

ARTIGO REF: 7000

## **OTIMIZAÇÃO E ANÁLISE DE ROBUSTEZ DE LIGAÇÕES APARAFUSADAS EM ESTRUTURAS METÁLICAS**

**Carlos Conceição António<sup>(\*)</sup>**

Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Depart. Eng<sup>a</sup> Mecânica - Porto, Portugal

<sup>(\*)</sup>*Email:* cantonio@fe.up.pt

### **RESUMO**

Tendo como objectivo a obtenção do menor custo da ligação respeitando as restrições geométricas e de integridade estrutural impostas pela regulamentação em vigor, o Eurocódigo 3 e o Regulamento de Estruturas em Aço para Pontes e Edifícios, formula-se um problema de minimização restringido. Este problema é resolvido recorrendo ao um algoritmo de optimização de pesquisa evolucionária. Na parte da Ligação Aparafusada topo-a-topo por cobre-juntas apresenta-se a definição teórica para Perfis Iguais incluindo as restrições previstas no EC3. O problema é estudado do ponto de vista da Imputação de Custos de mão-de-obra e a criação de Bibliotecas de Materiais. A permuta estruturada de informação efectuada pelos operadores do algoritmo evolucionário baseado numa estratégia elitista permite a contínua melhoria da solução de projecto com mérito mais elevado na população. Assim, a pesquisa conduz sempre à obtenção de uma solução à qual corresponde o menor custo e à satisfação das restrições de projecto de acordo com os códigos de construção. Por último é estudada a variabilidade da solução ótima em função das acções em jogo na junta aparafusada.

### **INTRODUÇÃO**

O projecto ótimo de estruturas metálicas é hoje em dia uma mais-valia atendendo aos custos envolvidos e às condições impostas pelos códigos construtivos. Em geral a optimização de estruturas metálicas baseia-se no peso da estrutura como variável relacionada com os custos de construção. Todavia, as estruturas metálicas obrigam ao seccionamento em elementos estruturais mais pequenos por motivos diversos relacionados com a tecnologia de construção, o transporte e a montagem da estrutura no seu todo. Daqui resulta a necessidade de considerar no projecto ótimo de estruturas metálicas o problema das ligações dos elementos estruturais. Este aspecto tem como consequência a exigência de um nível de detalhe mais elaborado dos custos e das restrições impostas pelas normas construtivas. Os custos de projecto e de execução das ligações estruturais nos dias de hoje podem representar até 20% do custo total da obra (Pavlovčič *et al.* 2004) o que torna premente a necessidade de reduzir ao mínimo estes custos e justifica a preocupação e o esforço de optimização que se tem verificado desde então.

Neste trabalho apresentam-se as soluções mais racionais do ponto de vista económico e de robustez para unir perfis usando chapas, parafusos, porcas e anilhas de diversos aços respeitando as restrições impostas pelo Eurocódigo 3 (EC3). Este tipo de ligação é denominado de Ligação topo-a-topo por cobre-junta e é aplicável aos seguintes casos: a) Ligações Rígidas segundo o §6.4.2.2, b) Ligações com resistência parcial segundo o §6.4.3.3, c) Ligações ao corte - Categoria A segundo o §6.5.3.1(2), d) Ligações traccionadas - Categoria D segundo o §6.5.3.2.(Eurocódigo 3).

Tendo como objectivo a obtenção do menor custo da ligação respeitando as restrições geométricas e de integridade estrutural impostas pela regulamentação em vigor, o Eurocódigo 3 (EC3) e o Regulamento de Estruturas em Aço para Pontes e Edifícios (REAPE), formula-se um problema de minimização restringido. Este problema é resolvido recorrendo a um algoritmo de optimização de pesquisa evolucionária (Conceição Ant nio 2001). Na parte da Ligação Aparafusada topo-a-topo por cobre-juntas apresenta-se a definição teórica para Perfis Iguais incluindo as restrições previstas no EC3. O problema é estudado do ponto de vista da Imputa o de Custos de mão-de-obra e a criação de Bibliotecas de Materiais.

Na definição do problema de optimização apresentado neste trabalho consideram-se apenas ligações topo a topo de perfis iguais com juntas aparafusadas e cobre-juntas, conforme se apresenta na Figura 1. Considere-se que a ligação aparafusada é composta por linhas e colunas de parafusos com o respectivo par de anilhas e porcas. A ligação   simétrica em rela o ao plano médio do perfil paralelo   alma e também   simétrica ao plano que separa os dois perfis. Na definição das acções em jogo neste problema considerou-se que os carregamentos são todos complanares com o pórtico da estrutura gerando um Momento Flector, Esforço Transverso e Esforço Normal.

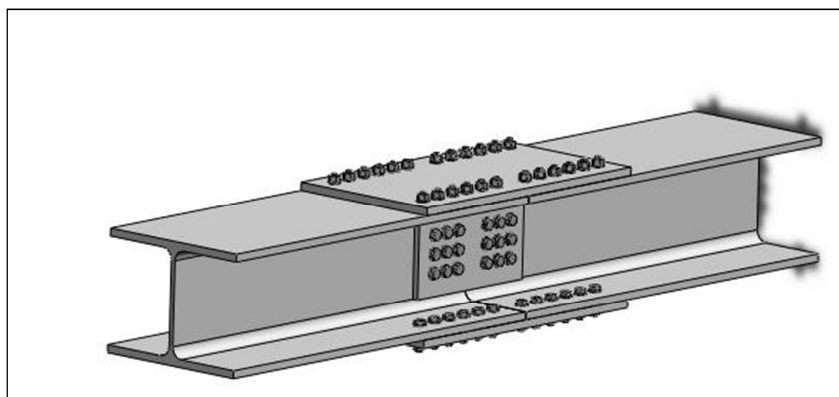


Fig. 1 - Ligação topo a topo de dois elementos estruturais com cobre-juntas aparafusadas.

