5. PRINCÍPIOS DE MEDIÇÃO DE CORRENTE, TENSÃO, POTÊNCIA E ENERGIA

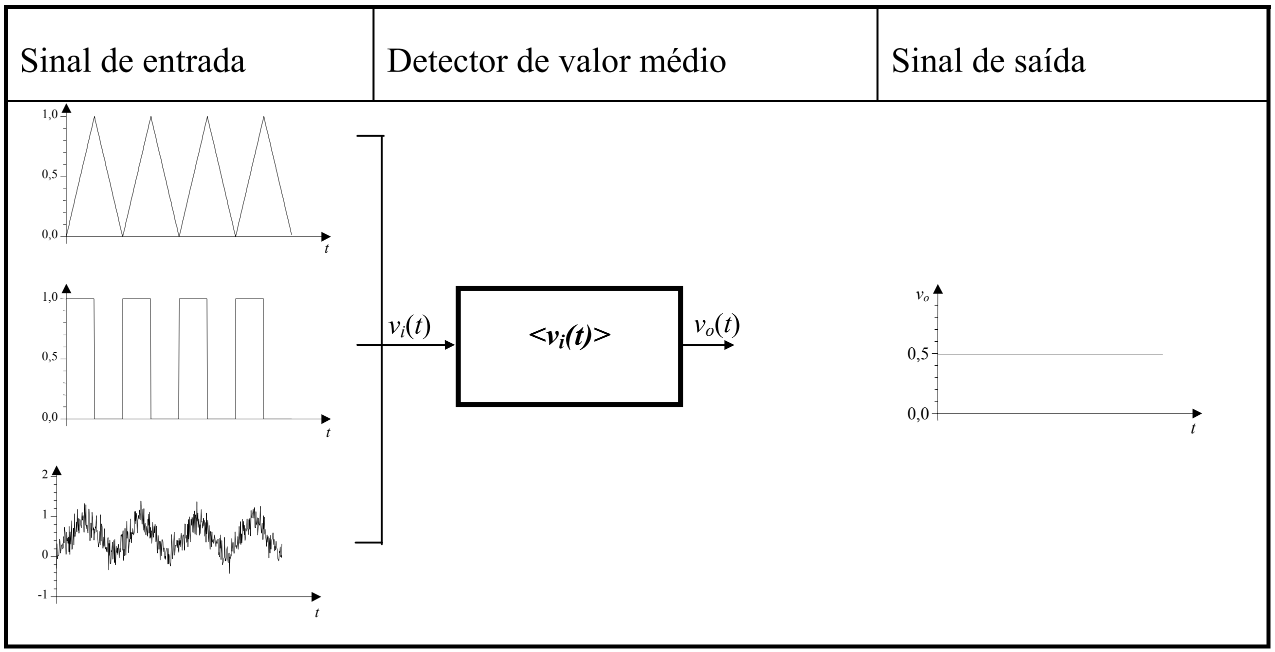
5.1 Objectivos

- Caracterizar os métodos de detecção de valor eficaz.
- Caracterizar os métodos de medição de potência e energia em corrente contínua, corrente alternada monofásica e trifásica e em rádio frequência.

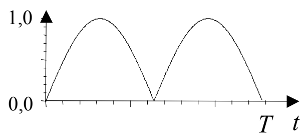
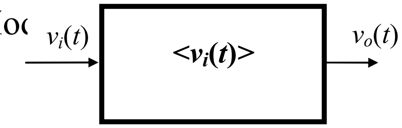
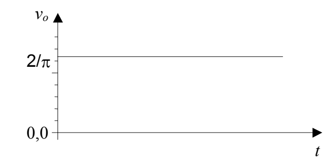
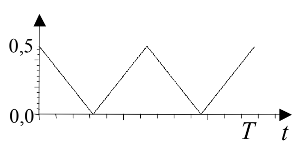
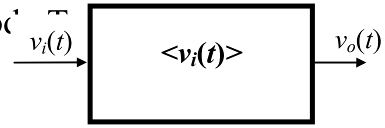
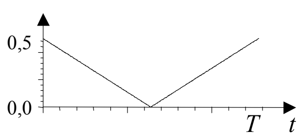
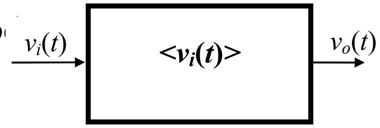
5.2 *Detecção de valor médio e de valor eficaz*

