Fuzzy Logic - Lógica Difusa - Introdução Muito Rápida

por Armando Jorge Sousa - 11 Março de 2005

A Fuzzy Logic, Lógica Difusa também chamada de Lógica Imprecisa confere graus intermédios de verdade para todas as afirmações. Esta perspectiva leva a que:

- É recusada a lei do terceiro excluído
- É recusada a lei da não contradição
- As afirmações difusas (*Fuzzy*) são classificadas com níveis de verdade intermédios entre absolutamente verdadeiro e completamente falso (que são as classificações extremas, também possíveis)

Um dos exemplos da maneira de pensar da lógica difusa (Kosko, 1992, pág. 4), remete para o paradoxo clássico do mentiroso de Creta que diz que todos os habitantes de Creta são mentirosos. Se o que ele diz for verdade, então ele é um mentiroso (mas diz a verdade!). Se ele estiver a mentir, então a frase é verdadeira e ele não é mentiroso (mas acabou de dizer uma mentira!).

Todos os paradoxos tem a mesma forma. A afirmação S e a sua negação "não S" tem o mesmo grau de verdade[1] t(S):

$$t(S) = t\ (\text{não } S) \tag{1}$$

Ambas as afirmações são verdadeiras ou são ambas falsas

Para lógica bivalente[2],

$$t(\text{não } S) = 1\text{-}t(S) \tag{2}$$

E então (1) resulta

$$t(S)=1\text{-}t(S) \tag{3}$$

Se S é verdade, t(S)=1 e fica 1=0. Se S é falsa, t(S) é 0 e vem 0=1. É o referido paradoxo.

Aceitando valores de veracidade intermédios, tal como a lógica difusa preconiza, permite achar a solução para a equação 3:

[1] grau de verdade, neste contexto, é sinónimo de valor lógico da afirmação

[2] Bivalente ou cristalina, só 100% verdadeiro ou só 100% falso, lógica booleana ou digital

$$2\,t(S) = 1$$

$$t(S) = \tfrac{1}{2} \tag{4}$$

Assim, está resolvido o paradoxo com "meias verdades", que é afinal a forma como se lida com este tipo de problemas no quotidiano.

A lógica difusa permite explicitar que "No que respeita à realidade, as leis da matemática não são exactas. Quando o são, não se referem à realidade", como afirma Albert Einstein (Kosko, 1992, pág. 263).

De facto, as transições entre conceitos reais não são abruptas. Os conceitos são, muitas vezes, subjectivos e existem zonas de transição entre conceitos diferentes e bem definidos e bem conhecidos. Como ilustração, considere-se a pergunta: A temperatura de 28°C será agradável? Não se trata de saber qual a probabilidade de 28°C ser agradável mas sim do facto de, para algumas pessoas ser agradável e para outras não. A resposta das pessoas não é aleatória, apenas existem opiniões diferentes. Muito provavelmente, 100% dos inquiridos estariam de acordo que -12°C não é uma temperatura agradável. Mas poderiam estar em desacordo parcial se seria uma temperatura fria ou se seria muito fria.

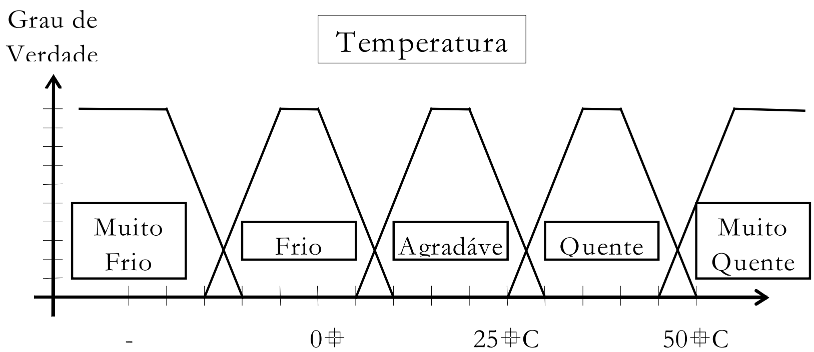

Figura 1: Regiões difusas da variável temperatura

O autor do artigo que originou a lógica difusa, Lotfi Zedeh refere que «à medida que a complexidade de um certo sistema aumenta, a capacidade para fazer afirmações significativas do seu comportamento diminui até se atingir um ponto de transição, a partir do qual precisão e significado (relevância) se tornam mutuamente exclusivas» (Cox 1994, pág. 2). A lógica difusa permite representar conhecimentos imprecisos, até contraditórios, e suporta raciocínios e conclusões baseados nesse tipo de conhecimentos incompletos ou vagos.