As variáveis usadas no dimensionamento óptimo das juntas são designadas por variáveis de projecto. As variáveis de projecto são assim: número de colunas de parafusos, o número de linhas de parafusos, as espessuras das cobre-juntas, os diâmetros dos parafusos, as distâncias entre colunas de parafusos, os materiais dos parafusos, os materiais das chapas de cobre-juntas. Estas variáveis referem-se quer ao banzo quer   alma dos perfis a unir.

As restrições geométricas e associadas à análise da integridade estrutural da junta aparafusada previstas pelo Regulamento Europeu (Eurocódigo 3) para o dimensionamento de ligações viga-viga perfazem um total de 52 restrições

## DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A ligação   do tipo união viga topo-a-topo usando parafusos, anilhas e porcas de acordo com as normas EN. Aplica-se a ligações do tipo cobre-junta simples dos tipos: (a) Ligações *rígidas* segundo o  6.4.2.2, (b) Ligações com *resistência parcial* segundo  6.4.3.3, (c) Ligações ao *corte-Categoria A* definidas em  6.5.3.1, (d) Ligações *traccionadas-Categoria D* definidas em  6.5.3.2. Considere-se que a ligação   simétrica e está dividida em linhas e colunas de parafusos de acordo com a Fig.1.

As variáveis de projecto são:  $n_c^{(1)}$  e  $n_c^{(2)}$ , número de colunas de parafusos;  $n_l^{(1)}$  e  $n_l^{(2)}$ , número de linhas de parafusos;  $t^{(1)}$  e  $t^{(2)}$ , espessuras da cobre-junta;  $d^{(1)}$  e  $d^{(2)}$ , diâmetros dos parafusos;  $p_1^{(1)}$  e  $p_1^{(2)}$ , distâncias entre colunas de parafusos;  $m_p^{(1)}$  e  $m_p^{(2)}$ , materiais dos parafusos;  $m_c^{(1)}$  e  $m_c^{(2)}$ , materiais das cobre-juntas. Os índices superiores indicam a localização: (1) no banzo e (2) na alma.

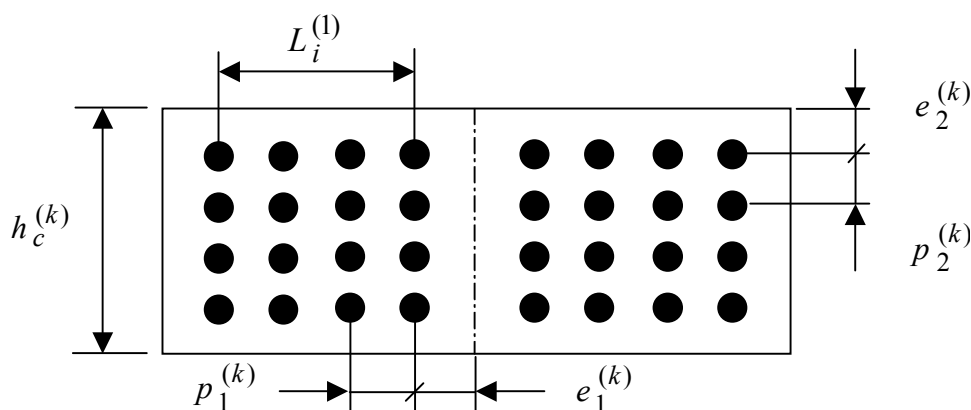


Fig. 2- Ligação com cobre-junta.

### Restrições geométricas

Estas restrições relacionam-se com limitações geométricas associadas ao tipo de perfil a ligar, ao tipo de parafusos e às distâncias, segundo o EC3. As restrições são definidas no Eurocódigo 3 (EC3), em formato de inequações, têm de ser modificadas para se adaptar ao formato usado no projecto óptimo que prevê a normalização das restrições. Na ligação  $k$  a restrição ao número de linhas é

$$g_1^{(k)} = n_l^{(k)} - INT \left( \frac{h_c^{(k)} - 3d_0^{(k)}}{3d_0^{(k)}} \right) - 1 \leq 0 \quad (1)$$

sendo o diâmetro do furo  $d_0^{(k)}$  e a folga  $f_p^{(k)}(d^{(k)})$  definidos segundo o §7.5.2. do EC3:

$$d_0^{(k)} = d^{(k)} + f_p^{(k)}(d^{(k)}) \quad \text{com,}$$

$$f_p^{(k)}(d^{(k)}) = INT \left( 2 \left( \frac{d^{(k)}}{10} - INT \left( \frac{d^{(k)}}{10} \right) \right) \right) + INT \left( \frac{d^{(k)}}{10} \right) \quad (2)$$

