

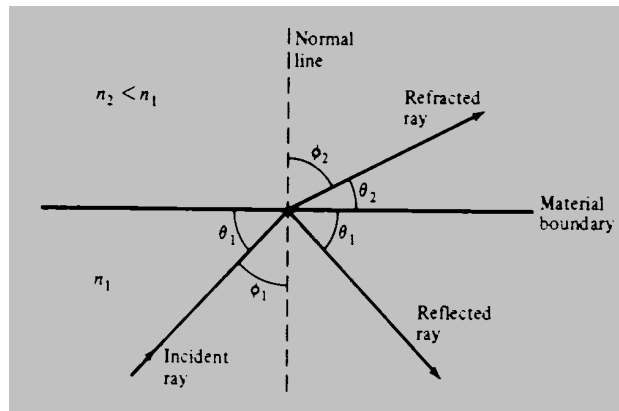
Fibras Ópticas

OpE - MIB 2007/2008

Fibras Ópticas: Estruturas e Teoria de Propagação

□ Leis básicas da óptica

- Reflexão: $\theta_i = \theta_r = \theta_1$
- Refracção: $n_1 \sin\phi_1 = n_2 \sin\phi_2$ (lei de Snell-Descartes)



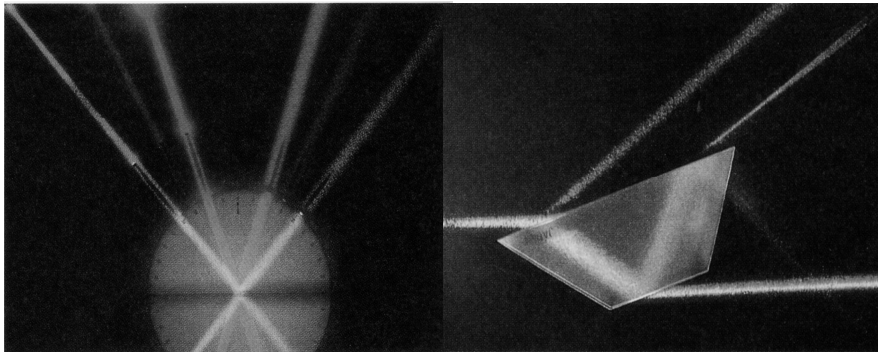
Os conceitos de *reflexão* e *refracção* podem ser interpretados considerando raios luminosos associados a ondas planas viajando em meios dielétricos.

A figura mostra o que acontece quando um raio luminoso incide na interface de separação de dois meios diferentes: parte é *reflectido* para o meio inicial, enquanto o restante sofre uma curvatura (ou *refracção*) ao entrar no segundo meio. Esta curvatura resulta da diferença da velocidade da luz nos dois meios, os quais apresentam *índices de refracção* diferentes. A *lei de Snell-Descartes* traduz matematicamente o fenómeno da refracção, relacionando os índices de refracção dos meios com os ângulos dos raios relativamente à normal.

Define-se *índice de refracção de um meio* como a razão da velocidade da luz no vazio c ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s) em relação à velocidade da luz nesse meio v_i

□ Leis básicas da óptica (cont.):

- a) Reflexão para um interface ar – vidro
- b) Reflexão e refração de um feixe de luz incidente numa lâmina de vidro



(a)

(b)

□ **Índice de refração de um meio:**

- É a razão da velocidade da luz no vácuo c ($c \approx 2,9979 \times 10^8$ m/s) em relação à velocidade da luz nesse meio v_i

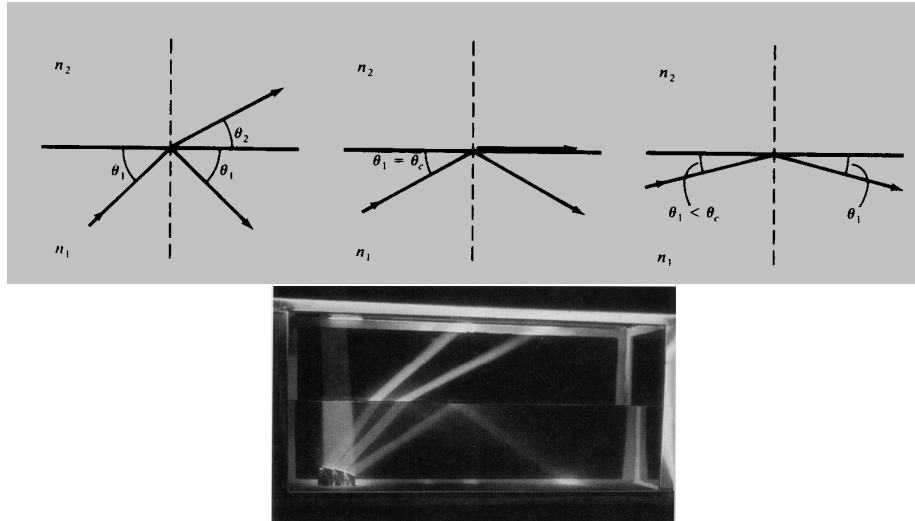
$$n_i = \frac{c}{v_i} \geq 1$$

$$n = \frac{c}{v} \geq 1$$

- Índices de refração para vários meios:

Material	Índice de refração	Velocidade da luz (km/s)
Ar	1,00028	299 706
Gelo	1,310	228 847
Água	1,333	224 900
Acrílico (Perspex)	1,495	200 528
Cristal	1,62	185 055
Cloreto de sódio (sal)	2,37	126 494
Diamante	2,42	123 880
Núcleo típico da fibra (MM)	1,487	201 607

□ Reflexão interna total



OpE 0708
FibOpt 33

Quando $n_1 \geq n_2$, à medida que o ângulo de incidência aumenta também aumenta o ângulo de refração. Verifica-se que para um determinado ângulo de incidência φ_c , designado por **ângulo crítico**, o raio emerge paralelo à interface, isto é, $\varphi_2 = 90^\circ$. Nesta condição

$$\text{sen}\varphi_c = \frac{n_2}{n_1}$$

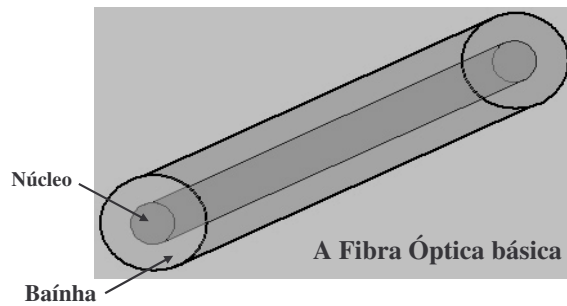
(1)

Para raios incidentes segundo ângulos maiores que φ_c verifica-se que o raio é praticamente todo reflectido para o meio original (eficiência de $\sim 99,1\%$). A este fenómeno dá-se a designação de **reflexão interna total**.

