$U \cdot \cos \delta = E_0 + X_D \cdot I_D - X_Q \cdot I_D + X_Q \cdot I \cos \beta = E_0 + X_D I_D$$

$$U \cdot \sin \delta = 0 + X_Q \cdot I \sin \beta = X_Q \cdot I_Q$$

O que permite obter uma expressão para as correntes eléctricas:

$$I_D = (U \cdot \cos \delta - E_0) / X_D \qquad I_Q = (U \cdot \sin \delta) / X_Q$$

A expressão para a potência aparente total da máquina (trifásica) é:

$$\begin{aligned} S &= 3 \cdot \underline{U} \cdot \underline{I}^* = 3 \cdot (U_{def} + jU_{qef}) \cdot (I_{def} - jI_{qef}) = \\ &= 3(U_{def} \cdot I_{def} + U_{qef} \cdot I_{qef} + j(U_{qef} \cdot I_{def} - U_{def} \cdot I_{qef})) = P + jQ \end{aligned}$$

Nesta expressão, por substituição das grandezas eléctricas pelos valores acima determinados a partir do diagrama fasorial, podem-se determinar:

$$P = \frac{3 \cdot U \cdot E_0}{X_d} \operatorname{sen} \delta + \left(\frac{X_d - X_q}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \right) \cdot 3 \cdot U^2 \operatorname{sen} 2\delta \quad (1.62)$$

e

$$Q = \frac{3 \cdot U^2}{X_d} - \frac{3 \cdot U \cdot E_0}{X_d} \cos \delta + \left(\frac{X_d - X_q}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \right) \cdot 3 \cdot U^2 (1 - \cos 2\delta) \quad (1.63)$$

A análise da expressão da potência activa (1.62) permite salientar dois aspectos importantes para o funcionamento e a definição do tipo construtivo do motor síncrono trifásico:

- a expressão da potência activa mostra que quando não existe acção do circuito indutor da máquina e, portanto, a força electromotriz em vazio E_0 é nula, ainda existe a absorção de potência activa através do *efeito de relutância* magnética; salientado pela diferença das duas reactâncias síncronas, $X_d - X_q$. $P = ((X_d - X_q)/(2 \cdot X_d \cdot X_q)) \cdot 3 \cdot U^2 \cdot \operatorname{sen} 2\delta$.
- como motor eléctrico, interessa que o motor síncrono trifásico seja construído sob a forma de máquina de pólos salientes, e assim $X_d \neq X_q$. Se fosse construído um motor síncrono de entreferro constante, e se houvesse uma avaria no circuito indutor, com $i_f = 0$, a máquina eléctrica deixaria de absorver potência activa da rede e perderia o sincronismo.

A expressão do binário electromagnético da máquina, em regime permanente sinusoidal, obtém-se da expressão da potência activa absorvida pela máquina,

$$\omega_s \cdot T_{em} = P$$

$$T_{em} = \frac{3}{2 \cdot \pi \cdot n_s} \cdot \left(\frac{U \cdot E_0}{X_d} \operatorname{sen} \delta + \left(\frac{X_d - X_q}{2 \cdot X_d \cdot X_q} \right) \cdot U^2 \operatorname{sen} 2\delta \right) \quad (1.64)$$

Note-se que a potência activa absorvida pela máquina foi considerada como a potência eléctrica integralmente transformada, porque se desprezaram as perdas por efeito Joule nos circuitos do induzido da máquina, já que se desprezou a queda óhmica no circuito do induzido da máquina.

De acordo com a análise anteriormente efectuada para a expressão do binário, detectam-se (apenas!) duas componentes:

- o *binário de excitação* — resulta da interacção do campo magnético indutor e da corrente eléctrica que circula nos condutores do circuito do induzido;
- o *binário de relutância* — devido à anisotropia do circuito magnético de uma máquina síncrona de pólos salientes.

Atendendo à expressão do binário para o regime permanente sinusoidal simétrico verifica-se que sendo o campo magnético indutor constante (porque é criado por corrente contínua) e sendo nula a velocidade relativa entre o campo magnético e os condutores do estator (máquina parada) nestes não se induz força electromotriz, portanto a força electromotriz em vazio com a máquina parada é nula ($E_0 = 0$) e assim nesse momento não existe *binário de excitação* — $T_{el} = (3/(2 \cdot \pi \cdot n_s)) \cdot (U \cdot E_0 / X_d) \cdot \operatorname{sen}(\delta)$ — apesar de estar aplicada a tensão de alimentação U (*Problema do Arranque*).