Cox (1994) refere ainda que a utilização de modelos imprecisos para o sistema permite ainda:

- ☺ MTBF[3] e MTTR[4] melhorados
- ☺ Capacidade para modelizar simplificadamente sistemas complexos
- ☺ Permitem uma melhorada representação cognitiva dos conhecimentos dos peritos
- ☺ Permitem a modelização de sistemas envolvendo vários peritos que podem ter opiniões diferentes
- ☺ Permite o tratamento de incertezas e possibilidades

De facto, a utilização de lógica difusa permite representar de forma agradável o conhecimento do dia a dia através da utilização de variáveis linguísticas: a variável difusa temperatura pode ser descrita pelas regiões difusas da Figura 1.

Considere-se a construção de um sistema que deve aconselhar um preço de venda no mercado de um novo produto (Cox 1994, pág. 387). O perito da área financeira diz "O preço deve ser alto" e o perito de Marketing diz "O preço deve ser baixo". Utilizando os princípios da Lógica Difusa, a região *alto* da variável preço pode ser representada por uma recta crescente no grau de veracidade. Admitindo que os peritos concordam em que se atinge a verdade absoluta (o preço é alto) quando o preço de venda é 3 vezes superior ao preço de custo, então a região fica definida tal como mostra a Figura 2. Considerando que (preço) *Baixo* é a negação[5] do preço alto, então t(*Baixo*)=1-t(*Alto*), obtemos uma recta decrescente, que atinge a falsidade total quando o preço de venda é 3 vezes superior ao preço de custo. A representação do conhecimento de "*Preço* deve ser *Alto* **e** *Preço* deve ser *Baixo*" está representado na Figura 2, sendo a conclusão: o preço não deve ser nem demasiado alto nem demasiado baixo.

[3] *Mean Time Between Failures* - Tempo médio entre avarias

[4] *Mean Time to Repair* - Tempo médio de reparação

[5] Esta definição para o operador negação é proposta por Lotfi A. Zadeh

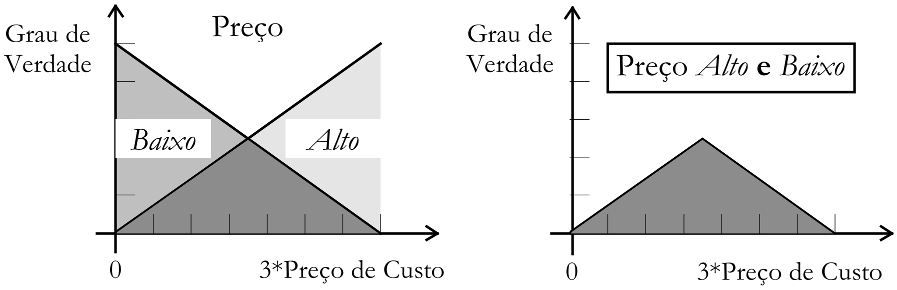

Figura 2: Variável Preço, regiões *Alto*, região *Baixo*
Forma da região (*Alto* **e** *Baixo)*

Se um terceiro perito, da área do fabrico afirmar que o preço de venda deve rondar 2 vezes os custos de fabrico, após a definição da região de preço *2xCusto*, tal como na Figura 3, então pode-se observar na mesma figura a região correspondente à conjunção dos 3 requisitos.