A figura acima ilustra este fenómeno de reflexão interna total: à medida que o ângulo de incidência é aumentado, o ângulo de refração também vai aumentando, até que para o ângulo crítico de incidência o ângulo de refração apresenta o valor de 90° . Acima deste limite, não existe raio refractado.

□ Estrutura da fibra óptica

- A fibra consiste de um núcleo rodeado por uma bainha
- O material mais comum é o vidro (silica)
- Diâmetros do núcleo variam desde $7\ \mu\text{m}$ até $1\ \text{mm}$



A estrutura do guia de onda, designado por fibra óptica, é a de um cilindro sólido. É constituída pelo **núcleo**, de índice de refração n_1 , o qual é rodeado pela **bainha**, de índice de refração n_2 ($n_1 > n_2$). Apesar de não ser necessário, em princípio, uma camada adicional de protecção encapsula a fibra óptica, sendo em geral de material plástico com alguma elasticidade e resistente à abrasão.

A figura acima mostra a fibra óptica em perspectiva.

□ Raios e modos de propagação

- A aproximação do traçado de raios no interior da fibra é válida apenas no limite de pequeno comprimento de onda.
- Na aproximação modal (ou electromagnética), a radiação electromagnética que viaja ao longo da fibra é representada pela sobreposição de modos guiados.
- Para luz monocromática, viajando ao longo do eixo da fibra (direcção positiva do eixo dos z), a sua dependência temporal e espacial pode ser representada por

$$e^{j(\alpha z - \beta z)} \quad (2)$$

β - componente segundo z da constante de propagação k , $|k| = 2\pi/\lambda$
 ω - frequência angular

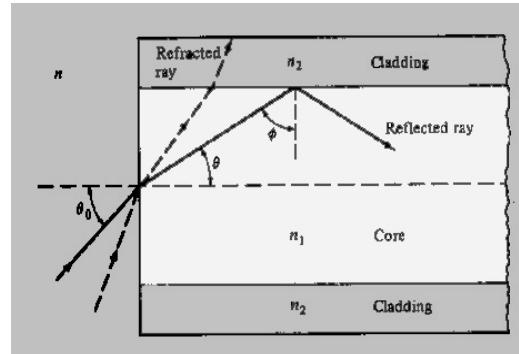
Para modos guiados, β assume certos valores discretos, os quais são determinados a partir das equações de Maxwell e das condições fronteira dos campos eléctrico e magnético na interface núcleo-bainha.

O traçado de raios (ou aproximação da óptica geométrica) para descrever a propagação de luz nas fibras apenas é válido no **limite de pequeno comprimento de onda**, isto é, quando a razão do raio em relação ao comprimento de onda da radiação é grande. Do ponto de vista formal, a aproximação do traçado de raios só é válida no limite de comprimento de onda nulo ($\lambda=0$); todavia, para λ s pequenos relativamente às dimensões do núcleo da fibra e quando o número de modos guiados é elevado (fibras multimodo), os resultados obtidos são relativamente precisos. A vantagem desta aproximação reside na sua simplicidade e na interpretação física das características de propagação numa fibra óptica.

Apesar da sua utilidade, a aproximação da óptica geométrica exhibe um certo número de limitações e discrepâncias quando comparada com a **análise modal** ou **electromagnética**, baseada na propagação de radiação electromagnética no interior da fibra. Um caso importante é a análise de fibras monomodo, correctamente explicada apenas pela teoria electromagnética. Problemas envolvendo fenómenos de coerência ou interferência são outros fenómenos apenas descritos correctamente pela análise modal. Outra discrepância ocorre quando a fibra óptica é uniformemente dobrada com um raio de curvatura constante: a análise modal prevê, acertadamente, que cada modo guiado sofre alguma perda por radiação; ao invés, a análise geométrica prevê que alguns raios continuam a propagar-se sem sofrerem perdas.

□ **Aproximação da óptica geométrica em fibras “step-index”**

- O raio de luz a cheio propaga-se no interior da fibra porque na fronteira núcleo-bainha sofre reflexão interna total (RIT), sendo reenviado novamente para o núcleo
- O raio de luz a tracejado não sofre RIT pelo que se perde na bainha
- O ângulo φ deve ser maior que o ângulo crítico da fibra para haver RIT
- Através da trigonometria é possível definir um valor máximo para θ_0 , chamado de ângulo de aceitação máxima ($\theta_{0,max}$)
- Somente os raios que entram no núcleo com um ângulo inferior a $\theta_{0,max}$ se propagarão na fibra



OpE 0708
FibOpt 36

A figura representa a propagação de um raio meridional numa fibra “step-index” ideal: perfeitamente homogénea e cilíndrica, sem descontinuidades ou imperfeições na fronteira núcleo-bainha.

Raios meridionais são aqueles confinados aos meridianos da fibra, que são os planos que contêm o eixo de simetria da fibra (o eixo do núcleo). Podem ser **guiados** (que são confinados ao núcleo e se propagam ao longo da fibra) e **não-guiados**, que são refractados para fora do núcleo.

Da análise da figura e da lei de Snell-Descartes, o ângulo mínimo φ_{\min} que permite reflexão interna total para o raio meridional é

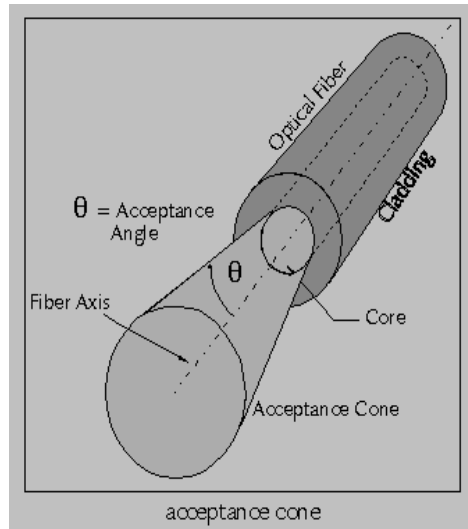
$$\text{sen } \varphi_{\min} = \frac{n_2}{n_1} \quad (3)$$

É possível escrever esta relação em função do ângulo de aceitação máximo $\theta_{0,max}$ como

$$n \cdot \text{sen } \theta_{0, \max} = n_1 \text{sen } \theta_c = (n_1^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

Tal obtém-se sabendo que $\varphi = \pi / 2$ e usando a relação fundamental da trigonometria.

