

Relatório de Investigação Operacional:

“A Quinta de Valverde: um caso de afectação de recursos”

João Vide Barbosa – ei00053@fe.up.pt

Luís Filipe Almeida Santos – luís.santos@fe.up.pt

Nelson Jorge Silva Rodrigues – nelson@fe.up.pt



Universidade do Porto

Faculdade de Engenharia

FEUP

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Junho de 2003

Introdução:

Este trabalho, "A Quinta de Valverde: um caso de afectação de recursos", incide sobre um problema de distribuição de recursos disponíveis pelas diferentes possibilidades de investimento, de modo a maximizar o lucro final.

Serão resolvidas neste trabalho três variantes de um mesmo problema:

- O investimento inicial corresponde ao capital que o Sr. Silva tem disponível dos lucros anteriores e poupanças.
- O investimento inicial corresponde ao capital do Sr. Silva e possivelmente, capital emprestado pelo banco, bem como a hipótese de contrair um empréstimo no fim da época de verão.
- O investimento inicial é ilimitado.

Este problema foi resolvido com auxílio da ferramenta "Linear and Integer Programming" que facilita a resolução, fazendo automaticamente todos os cálculos necessários à resolução deste problema de programação linear, recorrendo ao método *Simplex*.

Descrição do problema:

Este problema consiste na gestão de uma quinta de 200ha, onde existem plantações de centeio e de nabo, e criação de porcos e vacas.

O problema divide-se cronologicamente em duas épocas, de Verão e de Inverno. Começa-se no Verão, época em que se pode criar vacas, plantar centeio e/ou nabos. No Inverno pode-se apenas criar vacas em dois regimes distintos, engorda rápida ou engorda lenta. Os porcos demoram todo o ano a criar.

Em termos de capital são disponibilizados inicialmente 15.000 €, e tem-se como restrição o facto das receitas de verão terem obrigatoriamente que cobrir o investimento de Inverno.

Pretende-se maximizar receita líquida final, ou seja a diferença entre a totalidade das receitas e a totalidade dos gastos.

Variáveis:

Consideraram-se, neste problema, as seguintes variáveis:

- Nabos (ha)
- Centeio (ha)
- Vacas Verão
- Palha comprada
- Palha vendida
- Grão Vendido
- Vacas de engorda lenta
- Vacas de engorda rápida
- Porcos

Restrições:

Definiram-se para resolver o problema, as seguintes restrições, apresentadas seguidamente na sua forma mais legível, não canónica.

As restrições de recursos alimentares e de área de pasto são comuns a todas as instâncias do problema, as restrições monetárias variam de acordo com a instância.

Nabos:

$$0,03 * \text{Porcos} + 0,05 * \text{VacasRap} \leq \text{Nabos (ha)}$$

Erva no Verão:

$$0,5 * \text{VacasVerão} \leq 200 - \text{Centeio (ha)} - \text{Nabos (ha)}$$

Erva no Inverno:

$$1 * \text{VacasLen} + 0,5 * \text{VacasRap} \leq 200$$

Grão:

$$1 * \text{GrãoVendido} + 1 * \text{Porcos} \leq 1,5 \text{ Centeio (ha)}$$

Palha:

$$0,5 * \text{VacasRap} + 0,3 * \text{VacasLen} \leq \text{Centeio (ha)} + \text{Palha Comprada} - \text{Palha Vendida}$$

Pocilga:

$$\text{Porcos} \leq 100$$

Problema1:

Investimento no Verão:

$$37,5 * \text{Nabos (ha)} + 75 * \text{Centeio (ha)} + 125 * \text{VacasVerão} + 25 * \text{Porcos} \leq 15.000$$

Investimento no Inverno:

$$125 * \text{VacasRap} + 125 * \text{VacasLen} \leq 180 * \text{VacasVerão} + 25 * \text{PalhaVendida} - 35 * \text{PalhaComprada} + 75 * \text{GrãoVendido}$$

Problema2:

Investimento no Verão:

$$37,5 * \text{Nabos (ha)} + 75 * \text{Centeio (ha)} + 125 * \text{VacasVerão} + 25 * \text{Porcos} \leq 15.000 + \text{Empréstimo Verão}$$

Investimento no Inverno:

$$125 * \text{VacasRap} + 125 * \text{VacasLen} \leq 180 * \text{VacasVerão} + 25 * \text{PalhaVendida} - 35 * \text{PalhaComprada} + 75 * \text{GrãoVendido} - 1,05 \text{ Empréstimo Verão} + \text{Empréstimo Inverno}$$