Impondo restrições à distância,  $p_2^{(k)}$  entre linhas:

$$g_2^{(k)} = 3 \frac{d^{(k)}}{p_2^{(k)}} - 1 \leq 0 \quad (3)$$

com, 
$$p_2^{(k)} = \frac{h_c^{(k)} - 3d_0^{(k)}}{n_l^{(k)} - 1}$$

$$g_3^{(k)} = \frac{p_2^{(k)}}{14 t^{(k)}} - 1 \leq 0 \quad (4)$$

$$g_4^{(k)} = \frac{p_2^{(k)}}{200} - 1 \leq 0 \quad (5)$$

As restrições associadas às distâncias  $e_1^{(k)}$  e  $e_2^{(k)}$ , considerando serviço exterior, são

$$g_5^{(k)} = \frac{1.2 d_0^{(k)} - 4t^{(k)}}{40} - 1 \leq 0 \quad (6)$$

$$g_6^{(k)} = \frac{1.5 d_0^{(k)} - 4t^{(k)}}{40} - 1 \leq 0 \quad (7)$$

As restrições à distância entre colunas,  $p_1^{(k)}$  são,

$$g_7^{(k)} = 2.2 \frac{d^{(k)}}{p_1^{(k)}} - 1 \leq 0 \quad (8)$$

$$g_8^{(k)} = \frac{p_1^{(k)}}{14 t^{(k)}} - 1 \leq 0 \quad (9)$$

$$g_9^{(k)} = \frac{p_1^{(k)}}{200} - 1 \leq 0 \quad (10)$$

As restrições em  $e_1^{(k)}$  e  $p_1^{(k)}$  para a classificação “baixo” da classe nominal das superfícies em contacto, quadro 6.5.4 do EC3 são:

$$g_{10}^{(k)} = \frac{1.7 d^{(k)} - 4 t^{(k)}}{40} - 1 \leq 0 \quad (11)$$

$$g_{11}^{(k)} = 2.5 \frac{d^{(k)}}{p_1^{(k)}} - 1 \leq 0 \quad (12)$$

Finalmente, deve-se impor a existência de pelo menos uma linha de parafusos,

$$g_{12}^{(k)} = 1 - \frac{h_c^{(k)}}{3 d_0^{(k)}} \leq 0 \quad (13)$$

e o número de linhas do banzo deve ser par:

$$g_{13}^{(1)} = 2INT\left(\frac{n_l^{(1)}}{2}\right) - n_l^{(1)} = 0 \quad (14)$$

As distâncias  $p_1^{(k)}$  e  $p_2^{(k)}$  são também sujeitas a restrições geométricas e de resistência estrutural associadas à encurvadura da cobre-junta segundo §5.3.4 do EC3.

### Restrições de integridade estrutural

O segundo grupo de restrições que o EC3 define refere-se à análise da integridade estrutural e inclui as verificações de resistência a 5 tipos de solicitações diferentes: corte dos parafusos, esmagamento das chapas de cobrejunta, tracção das chapas de cobrejunta, compressão das chapas de cobrejunta e flexão da cobrejunta da alma. Segundo o EC3 o momento flector será transmitido em parte pela alma e em parte pelos banzos do perfil. O esforço de corte  $V_{y.Sd}$  é integralmente transmitido pelos parafusos da alma.

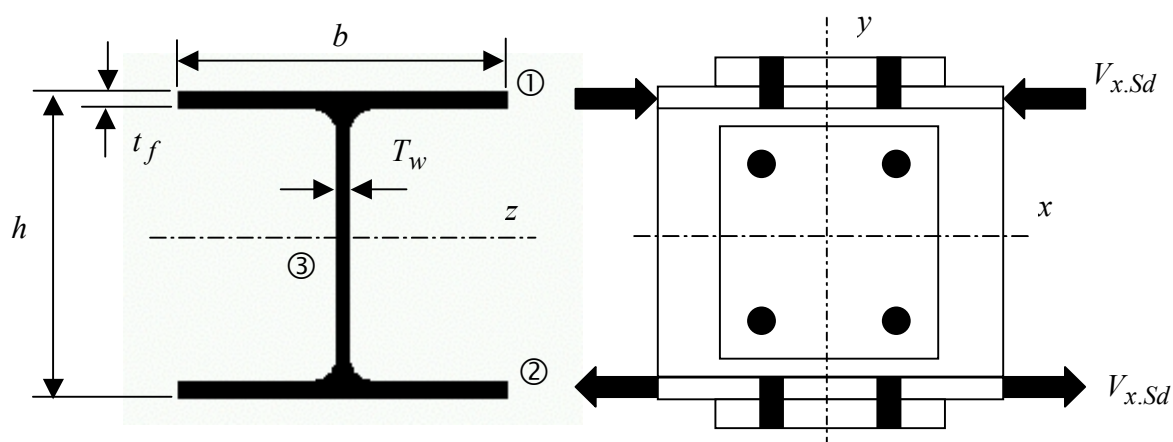


Fig. 3 - Definição geométrica da ligação de topo com cobre-junta.

Os momentos flectores para os banzos e a alma do perfil são,

$$M_{f.z.Sd} = 2bt_f \left(\frac{h-t_f}{2}\right)^2 \frac{M_{z.Sd}}{I_z} \quad (15)$$

$$M_{w.z.Sd} = 1 - \frac{2bt_f \left(\frac{h-t_f}{2}\right)^2}{I_z} M_{z.Sd} \quad (16)$$

e o esforço de corte sobre os parafusos dos banzos provocado pelo momento flector é:

$$V_{x.Sd} = \frac{M_{f.z.Sd}}{h-t_f} \quad (17)$$

Da influência do esforço normal deduz-se o esforço de corte sobre cada parafuso dos banzos superior e inferior dado respectivamente por

$$F_{V.Sd}^{(1)} = \frac{-V_x.Sd}{n_l^{(1)} n_c^{(1)}} + \frac{N_x.Sd}{2n_l^{(1)} n_c^{(1)} + n_l^{(2)} n_c^{(2)}} \quad (18)$$

$$F_{V.Sd}^{(2)} = \frac{V_x.Sd}{n_l^{(1)} n_c^{(1)}} + \frac{N_x.Sd}{2n_l^{(1)} n_c^{(1)} + n_l^{(2)} n_c^{(2)}} \quad (19)$$