Não surge a outra componente do binário — *binário assíncrono* — na expressão do binário porque o regime de funcionamento é permanente síncrono, e, por isso não há uma velocidade relativa entre o campo de reacção do induzido e os condutores do enrolamento amortecedor. Não existindo corrente eléctrica naqueles enrolamentos não surge a componente assíncrona do binário.

Pode-se verificar que sendo a tensão de alimentação constante, assim como a velocidade de rotação o seno do ângulo de carga ($\sin(\delta)$) é proporcional ao binário electromecânico: aumenta o ângulo de carga com o aumento do binário electromecânico promovido pelo aumento do binário resistente, dentro de certos limites.

Como a reactância síncrona transversal X_q é menor do que a reactância síncrona longitudinal X_d , o binário máximo $T(\delta)$ ocorre para um valor do ângulo de carga inferior a $\pi/2$ rad. elect..

É de notar que

- o binário de excitação atinge o seu máximo para $\delta = \pi/2$ rad elect.,
- enquanto que o binário de relutância atinge o máximo para $\delta = \pi/4$ rad. elect.,
- assim o binário do motor síncrono trifásico tem um valor máximo para valores do ângulo de carga: $\pi/4 < \delta < \pi/2$ rad. elect..

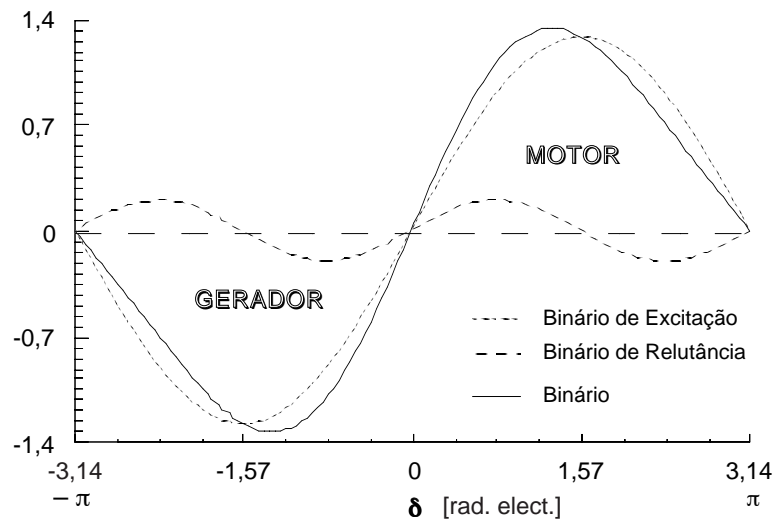


Fig. 1.14 – Curva característica do binário electromagnético em função do ângulo de carga (torque-angle curve)

Através de um estudo do gráfico da linha representativa da expressão (1.64) é possível determinar o valor do ângulo de carga δ , a que corresponde ao valor do binário máximo:

$$dT_{em}/d\delta = 0$$

$$\frac{dT_{em}}{d\delta} = \left(\left(2 \cdot U^2 \cdot \frac{X_d - X_q}{X_d \cdot X_q} \right) \cdot \cos^2 \delta + \left(\frac{U \cdot E_0}{X_d} \right) \cdot \cos \delta - \left(U^2 \cdot \frac{X_d - X_q}{X_d \cdot X_q} \right) \right) = 0$$

e

$$\cos \delta_{\max} = \frac{-E_0 \cdot X_q \pm \sqrt{(E_0 \cdot X_q)^2 + 8 \cdot U^2 \cdot (X_d - X_q)^2}}{4 \cdot U \cdot (X_d - X_q)} \quad (1.65)$$

Neste caso o ângulo correspondente ao valor da expressão para o sinal positivo (+) será o ângulo de carga correspondente ao binário electromagnético máximo. Esse valor do ângulo de carga constitui o **limite de estabilidade estática**, porque para valores de δ , entre 0 e δ_{\max} , a um aumento, muito lento, do binário de carga ocorre no motor um aumento do ângulo de carga o que se traduz por um aumento do binário motor, mantendo-se, assim, a estabilidade de funcionamento.

o **limite de estabilidade estática** — corresponde a uma situação de funcionamento a partir da qual o aumento do ângulo de carga acarreta um aumento do binário motor que se torna superior ao binário

resistente, a máquina acelera e aumentando a força electromotriz aumenta o ângulo de carga, acabando a máquina por perder o sincronismo — “*perder o passo*” —, situação com fortes implicações no sistema de protecção da instalação eléctrica.

