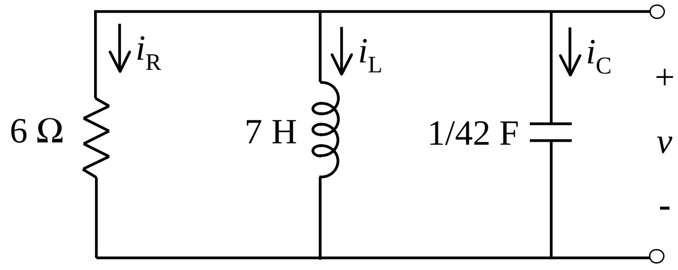
Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Exemplo 1



v(0) = 0 V

$i_L(0)$ = -10 A

$\alpha = 3.5$ rad/s $\quad s_1 = -1$ rad/s

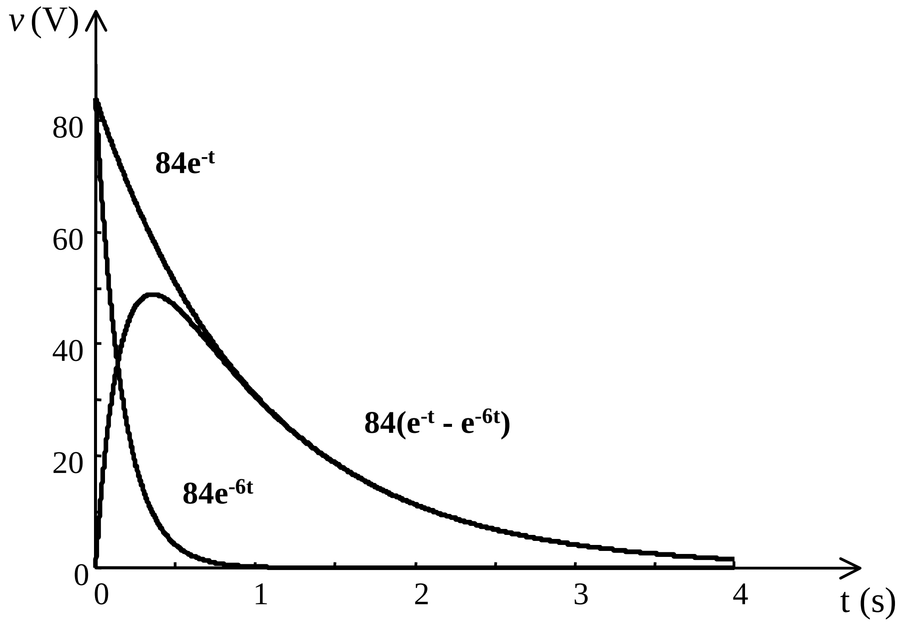
$\omega_0 = \sqrt{6}$ rad/s $\quad s_2 = -6$ rad/s

$$v(t) = 84\,(e^{-t} - e^{-6t})\ \mathrm{V}$$

Regime sobreamortecido ou aperiódico

Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Exemplo 1 (solução)



Resposta natural de circuitos RLC paralelo

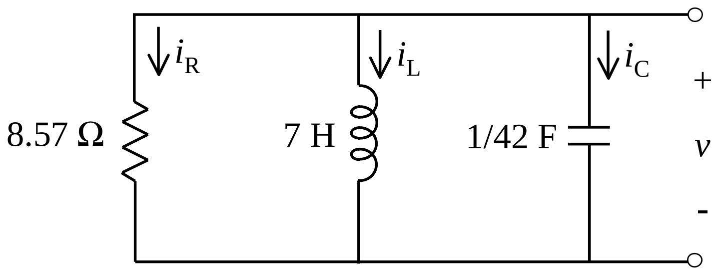
Regime sobreamortecido ou aperiódico

Passos para a determinação da resposta natural:

1. Calcular a equação característica e respectivas raizes:
   $s^2 + s/(RC) + 1/(LC) = 0 \quad \Rightarrow \quad s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{(\alpha^2 - \omega_0^2)}$
   $\alpha = 1/(2RC) \qquad \omega_0 = 1/\sqrt{(LC)}$
2. Calcular $v(0^+)$ e $dv(0^+)/dt$ usando análise de circuitos;
3. Determinar os valores de A_1 e A_2:
   $v(0^+) = A_1 + A_2 \quad dv(0^+)/dt = s_1A_1 + s_2A_2$
4. Substituir os valores calculados em $\mathbf{v(t) = A_1e^{s_1t} + A_2e^{s_2t}}$

Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Exemplo 2



v(0) = 0 V

$i_L(0)$ = -10 A

$\alpha = \sqrt{6}$ rad/s $\qquad s_1 = s_2 = -\alpha$

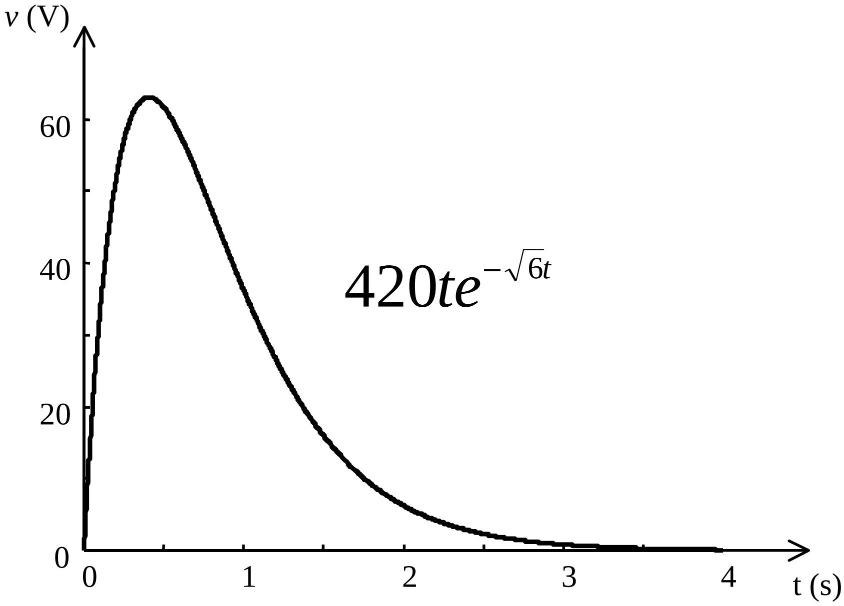
$\omega_0 = \sqrt{6}$ rad/s

$$v(\mathrm{t}) = 420te^{-\sqrt{6}t} \text{ V}$$

Regime criticamente amortecido ou aperiódico limite

Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Exemplo 2



Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Regime de amortecimento crítico ou aperiódico limite

Passos para a determinação da resposta natural:

1. Calcular a equação característica e respectivas raizes:

   $s^2 + s/(RC) + 1/(LC) = 0 \quad \Rightarrow \quad s_1 = s_2 = -\alpha \quad \alpha = 1/(2RC)$

2. Calcular $v(0^+)$ e $dv(0^+)/dt$ usando análise de circuitos;

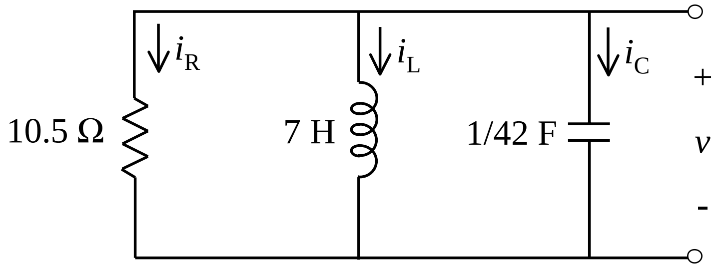
3. Determinar os valores de D_1 e D_2:

   $v(0^+) = D_2 \qquad dv(0^+)/dt = D_1 - \alpha D_2$

4. Substituir os valores calculados em $\mathbf{v(t) = D_1 te^{-\alpha t} + D_2 e^{-\alpha t}}$

Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Exemplo 3



$v(0) = 0$ V

$i_L(0) = -10$ A

$\alpha = 2$ rad/s

$\omega_0 = \sqrt{6}$ rad/s

$\omega_d = \sqrt{2}$ rad/s

$s_1 = -2 + j\sqrt{2}$ rad/s

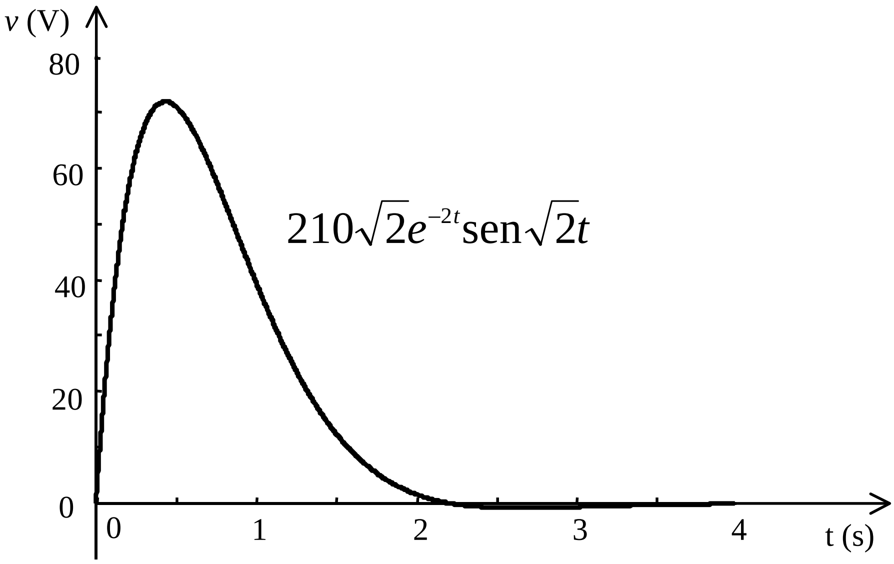
$s_2 = -2 - j\sqrt{2}$ rad/s

$$v(\mathrm{t}) = 210\sqrt{2}e^{-2t}\mathrm{sen}\sqrt{2}t \text{ V}$$

Regime subamortecido ou periódico amortecido

Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Exemplo 3 (solução)



Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Regime subamortecido ou periódico amortecido

Passos para a determinação da resposta natural:

1. Calcular a equação característica e respectivas raizes:

   $s^2 + s/(RC) + 1/(LC) = 0 \quad \Rightarrow \quad s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$

   $\alpha = 1/(2RC) \qquad \omega_0 = 1/\sqrt{(LC)} \qquad \omega_d = \sqrt{(\omega_0^2 - \alpha^2)}$

2. Calcular $v(0^+)$ e $dv(0^+)/dt$ usando análise de circuitos;

3. Determinar os valores de B_1 e B_2:

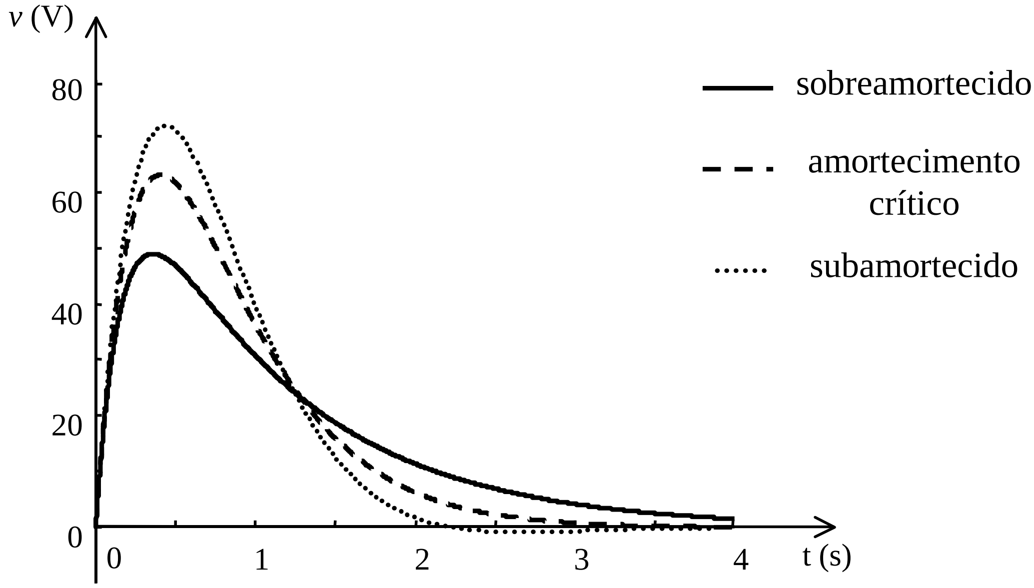
   $v(0^+) = B_1 \qquad dv(0^+)/dt = -\alpha B_1 + \omega_d B_2$