Na alma, consideram-se esforços de corte segundo  $x$ ,  $y$  e os devidos à acção do momento flector  $M_{wz.Sd}$ . O esforços de corte vertical e horizontal máximos (Figura 4) nos parafusos da alma são:

$$V_{max} = \frac{V_y.Sd}{n_l^{(2)} n_c^{(2)}} \quad (20)$$

$$H_{max} = f_i \frac{M_{wz.Sd}}{h_c^{(2)} - 3d_0^{(2)}} + \frac{N_x.Sd}{2n_l^{(1)} n_c^{(1)} + n_l^{(2)} n_c^{(2)}} \quad (21)$$

$$f_i = \frac{6(n_l^{(2)} - 1)}{n_c^{(2)} n_l^{(2)} (n_l^{(2)} + 1)} \quad (22)$$

O esforço de corte máximo nos parafusos da alma é então,

$$R_{max} = \sqrt{V_{max}^2 + H_{max}^2} \quad (23)$$

Seguindo a notação estabelecida no EC3:

$$F_{V.Sd}^{(2)j} = R_{max}, \quad j=3 \quad (24)$$

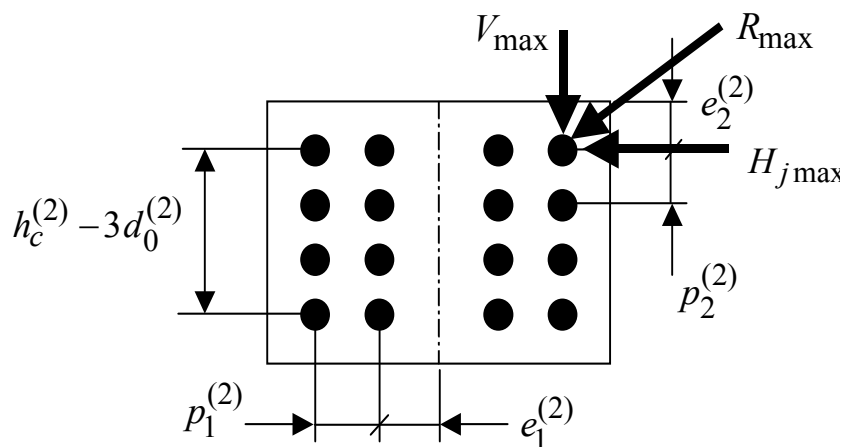


Fig. 4 - Definição dos esforços actuantes sobre os parafusos da cobre-junta da alma.

Resistência ao corte dos parafusos: Para a cobre-junta dos banzos  $j=1, 2$  e para a alma  $j=3$  vem,

$$r_j = \frac{F^{(1)}}{\beta_{Lf} F_{V.Rd}^{(1)}} - 1 \leq 0 \quad , \quad j=1 \text{ e } 2 \quad (25)$$

$$r_3 = \frac{F^{(2)}}{F_{V.Rd}^{(2)}} - 1 \leq 0 \quad , \quad j=3 \quad (26)$$

O valor da resistência ao corte  $F_{V.Rd}^{(k)}$  é definido,

- Para parafusos das classes 4.8, 5.8, 10.9 com corpo todo roscado:

$$F_{V.Rd}^{(k)} = \frac{0.5 f_{ub}^{(k)} A_s^{(k)}}{\gamma_{Mb}} \quad (27)$$

- Para parafusos das classes 4.6, 5.6, 8.8 com corpo todo roscado:

$$F_{V.Rd}^{(k)} = \frac{0.6 f_{ub}^{(k)} A_s^{(k)}}{\gamma_{Mb}} \quad (28)$$

onde  $\gamma_{Mb}$  é o coeficiente de segurança nos parafusos,  $f_{ub}^{(k)}$  é a tensão de rotura do parafuso e  $A_s^{(k)}$  é a área ao corte no corpo roscado e  $p^{(k)}$  o passo da rosca. São dados por:  $\gamma_{Mb} = 1.25$  e

$$A_s^{(k)} = \frac{\pi}{4} \left( d^{(k)} - 0.935 p^{(k)} \left( d^{(k)} \right) \right)^2 \quad (29)$$

Em (25),  $\beta_{Lf}$  é o coeficiente de redução da resistência ao corte do parafuso para juntas longas:

$$\beta_{Lf} = 1 - \frac{L^{(1)} - 15 d^{(1)}}{200 d^{(1)}} \quad (30)$$

Este coeficiente está sujeito às condições:

$$r_4^{(1)} = 15 \frac{d^{(1)}}{L^{(1)}} - 1 \leq 0 \quad (31)$$

$$r_5^{(1)} = \beta_{Lf} - 1 \leq 0 \quad (32)$$

$$r_6^{(1)} = 1 - \frac{\beta_{Lf}}{0.75} \leq 0 \quad (33)$$

Resistência ao esmagamento: É verificada se,

$$r_7^{(k)} = \frac{F^{(k)}}{F_{b.Rd}^{(k)}} - 1 \leq 0, \quad j=1,2 \text{ e } 3 \quad (34)$$

$$r_8^{(k)} = \frac{F_{b.Rd}^{(k)}}{2 f_{ub}^{(k)} d^{(k)} t^{(k)}} - 1 \leq 0 \quad (35)$$

$$r_9^{(k)} = \frac{F_{b.Rd}^{(k)}}{1.0 f_u^{(k)} d^{(k)} t^{(k)}} - 1 \leq 0 \quad (36)$$

em que  $f_u^{(k)}$  representa a tensão de rotura da cobre-junta e  $F_{b.Rd}^{(k)}$  e  $\alpha$  são dados por:

$$F_{b.Rd}^{(k)} = \frac{2.5 \alpha^{(k)} f_u^{(k)} d^{(k)} t^{(k)}}{\gamma_{Mb}} \quad (37)$$

$$\alpha^{(k)} = \text{MIN} \left( \frac{1.2 d^{(k)}}{3 d_0^{(k)}}, \frac{p_1^{(k)}}{3 d_0^{(k)}} - \frac{1}{4}, \frac{f_{ub}^{(k)}}{f_u^{(k)}}, 1 \right) \quad (38)$$