□ Ângulo de aceitação máximo



OpE 0708
FibOpt 37

O ângulo de aceitação máximo $\theta_{0,\max}$ é metade do ângulo do cone visualizado na entrada da fibra óptica (a amarelo).

□ **Abertura numérica NA**

- Para fibras “step-index” e raios meridionais define-se como

$$NA = n \cdot \text{sen} \theta_{\text{max}} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (5)$$

Definindo-se a diferença relativa do índice de refração núcleo-bainha Δ

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \quad (6)$$

$$\approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad \text{para } \Delta \ll 1$$

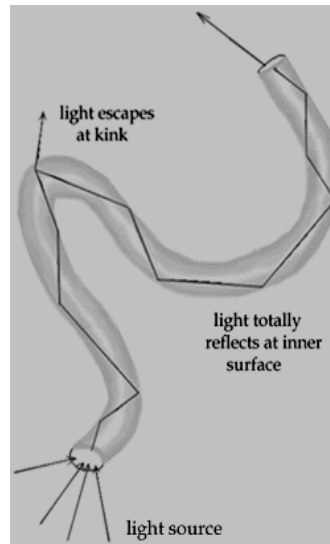
a expressão da abertura numérica NA escreve-se como

$$NA \cong n_1 \sqrt{2\Delta} \quad (7)$$

Dado que a abertura numérica está relacionada com o ângulo de aceitação máximo, é um parâmetro útil para descrever a capacidade de colectar luz de uma fibra óptica e para calcular eficiências no acoplamento de potência óptica fonte de luz → fibra óptica.

É um parâmetro adimensional, inferior à unidade, com valores variando entre 0,14 e 0,50, dependendo das dimensões e características das fibras.

□ Propagação de luz numa fibra óptica

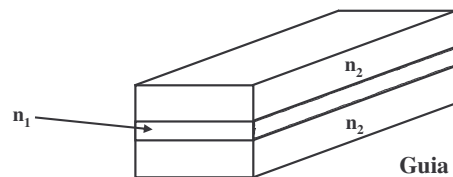


Os dois parâmetros fundamentais de uma fibra óptica “step-index”, de um ponto de vista óptico, são o seu núcleo e a sua bainha. A luz é guiada no interior do núcleo através do fenómeno de reflexão interna total na fronteira núcleo-bainha. Para tal se verificar, é necessário que o índice de refração do núcleo seja superior àquele da bainha. Os raios luminosos, no interior do núcleo, têm uma propagação em “zig-zag” ao longo da fibra, desde que as condições para reflexão interna total se verifiquem; caso contrário, são refractados para a bainha – ver figura acima.

Na prática, o índice de refração do núcleo é cerca de 1% superior ao da bainha. Para esta pequena diferença, mostra-se que o ângulo crítico é de cerca de 82° . Assim, apenas os raios luminosos que incidem na interface núcleo-bainha com um ângulo de 8° ou inferior a essa mesma superfície fronteira são confinados e propagados no interior do núcleo.

□ Modos electromagnéticos numa fibra óptica

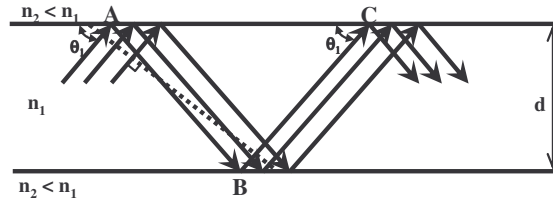
- A aproximação geométrica é útil para visualizar a propagação da luz na fibra
- Para se obter um modelo preciso para a propagação da luz na fibra, a teoria electromagnética deve ser usada
- A base da análise electromagnética são as equações de Maxwell e condições fronteira adequadas ao caso da fibra óptica
- Para simplificar a análise inicial, é frequente usar-se uma guia de onda plana dieléctrica, designada por “symmetrical-slab waveguide”



Guia de onda dieléctrica planar

Um “*symmetrical-slab waveguide*” é composto de material dieléctrico com índice de refração n_1 ensanduichado por material dieléctrico com índice de refração $n_2 < n_1$. Tal estrutura representa a forma mais simples de guia de onda óptico, servindo de modelo para a compreensão da propagação das ondas electromagnéticas no interior da fibra óptica – ver figura acima.

□ Representação de onda associada a raios de luz



- Cada raio indica a direcção de propagação da luz, sendo perpendicular à frente de onda (linha a tracejado)
- Para ondas planas todos os pontos ao longo da mesma frente de onda estão em fase
- Interferência destrutiva ocorre quando a diferença de fase entre dois pontos não é um múltiplo inteiro de 2π ; quando tal se verifica, o raio luminoso não se propaga
- O percurso do raio entre A e C envolve uma variação de fase devida à distância entre AB e BC bem como uma outra variação de fase devida às reflexões em A e B
- Combinando estas variações de fase e igualando o resultado a um múltiplo de 2π (interferência construtiva), obtém-se uma condição para a propagação dos "raios" luminosos, cuja designação mais adequada agora é de "modos de propagação"

OpE 0708
FibOpt 41

A teoria da óptica geométrica parece permitir que qualquer raio de luz incidente segundo um ângulo θ_1 inferior ao ângulo crítico θ_c possa propagar-se ao longo da fibra. Todavia, quando o efeito de interferência devido à fase da onda plana associada ao raio é considerado, apenas raios incidentes segundo certos ângulos iguais ou inferiores a θ_c , isto é, para valores discretos de θ_1 , são permitidos propagarem-se na fibra. Consideremos a figura acima esquematizada. À medida que o raio se propaga sofre uma variação de fase dada por

$$\delta = k_1 \cdot s = \frac{n_1 \cdot 2\pi \cdot s}{\lambda}$$

k_1 é a constante de propagação no meio n_1 ; $k = k_1/n_1$ é a constante de propagação no vácuo; s é a distância percorrida pelo raio. Ora, a fase da onda plana, associada ao raio, que é duplamente reflectida na interface núcleo-bainha, deve ser a mesma da onda incidente, ou seja, a onda deve interferir construtivamente consigo própria. Da figura, a variação total de fase de $A \rightarrow B \rightarrow C$, com duas reflexões em A e B, deve ser um múltiplo inteiro de 2π . Da eq. (10) tem-se que

$$\delta_{AC} = n_1 \cdot k \cdot \left(\frac{2d}{\text{sen } \theta_1} \right) \quad (9)$$

e da eq. (2) - assumindo por simplicidade que a onda é polarizada normal ao plano de incidência