5.2.1 Detecção de valor médio

O valor médio de um sinal é $V_0 = \langle v(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T v(t)\,dt$

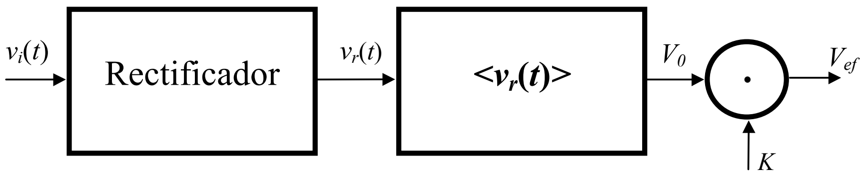


Detecção de valor médio.

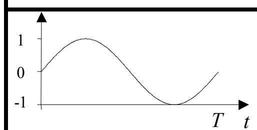
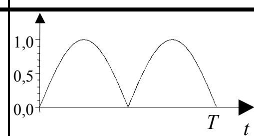
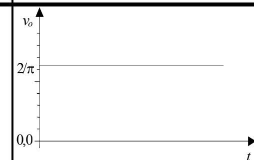
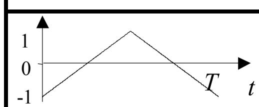
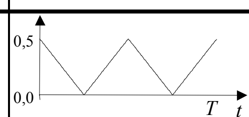
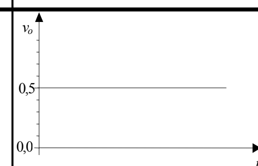
Sinal de entrada obtido por rectificação de onda completa	Detector de valor médio	Sinal de saída
Onda sinusoidal de períoc 		
Onda triangular de períoc 		
Onda em rampa de perío 		

Detecção de valor médio.

5.2.2 Detecção de valor eficaz baseada nos detectores de valor médio



O valor da constante K é dado pela razão do verdadeiro valor eficaz da onda pelo valor médio do sinal após rectificação.

Sinal de entrada: $v_i(t)$	Sinal após rectificação de onda completa: $v_r(t)$	Valor médio do sinal rectificado: V_0	$K=\frac{V_{ef}}{V_0}$
 $V_{ef}=\frac{1}{\sqrt{2}}$			1,11
 $V_{ef}=\frac{1}{\sqrt{3}}$			1,155

Sinais envolvidos no processo de detecção de valor eficaz

EXEMPLO 5.1

Um voltímetro AC baseado num rectificador de onda completa e num detector de valor médio está graduado para ondas sinusoidais. O seu valor de fim de escala é 10 V. Ao voltímetro ligou-se uma onda triangular, obtendo-se uma indicação de 5,0 V. Determine o verdadeiro valor eficaz da onda triangular.

Resolução

Como o voltímetro está graduado para ondas sinusoidais e usa um rectificador de onda completa o valor de K é

$$K = \frac{V_{ef}}{V_0} = 1,11$$

Com uma leitura V_{ef} = 5,0 V, o valor médio da onda aplicada é $V_0 = \frac{5,0}{1,11}$ V

Por outro lado, o valor médio de uma onda triangular, após rectificação de onda completa, é (ver Capítulo 4)