Exemplo_B

Um motor síncrono trifásico 2,5 MW, 2,4 kV, tem uma resistência do circuito induzido de 0,12 Ω , uma reactância síncrona longitudinal de 1,7 Ω por fase e uma reactância síncrona transversal de 0,85 Ω por fase. Pretende-se conhecer a potência activa quando absorve a corrente nominal com um factor de potência unitário ($\cos\varphi = 1$).

A tensão nominal é $U = 2,4 \times 10^3/\sqrt{3} = 1385V$ e $I = 2,5 \cdot 10^6/\sqrt{3} \cdot 2,4 \cdot 10^3 = 602 A$

Podem-se determinar as reactâncias síncronas em valores relativos (pu):

$$x_d = Ix_d/U \quad x_d = 602 \times 1,7/1385 = 0,74 \quad x_q = Ix_q/U \quad x_q = 602 \times 0,85/1385 = 0,37$$

A equação da potência em valores relativos (pu) é:

$$p = 1,35 \cdot (e_o \cdot \sin\delta + 0,5 \cdot \sin 2\delta)$$

Do diagrama fasorial, ver fig. 1.15, atendendo a que $R_l = 0$ e $\varphi = 0$, retira-se $\tan\delta = I \cdot X_q/U$ e $e_o = U \cdot \cos\delta + ix_d \cdot \sin\delta$

Para o valor nominal da corrente eléctrica tiram-se em valores relativos $\tan\delta = 0,37$ e $\sin\delta = 0,347$ e $\sin 2\delta = 0,651$

A determinação de $e_o = 1 \cdot 0,938 + 1 \cdot 0,74 \cdot 0,347 = 1,20$

A potência consumida por fase expressa em valores relativos (pu)

$$p = 1,35 \cdot (1,2 \cdot 0,347 + 0,5 \cdot 0,651) = 1$$

1.4 Regiões de Funcionamento

No estudo do funcionamento do motor síncrono trifásico são importantes as diferentes formas que esse funcionamento assume, e que podem ser caracterizadas pelos elementos recolhidos do diagrama fasorial próprio de cada situação.

Sendo a máquina síncrona uma máquina eléctrica de *funcionamento reversível*, facilmente passa do funcionamento como motor eléctrico ao funcionamento como alternador; apenas é necessário que a carga mecânica desenvolva um binário de carga que passe a accionar a máquina síncrona.

Atendendo a que o motor síncrono está a funcionar em regime permanente sinusoidal simétrico, alimentado por um sistema trifásico simétrico de grandezas eléctricas, pode-se fazer o estudo do seu funcionamento considerando apenas uma fase da máquina, caracterizada pela respectiva equação fasorial de funcionamento (1.60) ou (1.61).

No estudo a efectuar pode-se caracterizar o funcionamento através de alguns parâmetros característicos. Como máquina eléctrica de corrente alternada, é importante caracterizar o factor de potência correspondente a um determinado funcionamento do motor síncrono trifásico.

Os diferentes valores que podem tomar os parâmetros característicos — potência activa, potência reactiva, ângulo de carga, factor de potência — alteráveis através da actuação sobre o binário de carga ou sobre a corrente de excitação definem um conjunto de quatro regiões de funcionamento possíveis (4 quadrantes) para esta máquina síncrona.

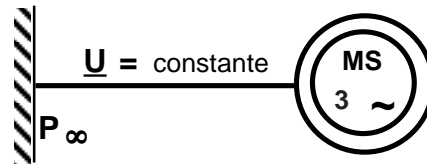
Não esquecer que na máquina síncrona:

- altera-se a potência activa actuando sobre o sistema mecânico ligado ao veio da máquina;

- altera-se a potência reactiva actuando na excitação da máquina síncrona.