Problema3:

Investimento no Verão:

$$37,5 * \text{Nabos (ha)} + 75 * \text{Centeio (ha)} + 125 * \text{VacasVerão} + 25 * \text{Porcos} \leq \text{Capital inicial} + \text{Empréstimo Verão}$$

Investimento no Inverno:

$$125 * \text{VacasRap} + 125 * \text{VacasLen} \leq 180 * \text{VacasVerão} + 25 * \text{PalhaVendida} - 35 * \text{PalhaComprada} + 75 * \text{GrãoVendido} - 1,05 \text{ Empréstimo Verão} + \text{Empréstimo Inverno}$$

Objectivo:

Problema 1:

Maximizar

$$55 * \text{VacasVerão} + 25 * \text{PalhaVendida} + 75 * \text{GrãoVendido} + 75 * \text{VacasRap} + 75 * \text{VacasLen} + 75 * \text{Porcos} - 37,5 * \text{Nabos (ha)} - 75 * \text{Centeio (ha)} - 35 * \text{PalhaComprada}$$

Problema 2:

Maximizar

$$55 * \text{VacasVerão} + 25 * \text{PalhaVendida} + 75 * \text{GrãoVendido} + 75 * \text{VacasRap} + 75 * \text{VacasLen} + 75 * \text{Porcos} - 37,5 * \text{Nabos (ha)} - 75 * \text{Centeio (ha)} - 35 * \text{PalhaComprada} - 0,05 \text{ Empréstimo Verão} - 0,05 \text{ Empréstimo Inverno}$$

Problema 3:

Maximizar

$$55 * \text{VacasVerão} + 25 * \text{PalhaVendida} + 75 * \text{GrãoVendido} + 75 * \text{VacasRap} + 75 * \text{VacasLen} + 75 * \text{Porcos} - 37,5 * \text{Nabos (ha)} - 75 * \text{Centeio (ha)} - 35 * \text{PalhaComprada} - 0,05 \text{ Empréstimo Verão} - 0,05 \text{ Empréstimo Inverno}$$

Resolução:

As restrições foram introduzidas no programa usado, depois de colocadas na forma canônica, e na forma menor ou igual (\leq). O programa resolve automaticamente o problema recorrendo ao método *Simplex* e gerando as soluções apresentadas.

Variable ->	Nabos (ha)	Centeio (ha)	Vacas Verao	Palha	Palha	Grão	Vacas Rap.	Vacas Len.	Porcos	Direction	R. H. S.
Maximize	-37.5	-75	55	25	-35	75	75	75	75		
Nabos	-1	0	0	0	0	0	0.05	0	0.03	\leq	0
Erva no	1	1	0.5	0	0	0	0	0	0	\leq	200
Erva no	0	0	0	0	0	0	0.5	1	0	\leq	200
Grão	0	-1.5	0	0	0	1	0	0	1	\leq	0
Palha	0	-1	0	1	-1	0	0.5	0.3	0	\leq	0
Pocilga	0	0	0	0	0	0	0	0	1	\leq	100
Investimento	37.5	75	125	0	0	0	0	0	25	\leq	15000
Investimento	0	0	-180	-25	35	-75	125	125	0	\leq	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Integer	Continuous	Continuous	Continuous	Integer	Integer	Integer		

Figura 1. Matriz de variáveis e restrições para o problema 1.

	16:15:33		Wednesday	June	04	2003
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1	Nabos (ha)	0,6000	-37,5000	-22,5000	0	basic
2	Centeio (ha)	199,4000	-75,0000	-14,955,0000	0	basic
3	Vacas Verao	0	55,0000	0	55,0000	at bound
4	Palha Vendida	135,2000	25,0000	3,380,0000	0	basic
5	Palha Comprada	0	-35,0000	0	-10,0000	at bound
6	Grão Vendido	299,1000	75,0000	22,432,5000	0	basic
7	Vacas Rap.	12,0000	75,0000	900,0000	0	basic
8	Vacas Len.	194,0000	75,0000	14,550,0000	0	basic
9	Porcos	0	75,0000	0	-3,0000	at bound
	Objective	Function	(Max.) =	26,285,0000		
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1	Nabos	0,0000	\leq	0	0	100,0000
2	Erva no Verão	200,0000	\leq	200,0000	0	62,5000
3	Erva no Inverno	200,0000	\leq	200,0000	0	67,5000
4	Grão	0,0000	\leq	0	0	75,0000
5	Palha	0,0000	\leq	0	0	25,0000
6	Pocilga	0	\leq	100,0000	100,0000	0
7	Investimento no Verão	14,977,5000	\leq	15,000,0000	22,5000	0
8	Investimento no Inverno	-62,5000	\leq	0	62,4999	0

Figura 2. Resumo da solução do problema 1.