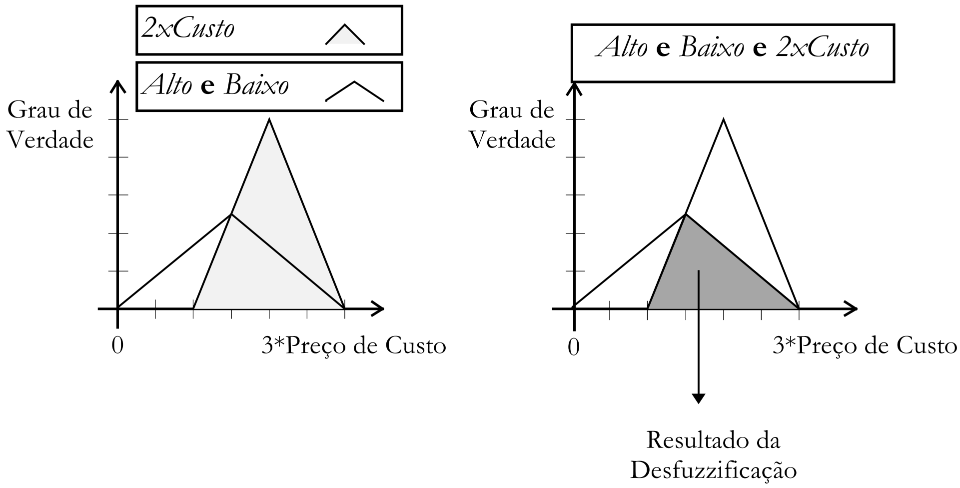

Figura 3: Variável Preço, região (*Alto* **e** *Baixo*), região
2xCusto, conjunção das duas regiões

O processo de conversão da região difusa final num número, neste caso no preço aconselhado é denominado de desfuzzificação[6] e reside simplesmente no cálculo do centro de gravidade[7] da região final (também representado na Figura 3) e pode ser conseguido através da expressão (Harris 1993, pág. 78):

$$v = \frac{\int_x x \times t(x)}{\int_x t(x)} \tag{5}$$

v é o valor da desfuzzificação

6 Neologismo que traduz à letra *defuzzification*, eventualmente poder-se-ia também utilizar "*precisificação*" ou "*desimprecisificação"*

7 O método é denominado Centro de Gravidade ou Centróide

t(x) é o grau de verdade no ponto *x*

A estrutura de um controlador genérico de lógica difusa necessita de ter a forma descrita na Figura 4.

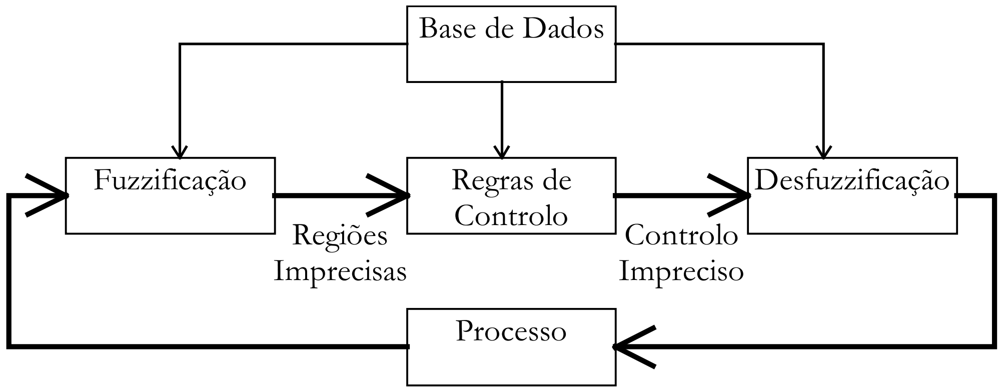

Figura 4:Estrutura de um controlador genérico, baseado em lógica difusa (Harris 93, pág. 97)

O processo de fuzzificação[8] trata do mapeamento inicial que tem de existir entre as entradas (valores reais, ditos cristalinos, p. ex. leituras de sensores) e as regiões difusas de maneira a que as regiões difusas reflictam o estado real do sistema. A base de dados do sistema consiste nas informações relevantes e definições para a discretização do processo, normalização do universo de medidas para o domínio das regiões difusas consideradas, etc.