• Funcionamento como Motor

Quando o motor síncrono funciona alimentado com uma tensão constante a partir de uma rede de “potência infinita” podem considerar-se duas situações características: o factor de potência é indutivo, ou o factor de potência é capacitivo.



$$\underline{U} = R_S \cdot \underline{I} + \underline{E}_O(I_f) + jX_d \cdot \underline{I}_d + jX_q \cdot \underline{I}_q \quad (1.60)$$

$$\underline{U} = R_S \cdot \underline{I} + jX_q \cdot \underline{I} + j(X_d - X_q) \cdot \underline{I}_d + \underline{E}_O(I_f) \quad (1.61)$$

Factor de Potência Unitário

O motor síncrono trifásico, como pode fornecer potência reactiva à rede de alimentação, pode ser utilizado de uma forma que não prejudica o factor de potência da instalação em que se encontra integrado.

Nessa situação é colocado a funcionar com um factor de potência unitário. Assim, é nulo o ângulo de esfasamento entre a corrente eléctrica na fase e a tensão de alimentação na fase $\psi = 0$ rad elect..

A posição relativa dos outros fasores está representada na figura 1.15, para o caso em que se despreza a queda de tensão óhmica.

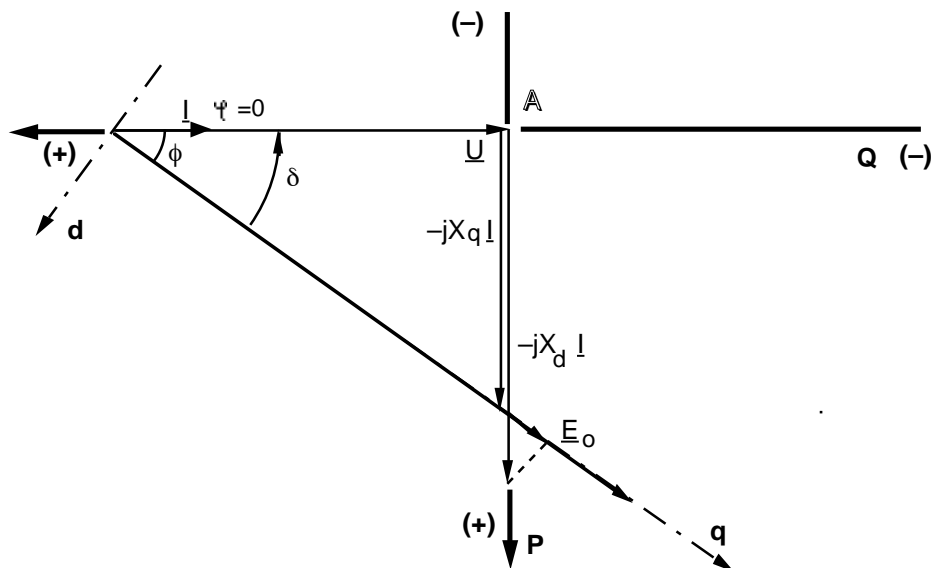


Fig. 1.15 – Diagrama fasorial para o funcionamento de um motor síncrono com factor de potência unitário

A partir do diagrama fasorial para a situação de funcionamento com o factor de potência unitário é possível estabelecer os eixos para a potência activa P e para a potência reactiva Q que a máquina troca com a rede eléctrica, dentro das convenções de estudo estabelecidas para o motor síncrono trifásico em 1.1, (a *potência eléctrica que entra no motor é positiva*). Como se considera que a potência consumida pela máquina é positiva, nesta situação de funcionamento ($\cos \psi = 1$), a máquina não absorve, nem fornece, potência reactiva $Q = 0$, e a

potência activa que absorve $P > 0$ o destina-se à conversão electromecânica de energia.

A posição dos eixos é dada, [CCC-3; §4.2], pelo direcção do fasor da tensão, em que o eixo da potência reactiva tem a mesma direcção do fasor da tensão da rede \underline{U} , e o eixo da potência activa tem uma direcção perpendicular, sendo a origem dos dois eixos definida pela extremidade do fasor da tensão, (ponto A). Estes eixos poderão ser graduados numa escala de potências com $k_p = |\underline{U}|^2 / (X_q \cdot (OA)) = k_u \cdot |\underline{U}| / X_q$ [VA/cm], [W/cm], [var/cm].

Factor de Potência Indutivo

Como a corrente eléctrica se encontra esfasada de um ângulo ψ , em atraso relativamente à tensão ($\psi > 0$), a posição relativa dos fasores encontra-se representada no diagrama fasorial da figura 1.16. Na construção deste diagrama fasorial representa-se a expressão (1.61), ou, a sua forma (1.60).