4. Substituir os valores calculados em

$$\mathbf{v(t) = B_1 e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + B_2 e^{-\alpha t} sen(\omega_d t)}$$

Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Comparação de resultados



Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Comparação de resultados

<u>Tempo de estabelecimento</u> (t_s - *settling time*):

tempo que a resposta demora a atingir valores inferiores a 1%* do valor máximo

Para os exemplos apresentados:

exemplo 1 - t_s = 5.15 s

exemplo 2 - t_s = 3.12 s

exemplo 3 - t_s = 2.92 s

* - algumas vezes esta percentagem é de 2% ou 5%

Resposta natural de circuitos RLC paralelo

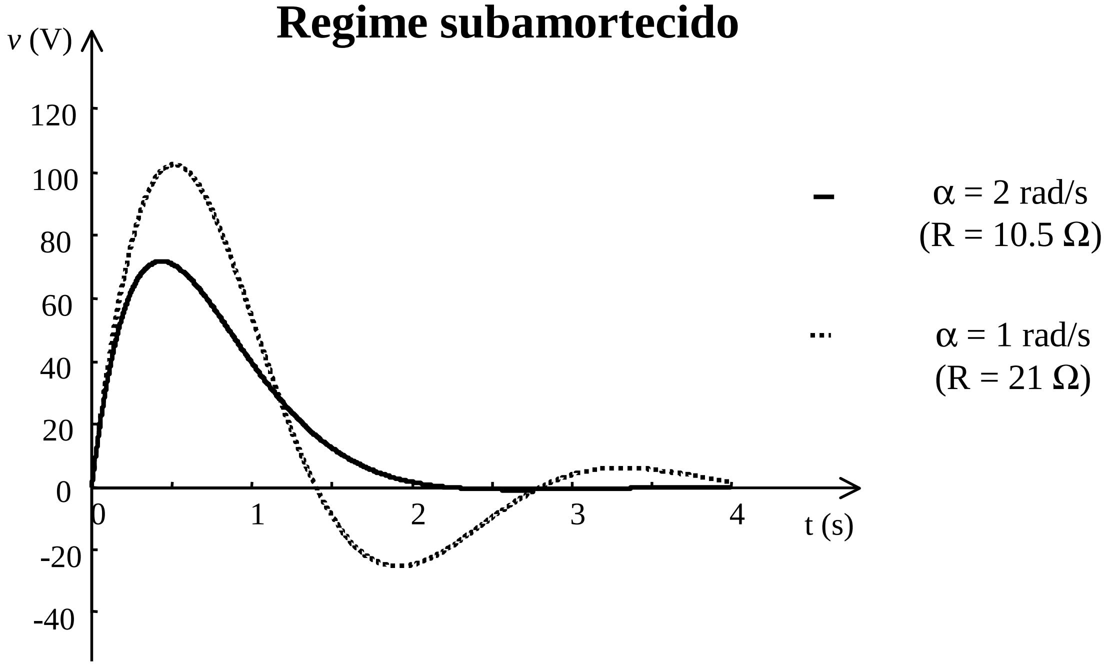
Comparação de resultados

1. Quando o amortecimento é modificado através do ajuste do valor da resistência do paralelo dos elementos de circuito, a amplitude máxima da resposta é tanto maior quanto menor for o amortecimento;

2. Quando existe subamortecimento, a resposta torna-se oscilatória; nestas circunstâncias, o tempo de estabelecimento mínimo é obtido para um valor de subamortecimento pequeno.