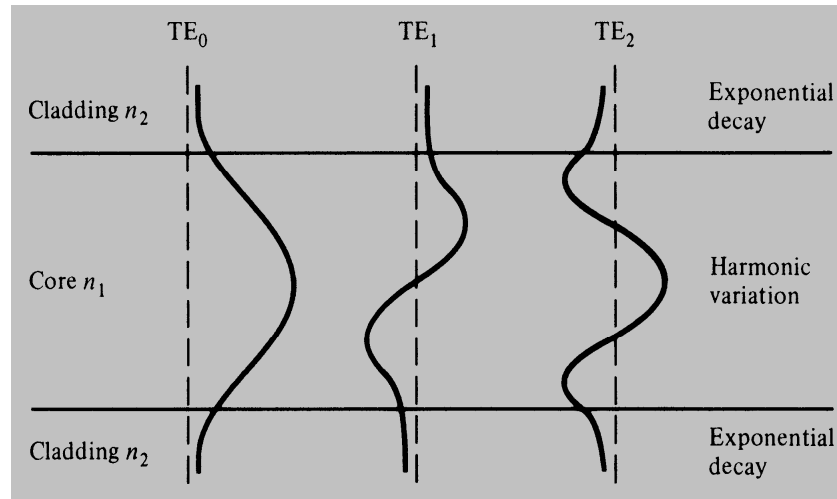
$$\delta_1 = 2 \arctg \left(\frac{\sqrt{n^2 \cos^2 \theta_1 - 1}}{n \cdot \text{sen } \theta_1} \right) \quad (10)$$

com $n = n_1/n_2$. Então, a seguinte condição deve ser satisfeita

$$\frac{2n_1 \cdot k \cdot d}{\text{sen } \theta_1} + 2\delta_1 = 2\pi \cdot M \quad (11)$$

onde M é um inteiro que determina quais os ângulos de incidência permitidos aos raios que se propagam nas fibras.

□ Distribuições de \underline{E} para vários modos guiados num “symmetrical-slab”



OpE 0708
FibOpt 42

Como outras guias de onda, a fibra óptica guia ondas luminosas de padrões distintos chamadas de *modos*, os quais descrevem a distribuição da energia óptica através da guia de onda. O comprimento de onda da radiação e as dimensões, forma e natureza do guia de onda determinam que modos se propagam.

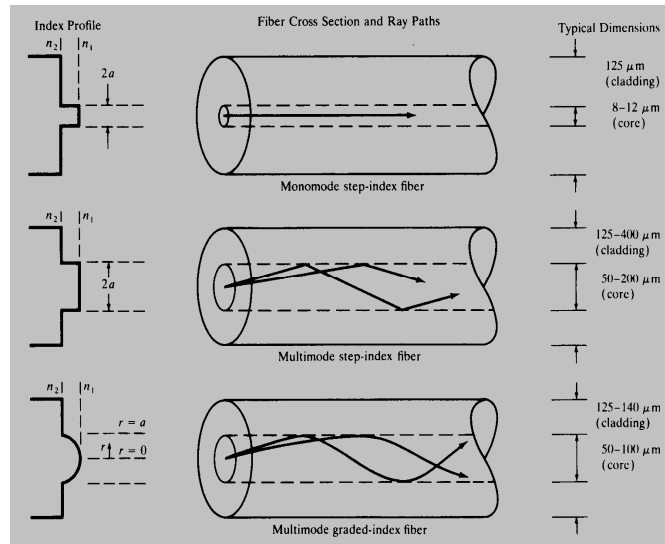
Para a fibra, e numa análise simplificada, o diâmetro do núcleo e o comprimento de onda da luz especificam o número de modos possíveis: em termos simples, quanto maior a guia de onda, medida em termos de comprimentos de onda, mais modos pode esta suportar.

Em essência, as dimensões da guia estabelecem as condições fronteira para os campos eléctrico e magnético que constituem o campo electromagnético. Tendo em conta estas condições fronteira nas equações de onda, pode-se então calcular as propriedades teóricas da guia de onda em questão. As soluções destas equações diferenciais representam os modos de propagação.

A figura acima ilustra os padrões de campo de vários *modos* de ordem inferior, os quais representam soluções das equações de Maxwell para o “slab-waveguide”. A **ordem de um modo** é igual ao número de zeros através do guia de onda (a intensidade nula é representada pela linha tracejada).

Da figura pode-se observar que o campo eléctrico dos modos guiados não está completamente confinado à parte central do “slab”, ou seja, não se anulam na fronteira entre os dois meios; ao invés, estendem-se parcialmente na região correspondente ao segundo meio. Conclui-se também que o campo varia harmonicamente na parte central do guia de onda, enquanto fora desta região apresenta um decaimento exponencial. Para modos de ordem inferior, a maioria da energia está concentrada na zona central da “slab”, ao contrário do que acontece para modos elevados, em que a distribuição do campo penetra mais profundamente no segundo meio.

□ Tipos de fibra óptica



OpE 0708
FibOpt 43

Variações na composição material do núcleo originam os dois tipos de fibra mais vulgares esquematizados na figura.

No primeiro caso, o índice de refração do núcleo é uniforme em toda a sua extensão, sofrendo uma variação abrupta (“*degrau*”, ou em inglês “*step*”); esta fibra designa-se por *fibra de índice em degrau* (ou *fibra “step-index”*).

No segundo caso, o índice de refração do núcleo não é homogéneo mas varia com a distância radial ao centro da fibra; esta é a *fibra de índice gradual* (ou *fibra “graded-index”*).

Quer as fibras tipo “step-index” ou “graded-index” podem ainda ser subdivididas em *monomodo* (“*singlemode*”) ou multimodo (“*multimode*”).

Como o nome indica, fibras monomodo suportam apenas um único modo de propagação. Ao invés, as fibras multimodo suportam a propagação de centenas de modos.

De reparar que na figura estão indicadas as dimensões típicas das diferentes fibras, o que dá uma ideia da sua escala dimensional.