Cobre-junta em tracção: Devem ser verificadas as condições explicitas em §5.1.3 do EC3. Assim, tem-se para o banzo à tracção:

$$r_{10} = \frac{N_{Sd}}{N_{t.Rd}} - 1 \leq 0 \quad (39)$$

em que  $N_{Sd}$  representa o esforço instalado já considerado nas equações (18) ou (19) e  $N_{t.Rd}$  é a resistência à tracção da cobre-junta dada por:

$$N_{t.Rd} = \text{MIN} \left( \frac{A^{(1)} f_y^{(1)}}{\gamma_{M0}}, \frac{0.9 A_{net}^{(1)} f_u^{(1)}}{\gamma_{M2}} \right) \quad (40)$$

onde  $f_y^{(1)}$  e  $f_u^{(1)}$  são a tensão de limite elástico e a tensão de rotura à tracção para o aço,  $A_{net}^{(1)}$  é a área útil da secção transversal. Os coeficientes parciais de segurança (§5.1.1, EC3) são:

$$\gamma_{M0} = 1.1, \quad \gamma_{M1} = 1.1, \quad \gamma_{M2} = 1.25 \quad (41)$$

Não é necessário considerar os furos para as ligações no banzo em tracção desde que,

$$r_{11} = \frac{f_y A_f \gamma_{M2}}{0.9 f_u A_{f.net} \gamma_{M0}} - 1 \leq 0 \quad (42)$$

onde  $A_f$  e  $A_{f.net}$  são a área da secção resistente à tracção do banzo sem e com furos.

Cobre-junta em compressão: Deve-se verificar as condições definidas no §5.1.4 do EC3,



- Resistência das secções transversais para o banzo à compressão,

$$r_{12} = \frac{N_{Sd}}{N_{c.Rd}} - 1 \leq 0 \tag{43}$$

em que  $N_{Sd}$  é o esforço instalado já calculado segundo (18) ou (19),  $N_{c.Rd}$  é a resistência à encurvadura local da secção bruta para secções das classes 1, 2 e 3 dada por:

$$N_{c.Rd} = \frac{A^{(1)} f_y^{(1)}}{\gamma_{M0}} \tag{44}$$

- Resistência à encurvadura global da cobre-junta sujeita à compressão,

$$r_{13} = \frac{N_{Sd}}{N_{b.Rd}} - 1 \leq 0 \tag{45}$$

$$r_{14} = \chi - 1 \leq 0 \tag{46}$$

com: 
$$N_{b.Rd} = \chi \beta_A A^{(1)} \frac{f_y^{(1)}}{\gamma_{M1}} \tag{47}$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \sqrt{\beta_A} \tag{48}$$

e 
$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y^{(1)}}}, \quad \phi = 1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \tag{49}$$

sendo  $\beta_A = 1$  e  $\alpha = 0.49$ . O parâmetro  $\alpha$  é um factor de imperfeição para curva de encurvadura tipo c (secções cheias - quadro §5.5.3 do EC3) e  $\lambda$  a esbelteza do modo de encurvadura, Figura 5:

$$\lambda = \text{MAX} \left( \frac{1.2 d_0^{(1)}}{i^{(1)}}, \frac{0.5 p_1^{(1)}}{i^{(1)}} \right) \tag{50}$$

sendo  $i^{(1)}$  o raio de giração mínimo da secção da cobre-junta em compressão.

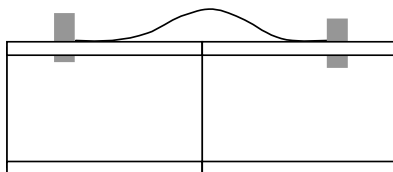


Fig. 5 - Modo de encurvadura da cobre-junta.

**Cobre-junta da alma sujeita a flexão:** Devem ser verificadas as condições explícitas no §5.1.5 do EC3. A restrição relativa à resistência da secção transversal da alma sujeita a flexão composta é

$$r_{15} = \frac{M_{Sd}}{M_{c.Rd}} - 1 \leq 0 \quad (51)$$

onde  $M_{Sd}$  é o momento flector actuante sobre a cobre-junta de alma calculado em (16) e  $M_{c.Rd}$  é o momento resistente da secção transversal considerado apenas para as classes 1 e 2:

$$M_{c.Rd} = \frac{w_{pl}^{(2)} f_y^{(2)}}{\gamma_{M0}} \quad (52)$$

sendo  $f_y^{(2)}$  a tensão de cedência e  $w_{pl}^{(2)}$  é calculado através de:

$$w_{pl}^{(2)} = \frac{t^{(2)} (h_c^{(2)})^2}{4} \quad (53)$$

Por analogia com o quadro 5.3.1 EC3, garantindo a classe 1 ou 2 da secção da cobre-junta à flexão,

$$r_{16} = \frac{h_c^{(2)}}{22 t^{(2)} \varepsilon} - 1 \leq 0 \quad \text{com} \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y^{(2)}}} \quad (54)$$

