Os teoremas da absorção das fontes e os seus corolários

A determinação da resistência R_i, vista pela fonte de sinal v_s, como foi proposto na alínea a) do problema 1 do 1º miniteste, levanta algumas questões interessantes que vale a pena tratar.

A maneira mais simples para determinar a resistência R_i era simplesmente escrever a equação da malha da entrada:

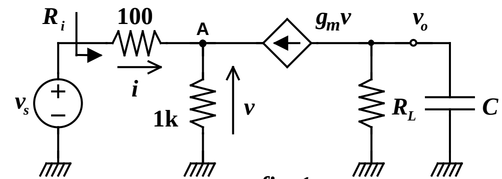

fig. 1

$$v_s = 100i - v$$

e como a equação do nó A é:

$$i = -g_m v - \frac{v}{1\text{k}} = -\frac{1 + g_m 1\text{k}}{1\text{k}} v = -\frac{101}{1000} v$$

resulta

$$v_s = 100i + \frac{1000}{101} i \cong 110i$$

i.e., $R_i \cong 110\Omega$.

Uma maneira alternativa, muito elegante, de determinar R_i, consiste em começar por calcular a resistência vista do nó A, para a direita (fig. 2 onde Z representa o paralelo de R_L com C), o que é, na verdade, trivial!

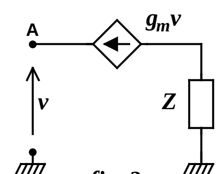

fig. 2

De facto, como a tensão em A é $-v$ e a corrente fornecida ao circuito da direita é $-g_m v$, então a resistência vista para a direita é:

$$\frac{-v}{-g_m v} = \frac{1}{g_m}$$

Desta forma, para efeito de cálculo de R_i, o circuito pode ser redesenhado como na fig. 3, onde é evidente que (sendo $1/g_m = 10\ \Omega$):

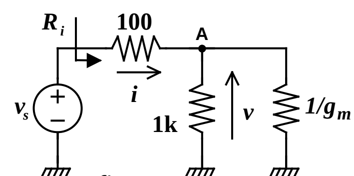

fig. 3

$$R_i = 100 + 1000 // 10 \cong 110\Omega$$

Muitos alunos pretenderam resolver esta alínea com recurso à aplicação do teorema da absorção da fonte. Alguns chegaram mesmo, acidentalmente, ao resultado correcto! Todavia, aplicaram erradamente o teorema, pois este estipula que uma fonte de corrente controlada por tensão, quando esta é exactamente a tensão aos seus terminais pode ser substituída por uma impedância que submetida àquela tensão conduza a mesma corrente. Mas este não é o caso do problema pois existe uma impedância Z em série com a fonte controlada.

Assim, não é possível, como muitos fizeram, dizer que por aplicação do teorema o circuito pode ser visto como se mostra na fig. 4, por que a ser assim, a impedância vista do nó A para a direita seria $1/g_m$ mais a restante impedância e não apenas $1/g_m$. De facto, todos esses alunos representaram a resistência $1/g_m$ seguida de um ramo a traço interrompido, sugerindo que haveria mais alguma impedância antes da ligação à massa.

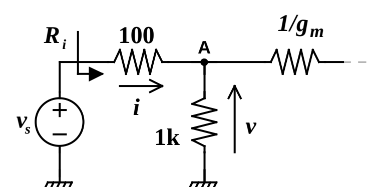

fig. 4

Quer isto dizer que não é possível resolver o problema com recurso ao teorema da absorção da fonte? Não! É possível fazê-lo, embora pouco prático, mas com os devidos cuidados. Vejamos como.