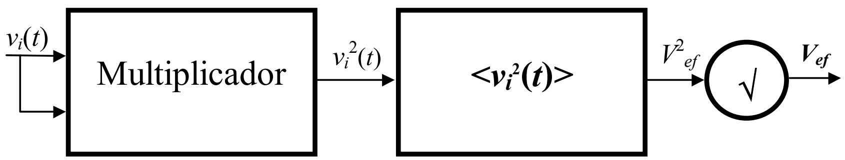
$$V_0 = \frac{V_p}{2} \qquad \text{donde} \qquad V_p = 2\,V_0 = 2\,\frac{5,0}{1,11}\ \text{V}$$

Finalmente, o valor eficaz da onda triangular é $V_{ef} = \frac{V_p}{\sqrt{3}} = \frac{10,0}{1,11\sqrt{3}} = 5,2$ V

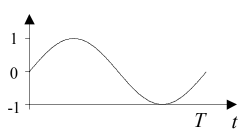
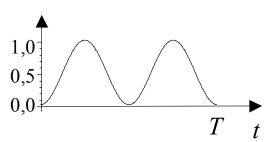
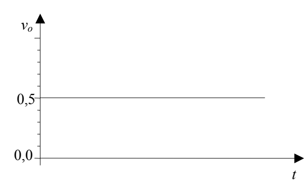
5.2.3 Detecção de valor eficaz

Por definição, o valor eficaz de um sinal é a raiz quadrada do seu valor médio quadrático

$$V_{ef} = \sqrt{<v^2(t)>} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt}$$



Detector de valor eficaz recorrendo directamente à definição. Método directo.

Sinal de entrada: $v(t)$	$v^2(t)$	$<v^2(t)>$
 $V_{ef} = \frac{1}{\sqrt{2}}$		

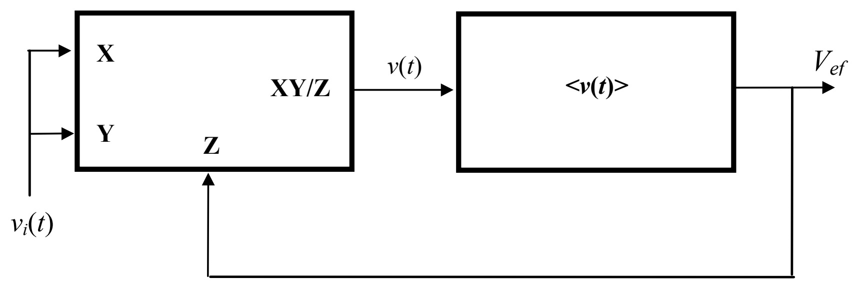
Os sinais no processo de detecção de verdadeiro valor eficaz (recorrendo directamente à definição).

Um método indirecto, ou método implícito, de cálculo de valor eficaz resulta da manipulação da expressão de definição de valor eficaz

$$V_{\mathbf{ef}} = \sqrt{<v^2(t)>}$$

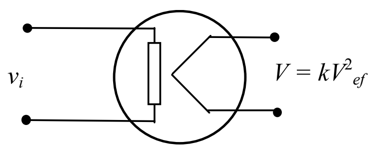
reescrevendo-a na forma

$$V_{\mathbf{ef}} = \frac{<v^2(t)>}{V_{\mathbf{ef}}}$$

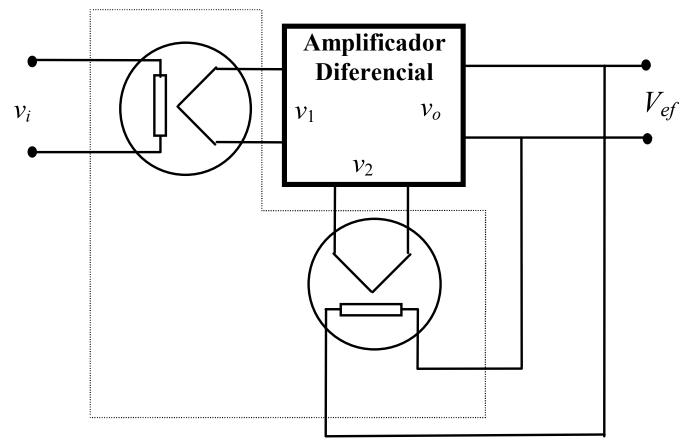


Detecção de valor eficaz. Método implícito.