onde  $f_y^{(2)}$  é a tensão de cedência em N/mm<sup>2</sup>. O esforço transversal  $V_{y.Sd}$ , de uma secção transversal deve satisfazer:

$$r_{17} = \frac{V_{y.Sd}}{V_{pl.Rd}} - 1 \leq 0, \quad V_{pl.Rd} = \frac{A_v^{(2)} f_y^{(2)}}{\sqrt{3} \gamma_{M0}} \quad (55)$$

sendo  $V_{pl.Rd}$  a resistência plástica ao esforço transversal e  $A_v$  a área ao corte dada por

$$A_v^{(2)} = h_c^{(2)} t^{(2)} \quad (56)$$

A restrição associada à flexão com esforço transversal, §5.4.7 EC3, vem escrita como,

$$r_{18} = \frac{V_{y.Sd}}{0.5 V_{pl.Rd}} - 1 < 0 \quad (57)$$

Se (57) se verificar, não é necessário reduzir o momento resistente calculado em (52), caso contrário:  $M_{c.Rd} = M_{V.Rd}$ , com

$$M_{V.Rd} = \left( w_{pl}^{(2)} - \frac{\rho A_v^{(2)}}{4 t^{(2)}} \right) \frac{f_y^{(2)}}{\gamma_{M0}} \quad (58)$$

$$\text{e} \quad \rho = \left( \frac{2 V_{y.Sd}}{V_{pl.Rd}} - 1 \right)^2 \quad (59)$$

$$r_{19} = \frac{M_{V.Rd}}{M_{c.Rd}} - 1 < 0 \quad (60)$$

Para evitar a análise da resistência à encurvadura por esforço transversal (§5.6 EC3) deve-se garantir:

$$r_{20} = \frac{h^{(2)}}{69 \varepsilon t^{(2)}} - 1 < 0 \quad (61)$$

Não é necessário considerar os furos das ligações nas verificações ao esforço transversal se

$$r_{21} = \frac{f_y^{(2)} A_v^{(2)}}{f_u^{(2)} A_{v.net}^{(2)}} - 1 < 0 \quad (62)$$

onde  $A_{v.net}^{(2)}$  representa a área resistente da secção com furos. Se a restrição (62) for violada, pode-se admitir uma área de corte efectiva com o valor de:

$$A_v^{(2)} = A_{v.net}^{(2)} \frac{f_u^{(2)}}{f_y^{(2)}} \quad (63)$$

## O PROBLEMA DE PROJECTO ÓPTIMO

A ligação aparafusada óptima é obtida de acordo com um modelo que minimiza o custo da ligação e respeita as restrições. Os custos da ligação são:

- Custo para o conjunto parafuso/anilha/porca da cobre-junta  $k$ ,

$$C_{parf}^{(k)} = C_p^{(k)} + 2 C_{anilha}^{(k)} + C_{porca}^{(k)} \quad (64)$$

- Custo total do material da cobre-junta  $k$ :

$$C_{mat}^{(k)} = 2 h_c^{(k)} \left[ 2.4 d_0^{(k)} + p_1^{(k)} (n_c^{(k)} - 1) \right] \times t^{(k)} C_c^{(k)} \quad (65)$$

onde  $C_c^{(k)}$  é o custo unitário do material. A função objectivo para a cobre-junta  $k$  é:

$$\omega^{(k)} = 2 n_c^{(k)} n_l^{(k)} \left( C_{parf}^{(k)} + C_{maq}^{(k)} \right) + C_{mat}^{(k)} \quad (66)$$

sendo  $C_{maq}^{(k)}$  o custo de maquinagem. Considerando a ligação completa define-se a função objectivo global:

$$W = 2 \omega^{(1)} + \omega^{(2)} \quad (67)$$

O problema de optimização é definido como:

$$\text{Minimizar } W(\mathbf{x}) = 2 \omega^{(1)}(\mathbf{x}) + \omega^{(2)}(\mathbf{x}) \quad (68)$$

sujeito às restrições,

$$\varphi_i(\mathbf{x}) \leq 0, i = 1, \dots, N_r \quad (69)$$

onde  $\varphi_i(\mathbf{x})$  representa genericamente as funções  $g_k^i$  e  $r_j$  associadas respectivamente às restrições geométricas e de integridade estrutural definidas na Secção 2, e  $N_r$    o número total de restrições.

### ALGORITMO DE OPTIMIZAÇÃO

A técnica de pesquisa evolucionária adoptada baseia-se num algoritmo genético (Conceição Ant nio, 2001). Os AGs são métodos de optimização baseados nas leis da selecção natural e da sobrevivência das espécies cuja formulação é conhecida nos meios científicos como Teoria evolucionária de Darwin.

A qualidade das soluções pode ser medida através de uma *função de mérito*  $F$  que é definida a partir de um modelo matemático que permite classificar o valor de cada indivíduo/solução pertencente a uma população. A medição relativa do mérito das soluções candidatas permite a ordenação e posterior selecção das melhores no AG. No presente trabalho a Função de Mérito relaciona-se com os custos da ligação e com a amplitude da violação das restrições. A metodologia adoptada permite penalizar simultaneamente os custos e as violações das restrições fazendo convergir o algoritmo no sentido da solução óptima. O objectivo é obter o incremento do mérito  $F$  da população. Assim, o problema de optimização   reescrito como:

$$\text{Maximizar } F(\mathbf{x}) = K_0 + K_1 W(\mathbf{x}) - K_2 \sum_{i=1}^{N_r} \Psi_i(\mathbf{x}) \quad (70)$$