□ Teoria electromagnética de propagação de modos em fibras ópticas

- Equações de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (12a)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (12b)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (12c)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (12d)$$

E - campo eléctrico

H - campo magnético

D - densidade de fluxo eléctrico

B - densidade de fluxo magnético

Nas equações de Maxwell, acima escritas, supõe-se que o meio é dieléctrico, isotrópico e linear, sem correntes nem cargas livres. Os quatro vectores de campo estão relacionados por

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned} \quad (13)$$

onde ϵ é a permissividade dieléctrica e μ é a permeabilidade magnética. De relembrar que no vazio

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2,99792458 \times 10^8 \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Wb} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$$

Nota: Um meio diz-se dieléctrico quando a sua condutividade σ é desprezável, ou seja, as suas propriedades eléctricas e magnéticas são completamente determinadas por ϵ e μ ; por outro lado, dado a fibra ser um meio não-magnético μ é aproximado por μ_0 .

- Equações de onda

$$\nabla^2 \vec{E} = \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$\nabla^2 \vec{H} = \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (15)$$

A partir das equações de Maxwell pode-se derivar uma relação definindo a propagação das ondas do campo electromagnético, que se designam por *equações de onda*.

Método:

Aplicando o rotacional à eq. (12a), usando a identidade vectorial $\nabla \times (\nabla \times \underline{E}) = \nabla(\nabla \cdot \underline{E}) - \nabla^2 \underline{E}$ e recorrendo à eq. (12c) obtém-se a equação de onda para o campo eléctrico \underline{E} .

Por um raciocínio análogo, obtém-se a segunda equação de onda para o campo magnético.

Para coordenadas rectangulares cartesianas e cilíndricas polares, as equações de onda acima escritas são válidas para uma das três componentes de cada campo vectorial, isto é, satisfazem a equação de onda *escalar*

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (16)$$

onde ψ representa qualquer uma das componentes de \underline{E} ou \underline{H} , e v_p é a velocidade de fase no meio dieléctrico:

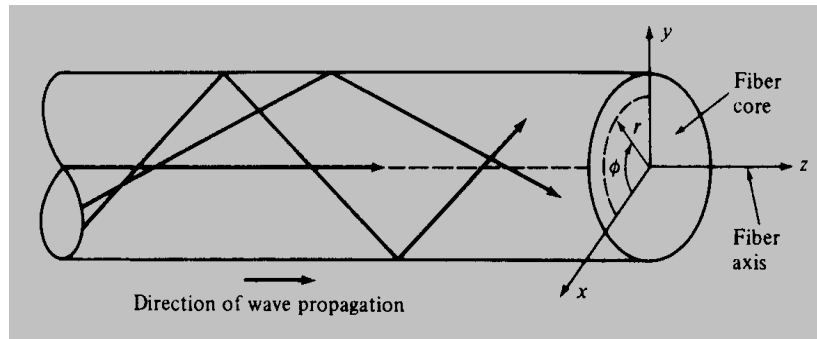
$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (17)$$

De notar que a velocidade de fase é a velocidade de propagação de um ponto de fase constante na onda electromagnética.

- Soluções das equações de onda

$$\vec{E} = \vec{E}_0(r, \phi) e^{j(\alpha z - \beta t)} \quad (18)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0(r, \phi) e^{j(\alpha z - \beta t)} \quad (19)$$



OpE 0708
FibOpt 46

Considerando a fibra óptica cilíndrica e o sistema de coordenadas polares da figura (onde se assume que a propagação dos modos é ao longo do eixo dos zz), verifica-se que a solução básica da equação de onda é uma sinusóide, sendo a mais importante a onda plana uniforme que apresenta uma dependência funcional dada pelas expressões das eqs. (20) e (21).

Substituindo as eqs. (18) e (19) em (12a) e (12b), respectivamente, e por manipulação adicional obtém-se

$$E_r = -\frac{j}{q^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{\mu\omega}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad (20a)$$

$$E_\phi = -\frac{j}{q^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \mu\omega \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) \quad (20b)$$

$$H_r = -\frac{j}{q^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\epsilon\omega}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right) \quad (20c)$$

$$H_\phi = -\frac{j}{q^2} \left(\frac{\beta}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \epsilon\omega \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) \quad (20d)$$

onde $q^2 = \epsilon\mu \omega^2 - \beta^2$. De notar que uma vez conhecidas as componentes E_z e H_z todas as outras componentes podem ser determinadas.

- Equações de onda em coordenadas cilíndricas

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + q^2 E_z = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \phi^2} + q^2 H_z = 0 \quad (22)$$

Se as condições fronteira não conduzirem ao acoplamento entre as componentes do campo electromagnético, soluções de modos podem ser obtidas para as quais $E_z = 0$ ou $H_z = 0$.

Quando $E_z = 0$ os modos são designados por *transversos eléctricos*, abreviando-se para modos *TE*. Quando $H_z = 0$ os modos designam-se por *transversos magnéticos*, ou recorrendo a siglas, modos *TM*.

Modos híbridos existem se E_z ou H_z são não-nulos. Designam-se neste caso por modos *HE* ou *EH*, dependendo de H_z ou E_z , respectivamente, terem a maior contribuição para o campo transversal.

No caso de fibras ópticas, estão presentes modos híbridos, o que torna a sua análise bastante mais complexa do que no caso em que apenas existam modos TE ou TM (caso, por exemplo, de guias de onda metálicas ocas).

□ Fibras de índice em degrau (“step-index”)

- Usando o método de separação de variáveis, a solução da eq. (21) é da forma

$$E_z = A.F_1(r).F_2(\phi).F_3(z).F_4(t) \quad (23)$$

Como já pressuposto (ver eq. 2):

$$F_3(z).F_4(t) = e^{j(\omega t - \beta z)} \quad (24)$$

e supondo F_2 periódica em ϕ

$$F_2(\phi) = e^{j\nu\phi} \quad (25)$$

Substituindo na eq.(23) e usando a eq. (21) obtém-se

$$\frac{\partial^2 F_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_1}{\partial r} + \left(q^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right) F_1 = 0 \quad (26)$$

De notar que a dependência em ϕ é periódica devido à simetria cilíndrica da fibra, o que se traduz no facto de a componente F_2 dever ser a mesma quando ϕ varia de 2π .

De referir que uma equação idêntica a (26) pode ser obtida para H_z .

A eq. (26) é uma equação diferencial conhecida, tendo como solução a **função de Bessel**.

Na derivação, assume-se uma fibra “step-index”, com núcleo homogéneo de índice de refração n_1 e raio a , o qual é rodeado por uma bainha de dimensão infinita e índice de refração n_2 . A razão de a bainha ser infinita resulta de os modos guiados no núcleo terem um decaimento exponencial fora do mesmo, devendo ser desprezáveis (i. e., nulos) na fronteira externa da bainha - na prática, a bainha tem uma espessura suficiente para o campo dos modos guiados ser desprezável na fronteira da mesma.