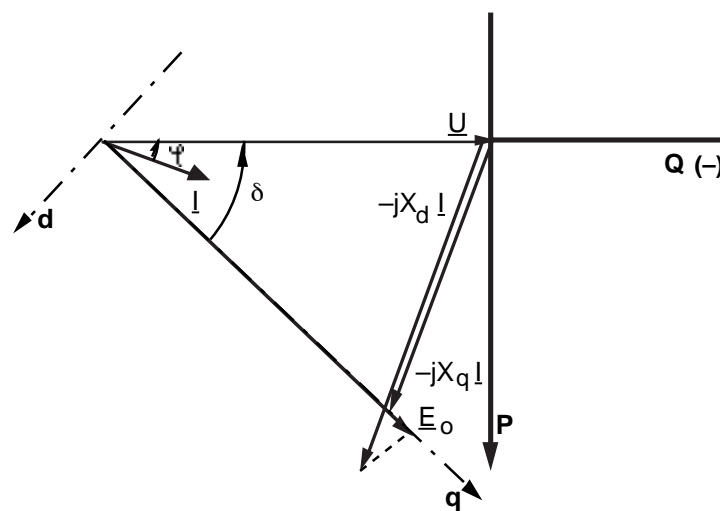


Fig. 1.16 – Diagrama fasorial para o funcionamento de um motor síncrono com factor de potência indutivo

Com um factor de potência indutivo, $0 < \psi < \pi/2$, o motor síncrono trifásico está a receber potência activa da rede eléctrica ($P > 0$), e, também, a receber potência reactiva dessa rede ($Q > 0$). O ângulo de carga δ é positivo e poderá variar entre zero e $\pi/2$ rad. elect.: $0 < \delta < \pi/2$.

Factor de Potência Capacitivo

A corrente eléctrica encontra-se esfasada de um ângulo ψ , em avanço relativamente à tensão ($\psi < 0$); a posição relativa dos fasores encontra-se representada no diagrama fasorial da figura 1.17.

Com um factor de potência capacitivo, $-\pi/2 < \psi < 0$, o motor síncrono trifásico está a receber potência activa da rede eléctrica ($P > 0$), e, a fornecer potência reactiva a essa rede ($Q < 0$). O ângulo de carga δ é positivo e poderá variar entre zero e $\pi/2$ rad. elect.: $0 < \delta < \pi/2$.

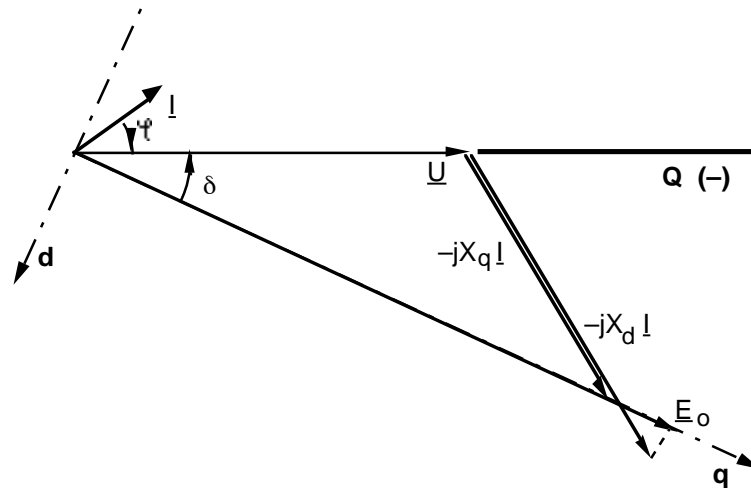


Fig. 1.17 – Diagrama fasorial para o funcionamento de um motor síncrono com factor de potência capacitivo

O motor síncrono trifásico desempenha, neste tipo de funcionamento, uma função de um *condensador síncrono*.

Passagem do funcionamento como motor ao funcionamento como gerador

No seu funcionamento como motor esta máquina eléctrica desenvolve um binário útil positivo. A partir da expressão para o binário electromagnético (1.64), verifica-se, nas condições de estudo estabelecidas, que quando o ângulo de carga se torna negativo, isto é o fasor da força electromotriz em vazio \underline{E}_0 se encontra em avanço sobre o fasor da tensão de alimentação \underline{U} , o valor do binário desenvolvido no motor torna-se negativo e a máquina passa a fornecer potência activa à rede ($P < 0$).