Detector de verdadeiro valor eficaz é baseado em sensores térmicos



Sensor térmico.



Detector

$$V = k\,V_{ef}^2$$

O sinal de saída do amplificador diferencial é dado por $v_o = A(v_1 - v_2)$ ou $v_1 - v_2 = \frac{v_o}{A}$

Se o ganho do amplificador for muito elevado, então $v_1 - v_2 \approx 0$ ou $v_1 \approx v_2$

Nestas condições, e admitindo que as constantes *k* dos dois sensores são iguais, resulta

$k\,V_{ef}^2 = k\,V_0^2$ ou finalmente $V_0 = V_{ef}$

5.2.4 Análise da influência de harmónicos na qualidade da detecção do valor eficaz

O verdadeiro valor eficaz de um sinal $v(t)$ constituído pela soma de várias ondas sinusoidais é

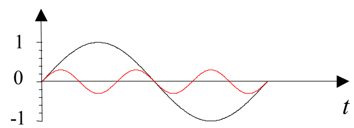
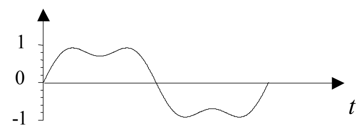
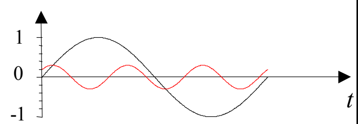
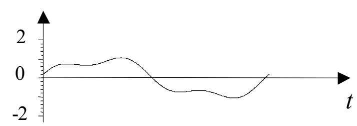
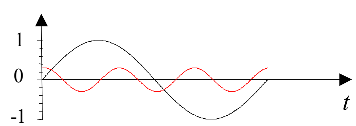
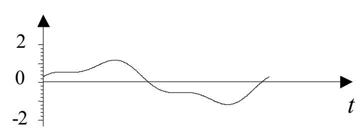
$$V_{ef} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \ldots}$$

Para $v(t) = v_1(t) + v_2(t) = \text{sen}\, wt + 0{,}3\ \text{sen}\,(3wt+\varphi)$

Neste caso é $V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ e $V_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}\,0{,}3$, ou

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{0{,}3^2}{2}} \cong 0{,}738$$

A detecção de valor eficaz. Alguns exemplos.

$v_1(t)$ e $v_2(t)$	$v(t) = v_1(t) + v_2(t)$	φ (º)	Características *(V)
		0	$V_{ef} = 0{,}738$ $V_0 = 0{,}699$ $V_d = 0{,}776$ $V_p = 0{,}92$
		40	$V_{ef} = 0{,}738$ $V_0 = 0{,}691$ $V_d = 0{,}768$ $V_p = 1{,}07$
		80	$V_{ef} = 0{,}738$ $V_0 = 0{,}668$ $V_d = 0{,}742$ $V_p = 1{,}18$

* $\boldsymbol{V_{ef}}$ **=** verdadeiro valor eficaz
V_0 = valor médio após rectificação de onda completa
V_d = valor detectado por um detector de valor eficaz, baseado na detecção de valor médio e graduado para ondas sinusoidais
V_p = valor máximo

5.3 Medição de potência e energia

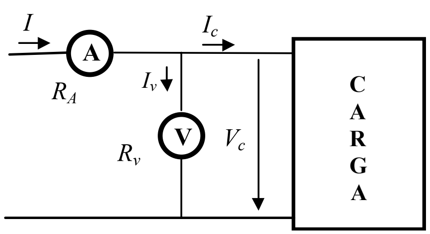
A potência instantânea p é o produto dos valores instantâneo da tensão u e da corrente i, isto é

$$p = u\, i$$

Em particular, em circuitos de corrente contínua em que u e i são constantes, de valor $u = U$ e $i = I$ a potência é constante, $p = P$, sendo dada pela expressão

$$P = UI$$

Em corrente contínua a potência pode ser medida com um voltímetro e um amperímetro