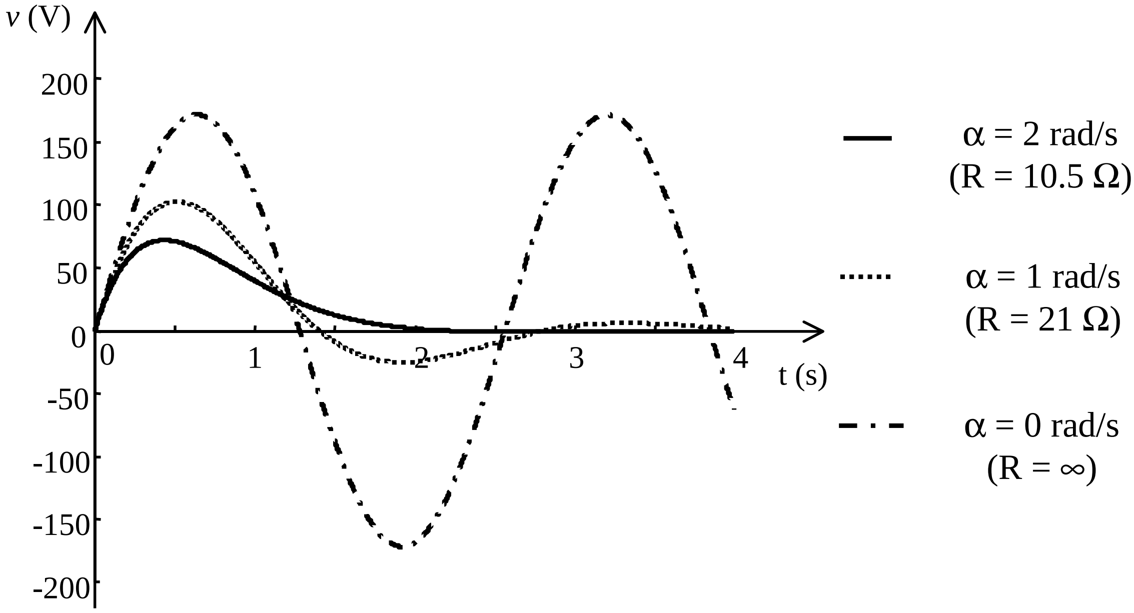
Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Regime subamortecido



Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Regime subamortecido



Resposta natural de circuitos RLC paralelo

Características do regime subamortecido

1. a resposta é oscilatória;

2. a frequência de oscilação, ω_d , é constante;

3. a amplitude da oscilação decresce exponencialmente, e a taxa de decrescimento é imposta pelo valor de α;

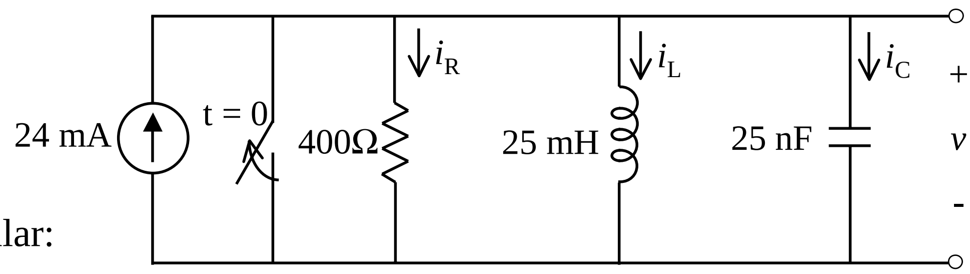
4. ω_d é chamada frequência amortecida pois o seu valor depende de α;

5. a persistência das oscilações tem tendência a aumentar quando as perdas por dissipação tendem a diminuir ($R \to \infty$, $\alpha \to 0$). No limite, quando $\alpha = 0$, as oscilações com frequência $\omega_d = \omega_0$ são permanentes.

Resposta ao degrau de circuitos RLC paralelo

Exemplo 4

A energia inicial armazenada no circuito a seguir é nula. No instante t = 0, a fonte de corrente de 24 mA é aplicada ao circuito.



