$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$$

Nesta distribuição, a área assinalada na figura, correspondente a um intervalo [$\mu-\sigma$; $\mu+\sigma$], é igual a 68 % da área total, que por sua vez tem o valor unitário. Podemos assim afirmar que com um nível de confiança de 68 % os dados estão contidos no intervalo [$\mu-\sigma$; $\mu+\sigma$]. Assim, a incerteza-padrão, que é estimada pelo desvio-padrão da distribuição, é igual a metade da amplitude do intervalo. Um intervalo de confiança definido com um nível de confiança de 95 % corresponde ao intervalo $\pm 1{,}960\sigma$. Logo a incerteza-padrão é igual a metade do intervalo, dividida pelo factor 1,960, isto é

$$u(x) = \frac{\sigma}{1{,}960}$$

Distribuição rectangular

A distribuição rectangular é um modelo por defeito razoável na ausência de qualquer informação. Estamos, neste caso, a assumir que a grandeza apresenta valores equiprováveis de se encontrar no intervalo [a_-; a_+]. Os limites a_- e a_+ são, respectivamente, estimativas do valor mínimo e máximo da grandeza. A expressão da função de densidade de probabilidade é

$$p(x) = \frac{1}{2a} \qquad \text{para} \qquad a_- \leq x \leq a_+$$

$$p(x) = 0 \qquad \text{fora do intervalo}$$

O modelo apresenta uma distribuição uniforme. A melhor estimativa da grandeza é

$$\mu = \frac{a_+ + a_-}{2} \qquad \text{com uma incerteza-padrão} \qquad u(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{a_+ - a_-}{2} = \frac{1}{1{,}732}\frac{a_+ - a_-}{2}$$

Distribuição triangular

Quando os valores da grandeza em questão apresentam uma tendência central, encontrando-se com maior probabilidade com valores próximos do valor médio, recorremos à distribuição normal, ou a uma distribuição triangular, com uma função densidade de probabilidade

$$p(x) = \frac{x - a_-}{a^2} \qquad \text{para} \qquad a_- \leq x \leq (a_+ + a_-)/2$$

$$p(x) = \frac{a_+ - x}{a^2} \qquad \text{para} \qquad (a_+ + a_-)/2 \leq x \leq a_+$$

$$p(x) = 0 \qquad \text{fora dos intervalos}$$

Para a distribuição triangular, as estimativas são:

$$\mu = \frac{a_+ + a_-}{2} \qquad \text{com uma incerteza-padrão} \qquad u(x) = \frac{1}{\sqrt{6}}\frac{a_+ - a_-}{2} = \frac{1}{2{,}449}\frac{a_+ - a_-}{2}$$

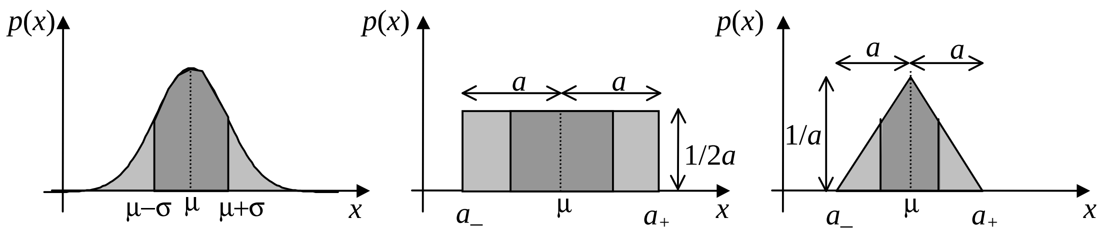
DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS E INCERTEZA-PADRÃO

Os resultados de medição apresentam frequentemente uma tendência central, distribuindo-se em torno de um valor mais provável, e com uma frequência decrescente de ocorrência para valores mais afastados do valor mais provável. Estas situações podem ser descritas com distribuições normais ou Gaussianas.

Noutros casos, a assumpção de uma distribuição rectangular é mais adequada. É o que acontece por exemplo, na instrumentação digital, em que apesar de se ter uma série de indicações repetidas e idênticas, a incerteza da medição atribuída à repetibilidade não é nula, porque há uma gama de valores de entrada que produzem um mesmo resultado. Se a resolução do dispositivo indicador for δx, o valor do estímulo que produz uma dada indicação X está com igual probabilidade no intervalo $X - \delta x$ a $X + \delta x$. Nesta situação, o estímulo pode ser descrito por uma distribuição rectangular.

Noutras situações, é útil admitir que os dados têm uma distribuição triangular. Esta distribuição é um bom compromisso entre a distribuição Gaussiana e a rectangular.

Sendo a incerteza-padrão estimada a partir do desvio-padrão correspondente a uma dada distribuição, vamos sucintamente caracterizar estas três distribuições, cuja evolução é representada na figura seguinte, assinalando-se a área correspondente a mais ou menos um desvio-padrão. Para a distribuição normal, este intervalo corresponde a cerca de 68 % da área total; para a rectangular corresponde a cerca de 58 % e para a triangular a cerca de 65 %.



Curvas de distribuição normal, uniforme e triangular.

<u>Distribuição Gaussiana</u>

A expressão da função de densidade de probabilidade de uma distribuição gaussiana de média μ e desvio padrão σ é dada pela expressão