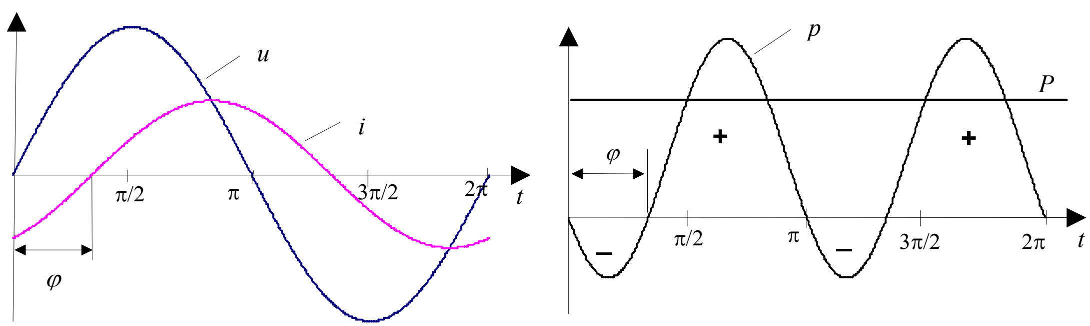


Medição de potência em DC.

5.3.1 A medição de potência monofásica com sinais de baixa frequência

Com $u = U_p \text{sen}\, wt$ e $i = I_p \text{sen}(wt - \varphi)$, a potência instantânea p varia com o instante considerado. O valor instantâneo da potência é nulo, positivo ou negativo, indicando se a carga está a absorver potência do gerador (se $p > 0$) ou se está a devolvê-la ao gerador (se $p < 0$). O valor médio de p, P, na carga é a potência activa é

$$P = \langle p \rangle = \langle ui \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u\, i\, dt = U_{ef}\, I_{ef} \cos\varphi$$



a)

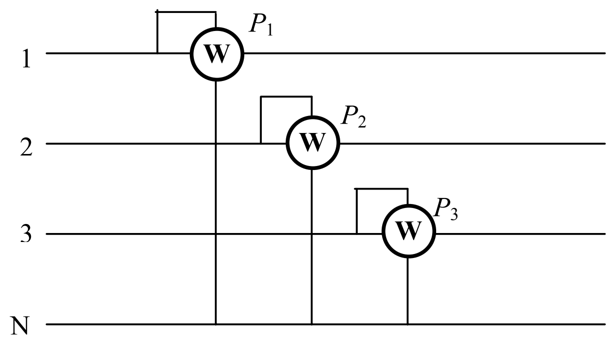
b)

a) Sinais de tensão e correntes sinusoidais; b) correspondente potência instantânea.

5.3.2 A medição de potência trifásica

Num sistema trifásico com neutro, a potência instantânea *p* é dada pela expressão

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3$$



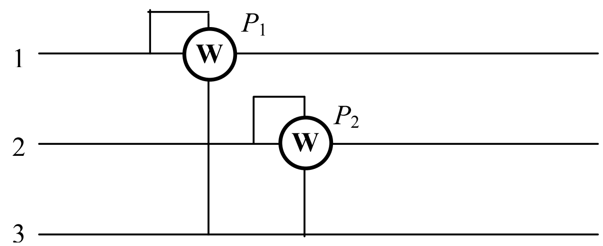
Num sistema trifásico a três fios, portanto sem fio neutro, a potência trifásica pode ser medida com dois wattímetros montados com os circuitos amperimétricos em duas fases e os respectivos circuitos voltimétricos medindo a tensão composta entre essas duas fases e a terceira fase como ponto comum dos dois wattímetros. A potência lida é

$$p = u_{13}\, i_1 + u_{23}\, i_2$$

como $u_{13} = u_1 - u_3$ e $u_{23} = u_2 - u_3$

resulta $$p = u_1\, i_1 + u_2\, i_2 - u_3\,(i_1 + i_2) = u_1\, i_1 + u_2\, i_2 + u_3\, i_3$$

já que na ausência de fio neutro é $i_3 = -(i_1 + i_2)$. Consequentemente, o valor da soma das indicações dos dois wattímetros corresponde à potência total.