As expressões para E_z e H_z no núcleo são

$$E_z(r < a) = A.J_\nu(ur).e^{j\nu\phi}.e^{j(\alpha - \beta z)} \quad (27)$$

$$H_z(r < a) = B.J_\nu(ur).e^{j\nu\phi}.e^{j(\alpha - \beta z)} \quad (28)$$

As expressões para E_z e H_z na bainha são

$$E_z(r > a) = C.K_\nu(\bar{\omega}r).e^{j\nu\phi}.e^{j(\alpha - \beta z)} \quad (29)$$

$$H_z(r > a) = D.K_\nu(\bar{\omega}r).e^{j\nu\phi}.e^{j(\alpha - \beta z)} \quad (30)$$

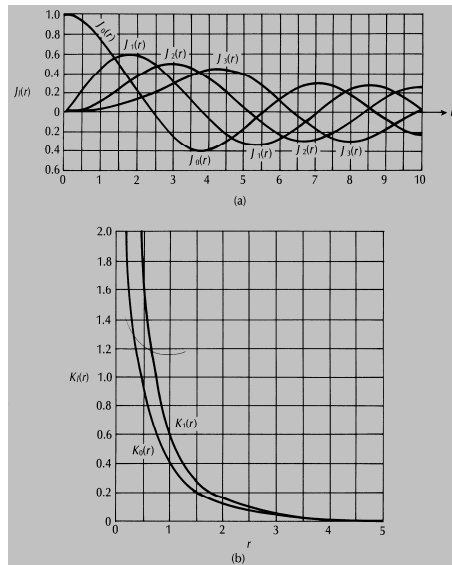
A , B , C e D são constantes arbitrárias.

$J_\nu(ur)$ representam as funções de Bessel do 1^o género de ordem ν , com

$$u^2 = k_1^2 - \beta^2 \quad \text{e} \quad k_1 = 2\pi n_1 / \lambda \quad (31)$$

$K_\nu(\bar{\omega}r)$ representam as funções de Bessel modificadas do 2^o género de ordem ν , com

$$\bar{\omega}^2 = \beta^2 - k_2^2 \quad \text{e} \quad k_2 = 2\pi n_2 / \lambda \quad (32)$$



De reparar que, do gráfico, as funções de Bessel $J_v(r)$ são funções oscilatórias gradualmente amortecidas com respeito a r . Pode-se também notar que o campo é finito para $r = 0$, sendo representado pela função de Bessel J_0 de ordem zero. Todavia, o campo anula-se quando $r \rightarrow \infty$. Assim, as soluções na bainha são funções de Bessel modificadas K_v . Estas funções decaem exponencialmente com r , como pode ser observado na parte inferior (b) da figura.

Valores de β possíveis que representam soluções de modos guiados

$$n_2 k = k_2 \leq \beta \leq k_1 = n_1 k \quad (33)$$

com $k = 2\pi/\lambda$ constante de propagação do vazio.

A condição acima para os valores de β resulta de duas condições de corte (“*cutoff conditions*”):

i) da definição da função de Bessel modificada: $K_\nu(\bar{\omega}r) \rightarrow e^{-\bar{\omega}r}$ se $\bar{\omega}r \rightarrow \infty$; mas como $K_\nu(\bar{\omega}r) \rightarrow 0$ se $r \rightarrow \infty$, então $\bar{\omega} > 0 \Rightarrow \beta \geq k_2$;

ii) deriva da função $J_\nu(ur)$: dentro do núcleo o parâmetro u deve ser real para que F_1 seja real, o que implica que $k_1 \geq \beta$.

- Frequência normalizada V

$$V^2 = a^2(u^2 + w^2) = \left(\frac{2\pi a}{\lambda}\right)^2 (n_1^2 - n_2^2) \quad (34)$$

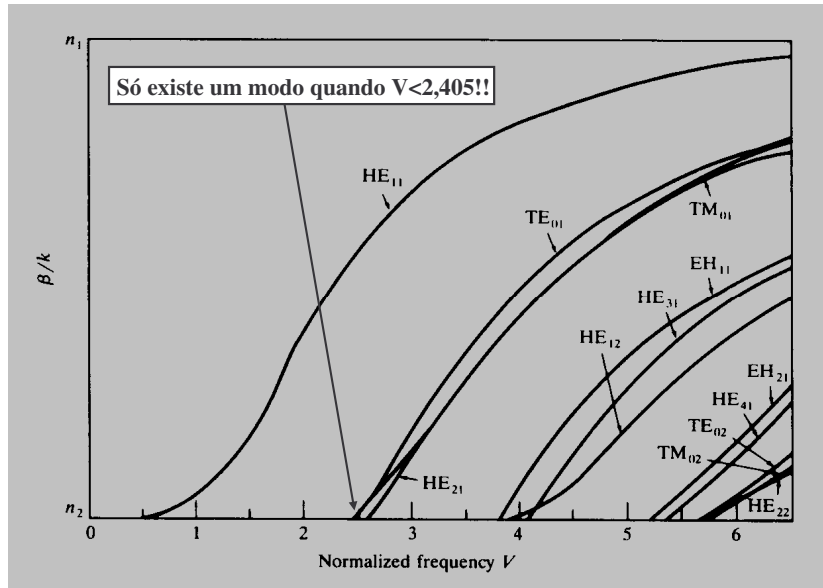
De notar que a *frequência normalizada* V , também designada por *constante estrutural*, é um parâmetro adimensional, donde algumas vezes se designar por *número* V ; com base nesta variável, pode-se determinar quantos modos uma fibra óptica pode suportar.

Relembrando as eqs. (5) e (6), pode-se rescrever eq. (34) como

$$\begin{aligned} V &= 2\pi / \lambda \cdot a \cdot \text{NA} & (35) \\ &= 2\pi / \lambda \cdot a \cdot n_1 \cdot \sqrt{2\Delta} \end{aligned}$$

De notar que V combina informação sobre três parâmetros importantes no desenho de uma fibra óptica: a , raio do núcleo; Δ , diferença relativa do índice de refração núcleo-bainha; λ , comprimento de onda da radiação luminosa.

Da expressão para os modos guiados dada pela eq. (33), que define os limites para β (n_2k e n_1k , respectivamente), tem-se que $0 \leq b \leq 1$.



OpE 0708
FibOpt 53

Da figura conclui-se que cada modo apenas pode existir para valores de V que excedam um certo valor limite. Os modos deixam de existir (“*cutoff*”) quando $\beta/k = n_2$.