Notemos que o circuito em análise pode ser redesenhado como na fig. 5 (onde Z representa o paralelo de R_L com C). Como a corrente na impedância Z é $g_m v$, a tensão aos seus terminais é $g_m vZ$; assim, como a tensão nos terminais da série da fonte $g_m v$ com a impedância Z é v, a tensão aos terminais da fonte controlada é:

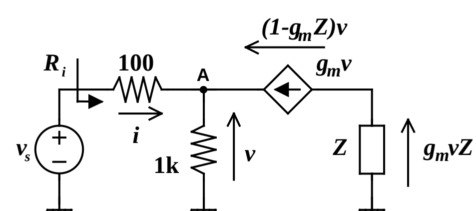

fig. 5

$$v - g_m vZ = (1 - g_m Z)\, v$$

A fonte controlada pode então ser vista com o valor

$$g_m v = \frac{g_m}{1 - g_m Z}(1 - g_m Z) v$$

i.e., uma fonte controlada pela tensão $(1\text{-}g_mZ)v$ com um factor controlante igual a g_m / $(1\text{-}g_mZ)$. Nestas condições, a aplicação do teorema da absorção permite substituir a fonte pela impedância $(1\text{-}g_mZ)/g_m$. A série desta impedância com a impedância Z conduz ao valor:

$$\frac{1-g_mZ}{g_m}+Z=\frac{1-g_mZ+g_mZ}{g_m}=\frac{1}{g_m}$$

Este resultado confirma o que vimos atrás. Na verdade, a resistência vista para a direita do nó A é sempre $1/g_m$, independentemente da impedância em série com a fonte, pois o quociente entre a tensão (v) e a corrente (g_mv) é sempre $1/g_m$.

Podemos mesmo apresentar este resultado como um:

<u>Corolário do teorema da absorção da fonte de corrente controlada por tensão</u>

Se tivermos um ramo dum circuito, cuja tensão é v, constituído pela série de uma fonte de corrente controlada pela tensão v com uma impedância arbitrária Z, esse ramo pode ser equivalentemente representado por uma admitância igual ao valor do factor controlante da fonte.

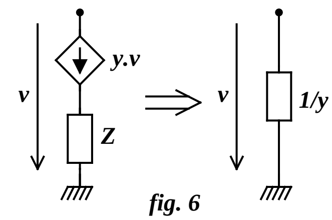

fig. 6

De facto, a tensão aos terminais de Z é yZv, pelo que a tensão aos terminais da fonte controlada é:

$$v-yZv=(1-yZ)\,v$$

A fonte controlada pode então ser vista com o valor

$$y.v=\frac{y}{1-yZ}(1-yZ)\,v$$

i.e., uma fonte de corrente controlada pela tensão $(1\text{-}yZ)v$ com um factor controlante igual a $y/(1\text{-}yZ)$. Nestas condições, a aplicação do teorema da absorção permite substituir a fonte pela impedância $(1\text{-}yZ)/y$. A série desta impedância com a impedância Z conduz ao valor:

$$\frac{1-yZ}{y}+Z=\frac{1-yZ+yZ}{y}=\frac{1}{y}$$

Analogamente, podemos apresentar o:

<u>Corolário do teorema da absorção da fonte de tensão controlada por corrente</u>

Se tivermos um ramo dum circuito, cuja corrente é i, constituído pelo paralelo de uma fonte de tensão controlada pela corrente i com uma admitância arbitrária Y, esse ramo pode ser equivalentemente representado por uma impedância igual ao valor do factor controlante da fonte.

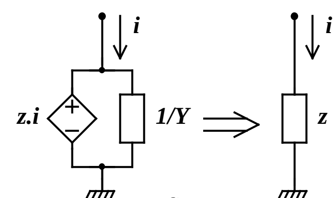

fig. 7

De facto, a corrente na admitância Y é zYi, pelo que a corrente na fonte controlada é:

$$i-zYi=(1-zY)\,i$$

A fonte controlada pode então ser vista com o valor

$$z.i=\frac{z}{1-zY}(1-zY)\,i$$

i.e., uma fonte de tensão controlada pela corrente $(1\text{-}zY)i$ com um factor controlante igual a $z/(1\text{-}zY)$. Nestas condições, a aplicação do teorema da absorção permite substituir a fonte pela admitância $(1\text{-}zY)/z$. O paralelo desta admitância com a admitância Y conduz ao valor:

$$\frac{1-zY}{z}+Y=\frac{1-zY+zY}{z}=\frac{1}{z}$$

a que corresponde uma impedância de valor z.