As regras de controlo em lógica difusa tomam o aspecto de regras de inferência lógica: "**Se** (antecedente) **Então** (consequente)". O antecedente pode ser formado composto por conjunções e disjunções de condições que têm a forma "(variável de entrada) **é** (região difusa)". A aplicação de regras de controlo utiliza um algoritmo de inferência e a informação existente acerca do estado do sistema (o antecedente) para gerar novos conjuntos imprecisos que descrevem o estado pretendido para as saídas. Os consequentes também tomam a forma "(variável de saída) **é** (região difusa)". O processo de desfuzzificação encarrega-se de converter as regiões consequentes para valores reais de comando dos actuadores.

Existem muitos operadores de fuzzificação, desfuzzificação e inferência, que conduzem a que o controlador tenhas características desejadas de não linearidade das saídas.

[8] Neologismo para traduzir *fuzzification*, poder-se-ia utilizar também "*imprecisificação*"

De acordo com Harris (1993, exemplo 2.11), considere-se um problema de controlo da posição de veio de motor. As regras propostas para o controlador são baseadas no erro e na derivada do erro. Tomando as variáveis Erro E, Derivada do Erro dE, a saída Velocidade V e as regiões definidas na Figura 5, podemos aceitar as seguintes regras de controlo:

R1: **Se** *E* **é** *AZ* **e** *dE* **é** *PS* **então** *V* **é** *NS*

R2: **Se** *E* **é** *AZ* **e** *dE* **é** *AZ* **então** *V* **é** *AZ*

R3: **Se** *E* **é** NS **e** *dE* **é** *NS* **então** *V* **é** *PS*

R4: **Se** *E* **é** NS **e** *dE* **é** *AZ* **então** *V* **é** *PB*

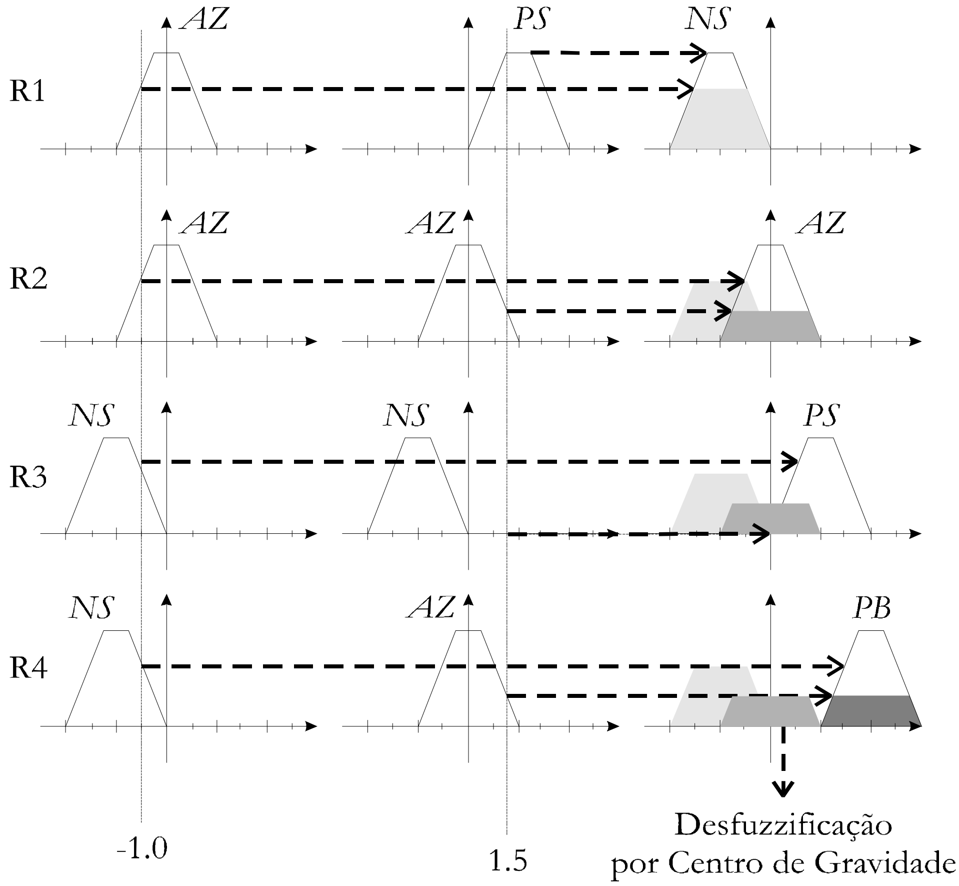

Figura 5: Exemplo de inferência por lógica difusa

Considerando um par de entradas reais no sistema de controlo, já após a fuzzificação, de (-1.0, 1.5), observe-se na Figura 5 o método de inferência utilizado pela lógica difusa, considerando como operador **mínimo** para a conjunção de condições e para a inferência.

Regra 1: **t**(*E* **é** AZ)=0.7 ; **t**(*dE* **é** *PS*)=0.85

- *V* **é** *NS* com grau de confiança de 0.7[9] e 0.7 é o antecendente da regra – resultado da conjunção das condições -- **mínimo** de (0.7 e 0.85)
- A região de saída desta regra é o **mínimo** (operador de inferência) da confiança no antecedente (0.7) da regra e do grau de verdade a região *NS* de *V*, ao longo de todo o seu domínio[10]