De notar que o modo HE_{11} não tem “*cutoff*” e só se anula quando o diâmetro do núcleo é zero. Este é o princípio no qual a fibra monomodo se baseia - um único modo de propagação. Por uma escolha apropriada do raio do núcleo a , n_1 e n_2 de maneira que

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} (n_1^2 - n_2^2)^{\frac{1}{2}} \leq 2.405 \quad (36)$$

que representa o valor para o qual a função de Bessel J_0 , de ordem inferior, é zero; quando a expressão (40) é válida, verifica-se que todos os modos excepto HE_{11} se anulam.

No caso de uma fibra multimodo, com um valor de M (*número total de modos*) elevado, uma relação aproximada entre o parâmetro V e M pode ser derivada para o caso de uma fibra “*step-index*”

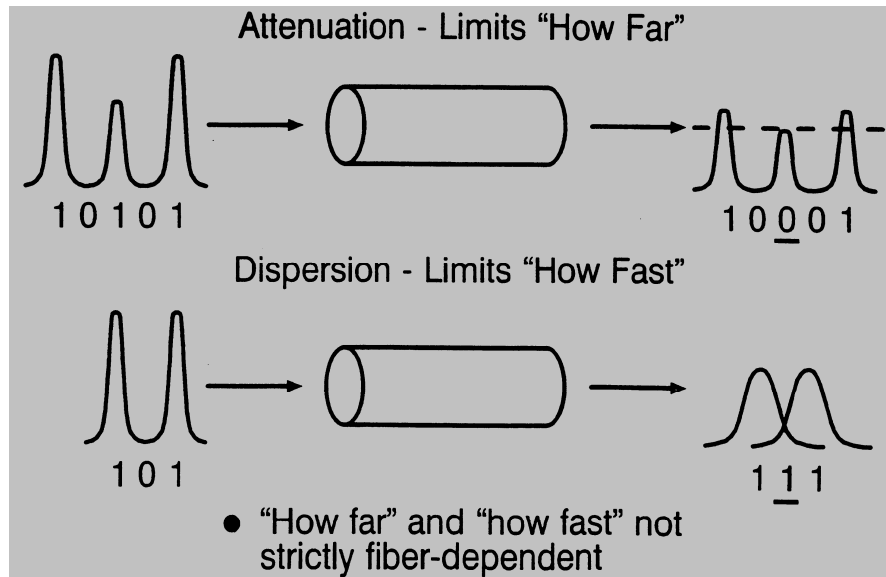
$$M \cong \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} (n_1^2 - n_2^2) = \frac{V^2}{2} \quad (37)$$

Características de Transmissão: Atenuação e Dispersão

Os principais factores que determinam o desempenho da fibra óptica como meio de transmissão são:

❑ **Atenuação**

❑ **Dispersão**



A **atenuação do sinal** (também designada por *perda*) é um dos parâmetros mais importantes da fibra, pois determina, em grande medida, a distância máxima entre o transmissor e o receptor. Dado que repetidores (e mesmo amplificadores ópticos) são caros de fabricar, instalar e manter, o grau de atenuação da fibra tem uma grande influência no custo do sistema.

Desde 1970, ano em que a histórica barreira dos 20 dB/km foi ultrapassada, registou-se um tremendo progresso no fabrico de fibras ópticas (à base de sílica), sendo hoje em dia as perdas da ordem de 0,2 dB/km. Em laboratório, o limite fundamental, em termos de atenuação, para este tipo de fibras foi praticamente atingido. Assim, intensa investigação está em curso para desenvolver fibras ópticas, fabricadas com outros materiais, que possam exibir perdas ainda substancialmente mais baixas, quando usadas a comprimentos de onda mais elevados - na região do infra-vermelho médio; foram já relatadas fibras com perdas de 0,01 dB/km @ 2,55 μm , com possibilidades de perdas ainda menores para comprimentos de onda entre 3 μm e 5 μm .

A outra característica importante da fibra é a sua **largura de banda**, a qual é limitada pela **dispersão do sinal** no interior da fibra. Os mecanismos de distorção na fibra causam o alargamento dos sinais ópticos à medida que se propagam ao longo da fibra. Se os sinais viajarem uma grande distância é possível que interfiram com os seus vizinhos, podendo provocar sérias distorções que se traduzem em erros na recepção. Assim, a dispersão determina o número de bits de informação que se podem transmitir num dado período de tempo.

□ **Atenuação**

- Uma fórmula simples relaciona a potência injectada e a potência na saída da fibra óptica:

$$P_{out} = P_{in} 10^{-\alpha L/10} \quad (38)$$

- Unidades: o decibel

$$\alpha(dB/km) \cdot L = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{in}}{P_{out}} \right)$$

- α - coeficiente de atenuação em dB/km
- L - comprimento da fibra
- P_{in} - potência óptica injectada na fibra
- P_{out} - potência óptica à saída da fibra

A atenuação das fibras ópticas, como no caso de condutores metálicos, é em geral expressa em unidades logarítmicas, o **decibel dB**. O decibel é usado para comparar dois níveis de potência, sendo definido, para um determinado comprimento de onda, como a razão da potência óptica na entrada da fibra P_{in} em relação à potência óptica no extremo da saída P_{out} :

$$dB = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{in}}{P_{out}} \right) \quad (39)$$

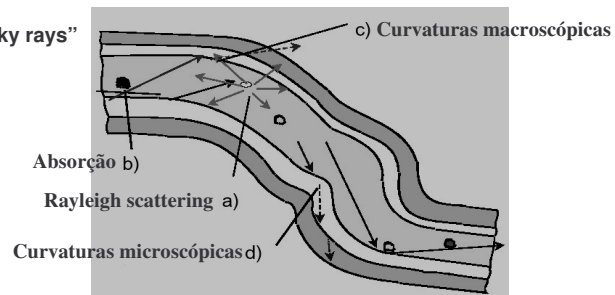
Esta unidade logarítmica tem a vantagem de que operações de multiplicação e divisão reduzem-se a meras adições e subtracções, enquanto que potenciação e raízes reduzem-se a multiplicação e divisão, respectivamente.

Em sistemas de comunicação por fibras ópticas é usual exprimir a atenuação em decibéis por unidade de comprimento (dB/km), representando-se pelo símbolo α_{dB} de acordo com a eq. (38).

De notar que quando se diz que a fibra introduziu uma perda de 3 dB/km tal significa que a potência óptica ao fim de um quilómetro de fibra reduziu-se para 50% do seu valor inicial.