Esta conclusão é naturalmente extensível a um regime simétrico de tensões e correntes sinusoidais. No regime alternado sinusoidal simétrico, as potências lidas pelos dois wattímetros na montagem da figura são

$$P_1 = \underline{U}_{13} \mid \underline{I}_1 = U_{13}\, I_1 \cos(30° - \varphi_1)$$

$$P_2 = \underline{U}_{23} \mid \underline{I}_2 = U_{23}\, I_2 \cos(30° + \varphi_2)$$

A operação $\underline{X} \mid \underline{Y}$ representa o produto escalar dos vectores $\underline{X}$ e $\underline{Y}$. φ_i ($i = 1,2$) são os desfasamentos entre a tensão simples $\underline{U}_i$ e a corrente na fase i, $\underline{I}_i$. $\underline{U}_{13}$ e $\underline{U}_{23}$ são as tensões compostas entre as fases 1 e 3 e as fases 2 e 3, respectivamente.

Num sistema simétrico de tensões e de cargas equilibradas onde se verifiquem as relações

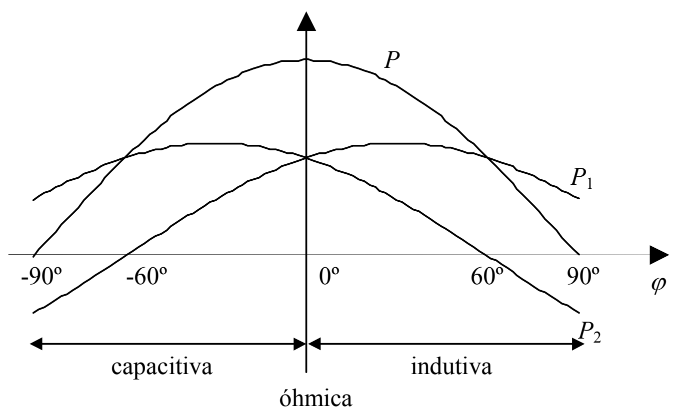
$U_{13} = U_{23} = U_c = \sqrt{3}\, U$; $I_1 = I_2 = I$; $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$

podemos escrever

$$P_1 = \sqrt{3}\, U\, I \cos(30° - \varphi) \qquad \text{e} \qquad P_2 = \sqrt{3}\, U\, I \cos(30° + \varphi)$$

$$P = P_1 + P_2 = \sqrt{3} U\, I\, [\cos(30° - \varphi) + \cos(30° + \varphi)] = \sqrt{3} UI\, (2\cos 30° \cos\varphi) = 3\, U\, I \cos\varphi$$

Gráficos da evolução das potências lidas em função de φ.



Das expressões de P_1 e P_2 deduz-se que

$$P_1 - P_2 = \sqrt{3}\ U\ I\ \text{sen}\ \varphi$$

Assim, a potência reactiva, P_r, é obtida pela expressão

$$P_r = \sqrt{3}\ (P_1 - P_2) = 3\ U\ I\ \text{sen}\ \varphi$$

O valor de φ depende das leituras dos wattímetros. A sua expressão resulta da potência activa e reactiva, sendo dada por

$$\tan\varphi = \frac{P_r}{P} = \sqrt{3}\,\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}$$

5.3.3 Medição de energia

A energia consumida durante um determinado intervalo de tempo $t_2 - t_1$ é, por definição, o integral da potência instantânea, medido durante o referido intervalo, isto é

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\ dt$$

Se no intervalo $[t_1; t_2]$ a potência se mantiver constante, $p(t) = P$, então a equação anterior é $W = P\ (t_2 - t_1)$