Variable ->	haNabos	Centeio (ha)	Vacas Verao	Palha	Palha	Grão	Vacas Rap.	Vacas Len.	Porcos	Emp. Verao	Emp. Inverno	Direction	R. H. S.
Maximize	-37.5	-75	55	25	-35	75	75	75	75	-0.05	-0.05		
Nabos	-1	0	0	0	0	0	0.05	0	0.03	0	0	\leq	0
Erva no Verão	1	1	0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	\leq	200
Erva no Inverno	0	0	0	0	0	0	0.5	1	0	0	0	\leq	200
Grão	0	-1.5	0	0	0	1	0	0	1	0	0	\leq	0
Palha	0	-1	0	1	-1	0	0.5	0.3	0	0	0	\leq	0
Pocilga	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	\leq	100
Inv. Verão	37.5	75	125	0	0	0	0	0	25	-1	-1	\leq	15000
Inv. Inverno	0	0	-180	-25	35	-75	125	125	0	1.05	-1	\leq	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Integer	Continuous	Continuous	Continuous	Integer	Integer	Integer	Continuous	Continuous		

Figura 3. Matriz de variáveis e restrições para o problema 2.

16:18:02		Wednesday	June	04	2003			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	haNabos	20,0000	-37,5000	-750,0000	0	basic	-324,0313	106,2188
2	Centeio (ha)	0	-75,0000	0	0	basic	-M	-44,8125
3	Vacas Veroo	360,0000	55,0000	19.800,0000	0	basic	39,9063	198,2656
4	Palha Vendida	0	25,0000	0	-10,5000	at bound	-M	35,5000
5	Palha Comprada	200,0000	-35,0000	-7.000,0000	0	basic	-65,1875	-24,5000
6	Grão Vendido	0	75,0000	0	-20,1250	at bound	-M	95,1250
7	Vacas Rap.	400,0000	75,0000	30.000,0000	0	basic	60,6734	M
8	Vacas Len.	0	75,0000	0	-28,6531	at bound	-M	103,6531
9	Porcos	0	75,0000	0	-30,7491	at bound	-M	105,7491
10	Emp. Veroo	30.750,0000	-0,0500	-1.537,5000	0	basic	-0,2225	0,0525
11	Emp. Inverno	24.487,5000	-0,0500	-1.224,3750	0	basic	-0,2256	0
Objective		Function	(Max.) =	39.288,1300				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	Utilização dos nabos	0,0000	<=	0	0	143,7188	-144,7059	20,0000
2	Erva no Verão	200,0000	<=	200,0000	0	102,3750	77,0000	451,1538
3	Erva no Inverno	200,0000	<=	200,0000	0	86,3781	118,0163	1.647,0590
4	Grão	0	<=	0	0	98,8750	-263,5714	0
5	Palha	0	<=	0	0	36,7500	-M	200,0000
6	Pocilga	0	<=	100,0000	100,0000	0	0	M
7	Investimento no Verão	15.000,0000	<=	15.000,0000	0	0,1025	-M	38.321,4300
8	Investimento no Inverno	0	<=	0	0	0,0500	-M	24.487,5000

Figura 4. Resumo da solução do problema 2.

Variable ->	haNabos	Centeio (ha)	Vacas Veroo	Palha	Palha	Grão	Vacas Rap.	Vacas Len.	Porcos	Emp. Veroo	Emp.	Capital	Direction	R. H. S.
Maximize	-37,5	-75	55	25	-35	75	75	75	75	-0,05	-0,05	0		
Utilização	-1	0	0	0	0	0	0,05	0	0,03	0	0	0	<=	0
Erva no	1	1	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	200
Erva no	0	0	0	0	0	0	0,5	1	0	0	0	0	<=	200
Grão	0	-1,5	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	<=	0
Palha	0	-1	0	1	-1	0	0,5	0,3	0	0	0	0	<=	0
Pocilga	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	<=	100
Investimento	37,5	75	125	0	0	0	0	25	0	-1	0	-1	<=	0
Investimento	0	0	-180	-25	35	-75	125	125	0	1,05	-1	0	<=	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Integer	Continuous	Continuous	Continuous	Integer	Integer	Integer	Continuous	Continuous	Continuous		

Figura 5. Matriz de variáveis e restrições para o problema 3.