Calcular:

a . $i_L(0^+)$;

b. $di_L(0^+)/dt$;

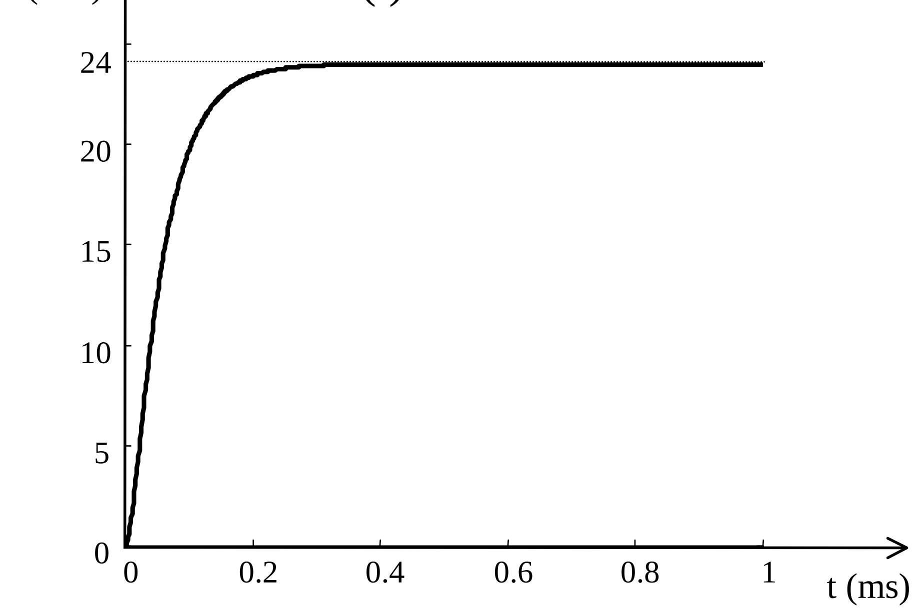
c. equação característica e respectivas raizes;

d. $i_L(t)$, $t \geq 0$.

Resposta ao degrau de circuitos RLC paralelo

Exemplo 4 (solução)

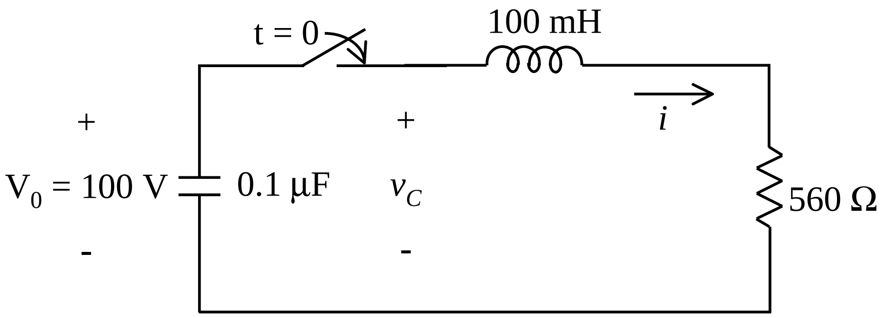
$$i(t) = 24 - 32e^{-20000t} + 8e^{-80000t} \text{ mA}$$



Resposta natural de circuitos RLC série

Exemplo 5

O condensador de 0.1 μF no circuito seguinte está carregado com 100 V. No instante t = 0, o condensador descarrega-se sobre uma série formada por uma resistência e uma bobina.