$$\text{com } \Psi_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } \varphi_i(\mathbf{x}) \leq 0 \\ \xi [\varphi_i(\mathbf{x})]^\eta & , \text{ se } \varphi_i(\mathbf{x}) > 0 \end{cases} \quad (71)$$

onde  $\xi$  e  $\eta$  são calculados e os valores de  $K_i$  são arbitrários. A função objectivo  $W(\mathbf{x})$  é definida em (67) e as restrições  $\varphi_i(\mathbf{x})$  foram definidas na secção 3. As variáveis de projeto  $\mathbf{x}$  são:

i	Descrição da variável XVAR(i)
1	número de colunas de parafusos no banzo
2	número de linhas de parafusos no banzo
3	espessura da cobrejunta do banzo
4	diâmetro dos parafusos do banzo
5	distância entre colunas no banzo
6	número do material do parafuso do banzo
7	número do material da cobrejunta do banzo
8	número de colunas de parafusos na alma
9	número de linhas de parafusos na alma
10	espessura da cobrejunta da alma
11	diâmetro dos parafusos na alma
12	distância entre colunas na alma
13	número do material do parafuso da alma
14	número do material da cobrejunta da alma

Os AGs não usam em geral o valor real das variáveis de projecto chamado *fenotipo*, mas sim um valor codificado designado por *genotipo*. Ao vector dos valores codificados de uma solução, chama-se *cromossoma*. O cromossoma é constituído por entidades mais pequenas designadas por *genes* que estão associadas ao valor codificado de cada variável. Atendendo à natureza discreta do domínio de todas as variáveis de projecto adopta-se uma codificação inteira para o respectivo *genotipo*. Com efeito, o número de colunas e de linhas de parafusos são valores inteiros havendo por isso uma correspondência directa entre o *genotipo* e o *fenotipo*. As variáveis relacionadas com os materiais dos parafusos e das chapas de cobre-juntas são associadas a um conjunto de propriedades mecânicas que caracterizam cada solução de projecto (material) como um todo, daí ser aconselhável a utilização de um número de código inteiro. As espessuras das cobre-juntas e os diâmetros dos parafusos por questões relacionadas com a padronização das dimensões (discretas) de fabrico e comercialização também aconselham a utilização de um código inteiro. Finalmente as distâncias entre colunas de parafusos por razões construtivas têm domínios bem definidos pelo que uma discretização adequada permite a utilização de uma codificação inteira.

A população inicial é gerada aleatoriamente. O algoritmo genético procede à evolução da população de soluções usando um esquema apresentada na Fig.6. Neste esquema a população actual,  $P_t$ , é dividida em dois grandes grupos, **A** e **B**. O grupo **A** representa o grupo de cromossomas com as  $N_A$  melhores soluções (elite) e o grupo **B** representa os restantes cromossomas. A população seguinte,  $P_{t+1}$  é obtida usando os seguintes três operadores genéticos *selecção*, *cruzamento* e *mutação* (ver figura 6).

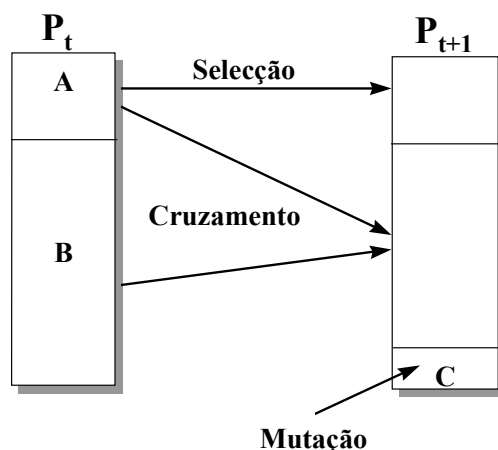


Fig. 6 - Estratégia Evolucionária adoptada no AG.

A *selecção* é um operador que escolhe a parte da população que transitará para a população seguinte. Adopta-se uma estratégia elitista na qual somente os melhores cromossomas (em **A**) da população actual transitarão para a população seguinte. Desta forma garante que as sucessivas populações terão valor de mérito não decrescente. O *cruzamento* é um operador que transforma dois cromossomas (progenitores) num novo cromossoma que irá assim conter genes (características) de ambos os progenitores. O esquema de cruzamento adoptado escolhe dois cromossomas progenitores, um pertencente ao grupo **A** e outro pertencente ao grupo **B**. O material genético do novo cromossoma (cromossoma filho), é obtido usando a técnica “*Parametrized Uniform Crossover*”, Spears e Djong (1991). Depois de os dois progenitores terem sido escolhidos os genes do novo cromossoma serão seleccionados de cada um dos pais de uma forma enviesada (mais material genético do progenitor que tem melhor mérito). A *mutação* é um operador que é usado neste esquema com vista a manter a diversidade na

população (e assim evitar óptimos locais). Essencialmente, este operador limita-se a criar novos cromossomas aleatoriamente que constituem o grupo **C** inserido na população  $\mathbf{P}_{t+1}$  referida na Fig.6.

### EXEMPLO NUMÉRICO

Considera-se a ligação de topo dum perfil HE 400A sujeito às acções: esforço cortante instalado,  $V_{y.Sd} = 10^5$  [N]; momento flector instalado,  $M_{z.Sd} = 271.5 \times 10^6$  [Nmm] e esforço normal instalado,  $N_{x.Sd} = 10^5$  [N]. Os dados do perfil estão definidos no anexo A.