Atenção que os critérios de sinal foram adoptados no início da Modelização e estabelecem que é positiva a potência que entra no motor síncrono.

Nesta situação a máquina é mantida à velocidade de sincronismo pelo binário fornecido pelo sistema de carga mecânica; isto é, a máquina síncrona trifásica funciona como um *gerador* — tornou-se um *Alternador Síncrono Trifásico*.

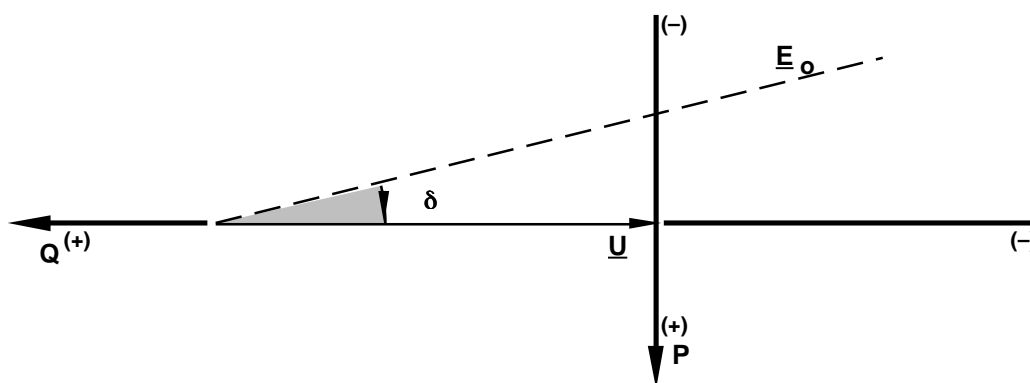


Fig. 1.18 – Funcionamento do motor síncrono como Alternador Síncrono Trifásico

É importante notar que, contrariamente ao que sucede na máquina de corrente contínua, não foi uma alteração das condições de excitação da máquina síncrona que provocou a sua passagem de motor a gerador. É, sim, a alteração das condições da carga mecânica (sinal do binário de carga) que condiciona a reversibilidade de funcionamento desta máquina eléctrica.

Quando a máquina síncrona passa de um funcionamento como motor a um funcionamento como gerador, continuam a existir as possibilidades de funcionar com uma corrente eléctrica em atraso ou em avanço sobre a tensão, e portanto, a funcionar com factor de potência indutivo ou capacitivo.

As quatro regiões de funcionamento do motor síncrono trifásico

Atendendo às diversas possibilidades, um motor síncrono trifásico pode funcionar em qualquer um dos quatro quadrantes do domínio da potência eléctrica (**P-Q**). Cada uma dessas situações fica caracterizada pelo respectivo factor de potência, pela potência activa e pela potência reactiva, e pelo respectivo ângulo de carga, [CEI-34.10].

Note-se que as características, sinais e sentidos, das grandezas eléctricas apresentadas no quadro da figura 1.19, dependem das condições de estudo que foram estabelecidas, em 1.1, para a máquina síncrona trifásica, *funcionando como motor*.

	indutivo	capacitivo
GERADOR	$P < 0$ $Q > 0$ $\pi / 2 < \psi < \pi$ $\delta < 0$ 3	(-) $P < 0$ $Q < 0$ 4 $-\pi < \psi < -\pi / 2$ $\delta < 0$
ROTOR	(+) $\delta > 0$ $0 < \psi < \pi / 2$ 2 $P > 0$ $Q > 0$	1 $\delta > 0$ $-\pi / 2 < \psi < 0$ $P > 0$ $Q < 0$ (+) P

Fig. 1.19 – Os quatro quadrantes de funcionamento do motor síncrono trifásico

Exemplo_C

Pode constituir um bom exercício desenhar o quadro caracterizando o funcionamento de uma máquina síncrona, análogo ao quadro 1.19, considerando a máquina um gerador. Na modelização do Alternador Síncrono Trifásico considerou-se que: "o binário eléctrico é positivo quando a máquina eléctrica absorve energia mecânica, com uma velocidade de sentido positivo"; assim, a potência activa é positiva quando sai da máquina (produtor).