15:08:26		Thursday	June	05	2003			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	haNabos	20,0000	-37,5000	-750,0000	0	basic	-395,0000	110,0000
2	Centeio (ha)	0	-75,0000	0	0	basic	-M	-37,5000
3	Vacas Veroo	360,0000	55,0000	19.800,0000	0	basic	36,2500	233,7500
4	Palha Vendida	0	25,0000	0	-10,0000	at bound	-M	35,0000
5	Palha Comprada	200,0000	-35,0000	-7.000,0000	0	basic	-72,5000	-25,0000
6	Grão Vendido	0	75,0000	0	-25,0000	at bound	-M	100,0000
7	Vacas Rap.	400,0000	75,0000	30.000,0000	0	basic	57,1250	M
8	Vacas Len.	0	75,0000	0	-35,7500	at bound	-M	110,7500
9	Porcos	0	75,0000	0	-29,4250	at bound	-M	104,4250
10	Emp. Veroo	0	-0,0500	0	-0,0500	at bound	-M	0
11	Emp. Inverno	0	-0,0500	0	-0,0500	at bound	-M	0
12	Capital Investido	45.750,0000	0	0	0	basic	-0,0500	0
Objective		Function	(Max.) =	42.050,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	Utilização dos nabos	0,0000	<=	0	0	147,5000	-21,6667	20,0000
2	Erva no Verão	200,0000	<=	200,0000	0	110,0000	178,3333	M
3	Erva no Inverno	200,0000	<=	200,0000	0	100,2500	0	224,2991
4	Grão	0	<=	0	0	100,0000	-36,0000	0
5	Palha	0	<=	0	0	35,0000	-222,8571	200,0000
6	Pocilga	0	<=	100,0000	100,0000	0	0	M
7	Investimento no Verão	0	<=	0	0	0	-M	45.750,0000
8	Investimento no Inverno	-7.800,0000	<=	0	7.800,0000	0	-7.800,0000	M

Figura 6. Resumo da solução do problema 3.

Conclusões:

Como se pode constatar nos pontos supracitados, podemos dividir as nossas recomendações em três categorias: somente usando capital próprio, contraindo empréstimos, e caso houvesse capital ilimitado para investir.

Caso o Sr. Silva não queira contrair dois empréstimos bancários (um no principio da época de verão e outro no início da época de Inverno), os nossos cálculos mostram que o lucro máximo será de 26.285,00 €, usando como investimento inicial os 15.000,00 € de que dispõe e chegando ao fim do ano com 41.285,00 €.

Esta solução é com certeza a menos arriscada de todas tendo no entanto a desvantagem de ser aqui que se obtém o menor lucro. Caso algum resultado se desvie da previsão inicial, o risco de falência é muito reduzido, porque no máximo o Sr. Silva perde parte (dificilmente tudo) do que investiu.

No segundo caso, o Sr. Silva terá de contrair dois empréstimos para fazer frente aos gastos necessários. Nessa solução os nossos cálculos mostram que se pode obter um lucro de 39.288,13 €, contraindo empréstimos de, respectivamente 30.750,00 € no Verão e de 24.487,50 € no Inverno. Esta hipótese está dependente da concessão de crédito por parte de uma instituição bancária.

Esta solução pode originar mais lucro que a anterior. No entanto, existem riscos maiores ao optar por uma solução deste tipo. Caso algum imprevisto aconteça, que faça os resultados desviarem-se da previsão inicial, pode originar a falência do Sr. Silva, como por exemplo algum factor que impeça a venda do gado bovino. Podendo desta maneira, as perdas elevarem-se até todo o montante investido inicialmente, $15.000,00 + 30.750,00 = 45.750,00$ €.

No terceiro caso, como seria de esperar o lucro é ligeiramente superior ao da hipótese anterior, sendo as recomendações de investimento exactamente iguais. Só se ganha ligeiramente pelo facto de não perder os juros correspondentes ao empréstimo que não sendo necessário deverá ser nulo.

Finalmente podemos afirmar que, as soluções dos dois primeiros casos, são ambas bastante lucrativas pois originam um retorno de 275% e 362% do capital investido, respectivamente. Para optar pela segunda solução, recorrendo a crédito será, no entanto, aconselhável contratar um seguro que assegure o pagamento dos empréstimos no caso de algum imprevisto acontecer.