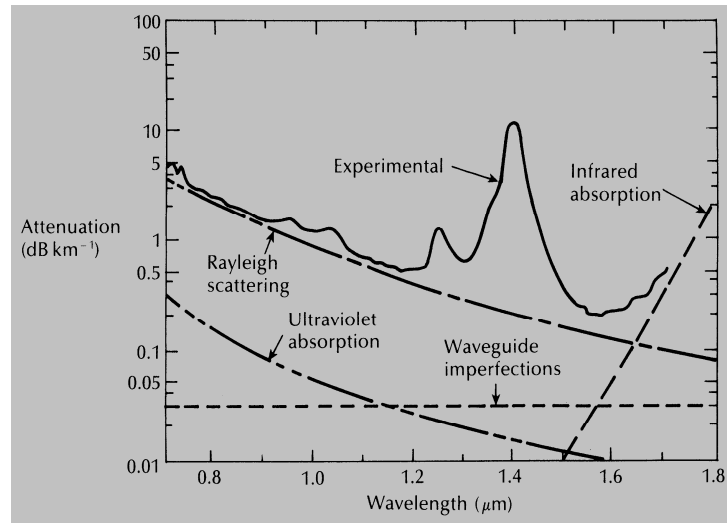
Vários mecanismos são responsáveis pela atenuação podendo agrupar-se em:

- **Absorção**
- “Scattering”
- **Perdas por curvaturas: macro e micro-curvaturas**
- **Perdas por radiação devido a acoplamento de modos**
- **Perdas devido aos “leaky rays”**



Estes mecanismos são influenciados pela composição material da fibra óptica, a técnica do seu fabrico e a sua estrutura de guia de onda.

□ Atenuação total da fibra



OpE 0708
FibOpt 59

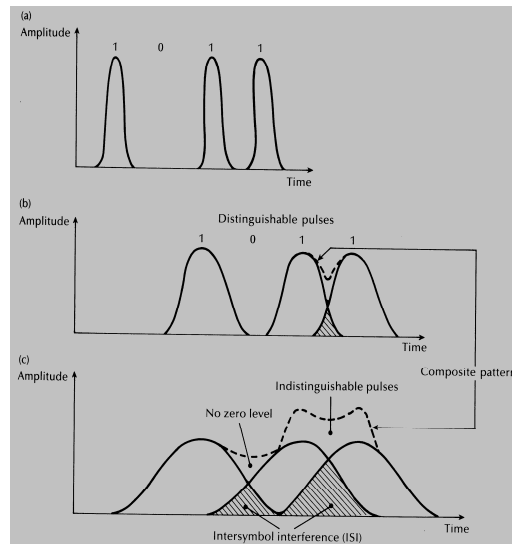
Observar que o mínimo de atenuação para esta fibra ocorre a 1,55 μm, sendo de 0,2 dB/km.

Tradicionalmente distinguem-se três regiões onde a atenuação apresenta valores atractivos; tais regiões designam-se por *janelas de transmissão*:

	<i>Comprimento de onda</i>	<i>Perdas</i>
1a. Janela	$\lambda = 850 \text{ nm}$	$\approx 3 \text{ dB/km}$
2a. Janela	$\lambda = 1300 \text{ nm}$	$\approx 0,5 \text{ dB/km}$
3a. Janela	$\lambda = 1550 \text{ nm}$	$\approx 0,2 \text{ dB/km}$

No início, os sistemas de transmissão por fibra óptica operavam na janela de 850 nm devido à disponibilidade dos outros dispositivos, nomeadamente fontes de luz e fotodetectores; com o evoluir da técnica, novos materiais e novas estruturas foram sendo alcançadas, e o uso das regiões de menor atenuação (2a. e 3.a janelas) começaram a ser exploradas.

□ Dispersão

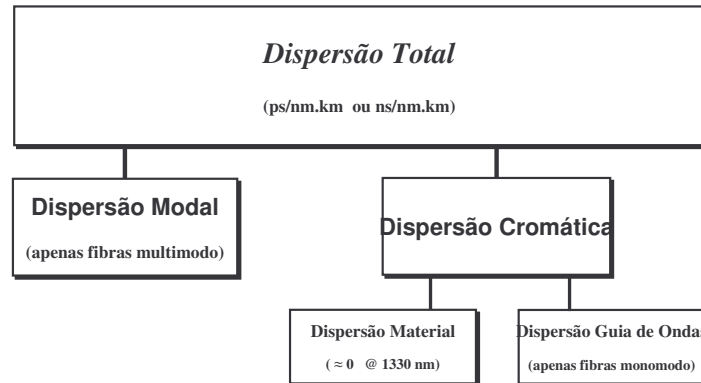


OpE 0708
FibOpt 60

A figura ilustra a distorção sofrida por vários impulsos na sua propagação ao longo da fibra. Pode-se observar que cada impulso vai alargando, chegando-se à situação em que se verifica sobreposição com os impulsos vizinhos, tornando-se por vezes indistinguíveis na recepção. Tal efeito é conhecido como *interferência intersimbólica - ISI* (do inglês “*Intersymbol Interference*”).

A dispersão é consequência de dois efeitos:

- Dispersão intramodal (ou cromática)
- Dispersão intermodal



Dispersão intramodal ou **cromática** traduz-se no alargamento do impulso, ocorrendo num único modo. É o resultado da velocidade de grupo ser função do comprimento de onda (relembrar que a velocidade de grupo é a velocidade com que a energia de modo viaja na fibra); assim, o efeito da dispersão cromática é tanto mais pronunciado quanto maior a largura espectral da fonte óptica. Esta largura espectral é a banda de comprimentos de onda em que a fonte emite. É, em geral, caracterizada pela largura espectral *rms* (“root-mean-square”) σ_λ . Para fontes LED é aproximadamente 5% do comprimento de onda central; por exemplo, para um LED com pico de emissão a 850 nm, a sua largura espectral típica é da ordem dos 40 nm. No caso de díodos laser, os valores típicos oscilam entre 1 a 2 nm.

Dispersão intermodal (ou, abreviadamente, **dispersão modal ou de modos**) resulta do facto de cada modo de propagação ter um valor diferente da sua velocidade de grupo para a mesma frequência. Assim, como os diferentes modos, que constituem um impulso, viajam ao longo da fibra a diferentes velocidades de grupo, a largura do impulso depende dos tempos de transmissão do modo mais rápido e do modo mais lento. De referir que é este mecanismo o responsável pela diferença básica, em termos de dispersão, dos três tipos de fibras até aqui estudados: fibras multimodo “step-index”, fibras multimodo “graded-index” e fibras “single-mode”.