Regra 2: **t**(*E* **é** AZ)=0.7 ; **t**(*dE* **é** *AZ*)=0.45

- *V* **é** *AZ* com grau de confiança 0.45
- Esta regra cria uma região difusa de saída através da utilização do operador **mínimo**, de inferência, entre o valor 0.45 e a região *AZ* de *V*
- A região difusa de saída resultante das regras R1 e R2 é o **máximo**[11] (operador de agregação) das duas regiões de saída anteriores (Jager, 1995)
- Após a execução destas duas regras, V é parcialmente *NS* e parcialmente *AZ*

Regra 3: **t**(*E* **é** *AZ*)=0.7 ; **t**(*dE* **é** *AZ*)=0.0

- *V* é *PS* com grau de confiança 0.0
- A região resultante não é alterada (operador de agregação é o **máximo**)

Regra 4: **t**(*E* **é** *AZ*)=0.7 ; **t**(*dE* **é** *AZ*)=0.45

- *V* é *PS* com grau de confiança 0.45
- A região resultante é alterada, de acordo com o operador agregação

Após esta passagem pelas 4 regras de controlo, obtemos uma região de saída que precisa de ser desfuzzificada para produzir um valor para a velocidade do motor. Utilizando o método da desfuzzificação por centro de gravidade (equação 5), obtém-se o valor 0.25 para a velocidade do motor.
Desta forma é possível fazer uma realimentação negativa não linear do processo a controlar.

---

9 Se a conjunção fosse representada pelo operador **produto algébrico**, então o valor final do antecedente seria 0.7*0.85=0.595

10 Se o operador de inferência fosse o **produto algébrico**, então toda a região *NS* seria multiplicada pelo valor do antecedente da regra

11 Representa o acumular de conhecimento. O operador de agregação é, quase sempre, o operador **máximo** (Jager, 1995)

Bibliografia

Harris – Cota Biblioteca FEUP: 004.89/HARc/INT (PISO2)
"Intelligent control : Aspects of Fuzzy Logic and Neural Nets"
C. J. Harris, C. G. Moore & M. Brown
World Scientific, 1993
ISBN 981-02-1042-6

Kosko - Cota Biblioteca FEUP: 004.8/KOSb/NEU (PISO2)
"Neural networks and fuzzy systems: a dynamical systems approach to machine intelligence"
Kosko, Bart
Prentice-Hall International, 1992
ISBN 0-13-612334-1

Cox – Cota Biblioteca FEUP: 519.8/COXe/FUZ (PISO1)
"The Fuzzy Systems Handbook : a Practitioner's Guide to Building, Using and Maintaining Fuzzy Systems"
Earl Cox
Professional, 1994
ISBN 0-12-194270-8