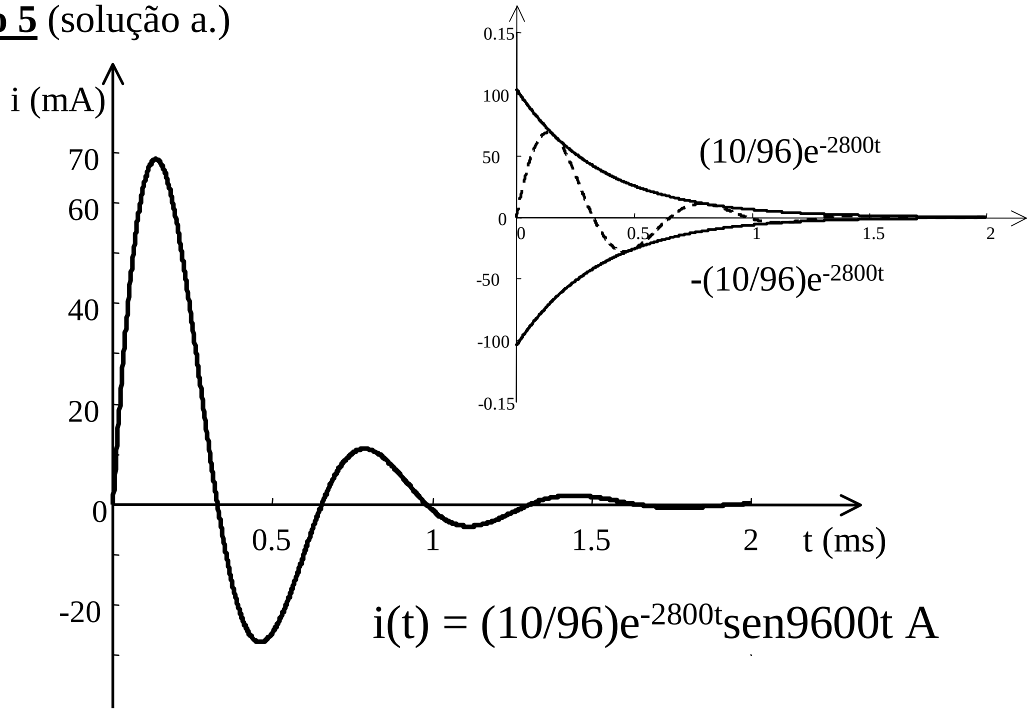
Determinar:

a. $i(t)$, $t \geq 0$;

b. $v_C(t)$, $t \geq 0$.

Resposta natural de circuitos RLC série

Exemplo 5 (solução a.)

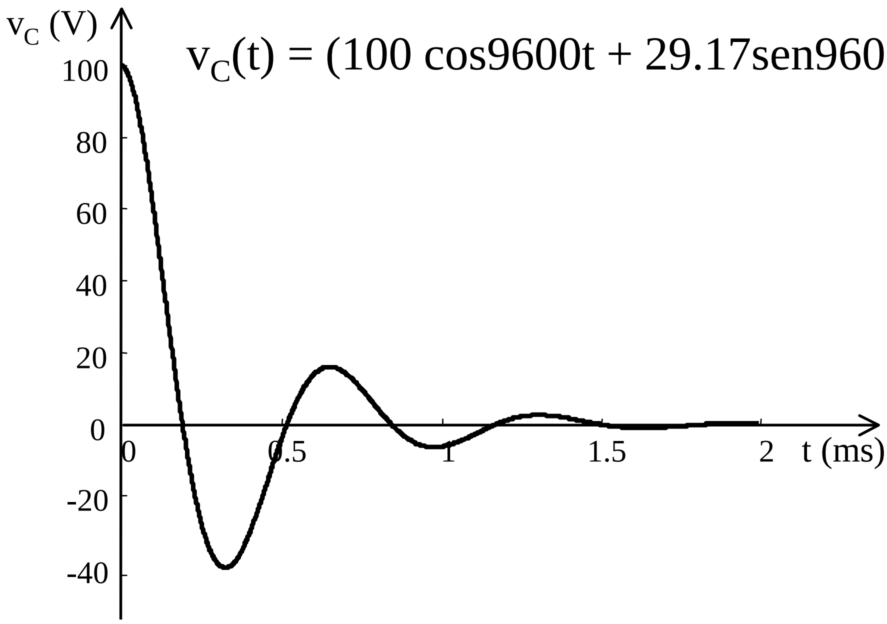


$$i(t) = (10/96)e^{-2800t}\text{sen}9600t \text{ A}$$

Resposta natural de circuitos RLC série

Exemplo 5 (solução b.)