No Algoritmo Genético utilizou-se uma população de 21 soluções. O grupo **A** da elite é constituído por 6 indivíduos que são transferidos para a população  $\mathbf{P}_{t+1}$  e o grupo **C** da mutação também é formado por 6 indivíduos. Na equação (70) usou-se  $K_0 = 1. \times 10^6$ ,  $K_1 = 1.$  e  $K_2 = 100$ . Os valores de  $\xi$  e  $\eta$  são calculados considerando uma penalização de 500 para uma violação forte das restrições de 0.05, e uma penalização de 100 para uma violação fraca das restrições de 0.01.

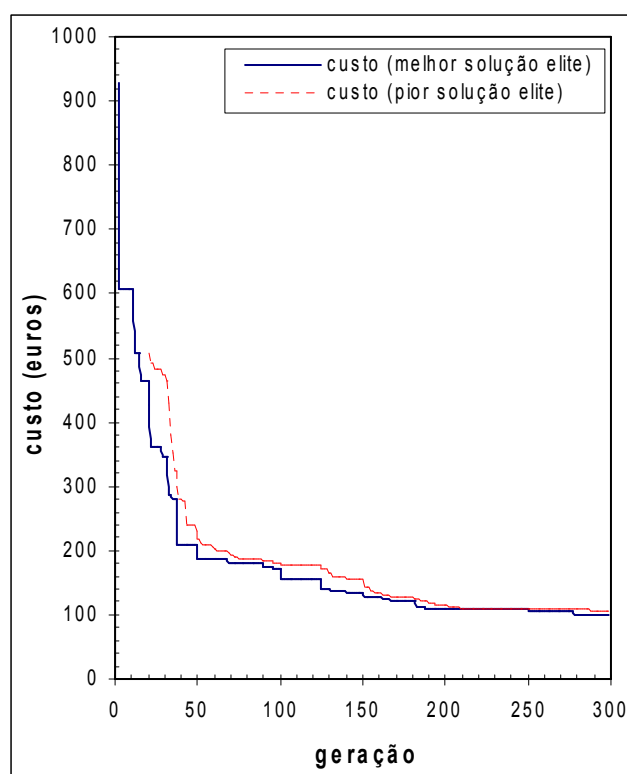


Fig. 7 - Evolução dos custos da ligação durante o processo de optimização.

Utilizando valores apropriados para os custos dos materiais dos elementos de ligação e os custos de maquinagem, chega-se à solução óptima:

$$n_c^{(1)} = 6; \quad n_c^{(2)} = 3, \quad n_l^{(1)} = 2; \quad n_l^{(2)} = 3; \quad t^{(1)} = 20 \text{ mm}; \quad t^{(2)} = 15 \text{ mm}; \quad d^{(1)} = 16 \text{ mm}; \\ d^{(2)} = 16 \text{ mm}; \quad p_1^{(1)} = 60 \text{ mm}; \quad p_1^{(2)} = 55 \text{ mm}; \quad m_p^{(1)} = 6; \quad m_p^{(2)} = 5; \quad m_c^{(1)} = 1; \quad m_c^{(2)} = 1.$$

Dado o carácter preliminar deste estudo não se inserem as bibliotecas de valores usados nos cálculos. Na Fig. 7 mostra-se a evolução da melhor e da pior solução da elite (grupo **A**) para a minimização dos custos da ligação. Apenas são mostradas as soluções que não violam as restrições do problema de optimização.

## CONCLUSÕES

Apresentou-se um modelo numérico de optimização de ligações aparafusadas com cobrejuntas, sujeitas a flexão simples e esforços normais, entre elementos estruturais idênticos. As variáveis de projecto consideradas estão relacionadas com a definição dos elementos de ligação. As restrições geométricas e de integridade estrutural foram definidas de acordo com o Eurocódigo 3. O objectivo é a minimização dos custos dos materiais e de maquinaria necessários para obter uma ligação optimizada satisfazendo as restrições impostas pelo código construtivo.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o suporte financeiro concedido pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT), Portugal, através do financiamento plurianual do laboratório associado LAETA..

## REFERÊNCIAS

- [1]-Conceição António CA. A hierarchical genetic algorithm for reliability based design of geometrically non-linear composite structures, *Composite Structures*, 54,pp. 37-47, 2001.
- [2]-Eurocode 3 -Design of Steel Structures - Part 1.1: General rules and rules for buildings, CEN, Brussels, 1992.
- [3]-NP ENV 1993-1-1, “Eurocódigo 3: Projecto de estruturas de aço. Parte 1.1: Regras gerais e regras para edifícios”, 1998.
- [4]-Pavlovčič, L., Krajnc, A., Beg, D. Cost Function analysis in structural optimization of steel frames, *Struct. Multidisciplinary Optimization*, 28 (2004) 286-295.
- [5]-REAPE - Regulamento de Estruturas em Aço para Pontes e Edifícios, Imprensa Nacional da Casa da Moeda, Lisboa, 1986.
- [6]-Spears, W.M. e DeJong, S.K., On the Virtues of Parametrized Uniform Crossover, *Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 230-236, 1991.

## ANEXO A: DADOS DE ENTRADA DO PROGRAMA

Legenda:

Espessura do banzo (mm)  
Espessura da alma (mm)  
Altura da cobrejunta do banzo (mm)  
Altura da cobrejunta da alma (mm)  
Esforço cortante (N)  
Momento flector (Nmm)  
Esforço normal (N)  
Tensão de cedência do material do perfil (MPa)  
Tensão de rotura à tracção do material do perfil (MPa)  
Altura do perfil (mm)  
Largura do banzo do perfil (mm)  
Raio de concordância alma/banzo do perfil (mm)  
Momento de inércia do perfil segundo o eixo zz (mm<sup>4</sup>)

A1: HEA 400

19  
11  
290  
295  
100000  
271542500  
100000  
235  
360  
390  
300  
27  
450700000