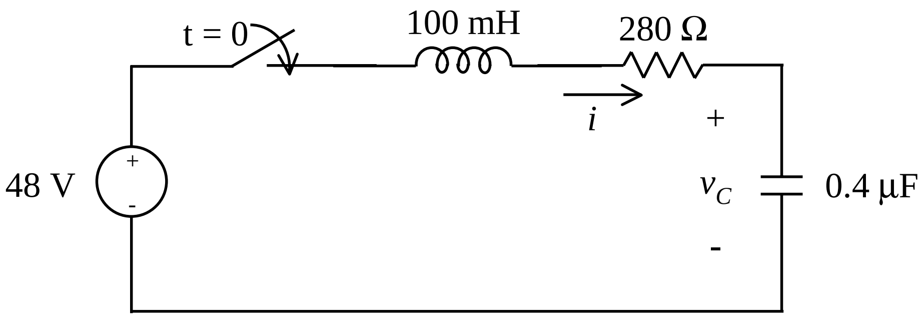
$$v_C(t) = (100 \cos 9600t + 29.17\text{sen}9600t)e^{-2800t} \text{ V}$$



Resposta ao degrau de circuitos RLC série

Exemplo 6

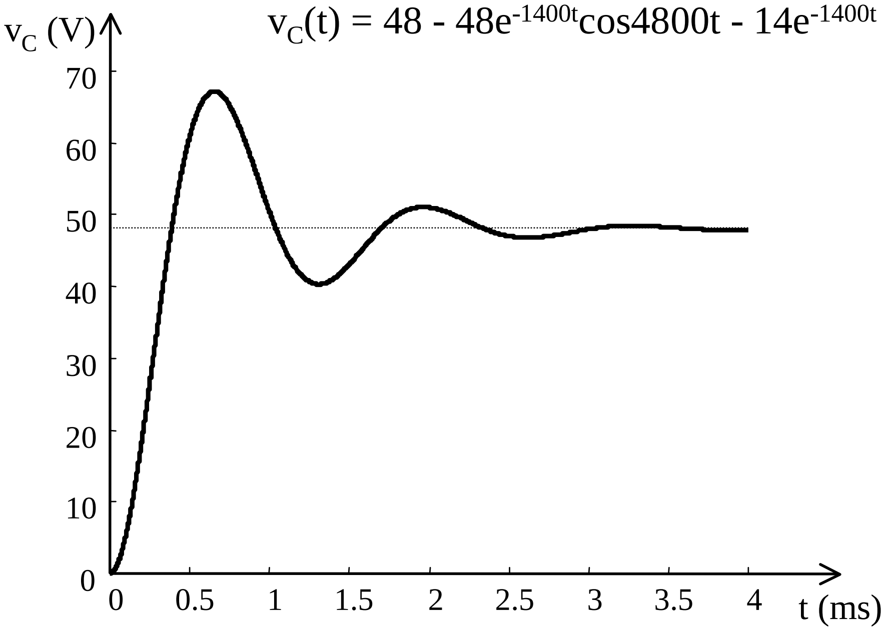
Não há energia armazenada na bobina ou no condensador quando o interruptor do circuito é fechado. Calcular $v_C(t)$ para $t \geq 0$.



Resposta ao degrau de circuitos RLC série

Exemplo 6 (solução)

$$v_C(t) = 48 - 48e^{-1400t}\cos 4800t - 14e^{-1400t}\operatorname{sen} 4800t \ \ \text{V}$$



Resposta de circuitos RLC paralelo/série

	Paralelo	Série
$s_{1,2}$	$-\alpha \pm (\alpha^2 - \omega_0^2)^{1/2}$	$-\alpha \pm (\alpha^2 - \omega_0^2)^{1/2}$
α	$1/(2RC)$	$R/(2L)$
ω_0	$(1/LC)^{1/2}$	$(1/LC)^{1/2}$
ω_d	$(\omega_0^2 - \alpha^2)^{1/2}$	$(\omega_0^2 - \alpha^2)^{1/2}$
$x(t)$	tensão paralelo corrente na bobina	corrente série tensão no condensador

$$\mathbf{x(t) = X + A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}}$$ **sobreamortecido**

$$\mathbf{x(t) = X + D_1 t e^{-\alpha t} + D_2 e^{-\alpha t}}$$ **amortecimento crítico**

$$\mathbf{x(t) = X + B_1 e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + B_2 e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega_d t)}$$ **subamortecido**

X - valor final da grandeza