Artigo Nº XXXX (Indique nesta linha o Nº que foi atribuído ao Resumo já aprovado)

PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS NO PROJECTO ÓPTIMO

DOS COMPÓSITOS BASEADO NA FIABILIDADE

**Luísa N. Hoffbauer1(\*), Carlos C. António2**

1Instituto Politécnico do Porto, Instituto Superior de Engenharia do Porto (ISEP) - Porto, Portugal

2Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, IDMEC - Porto, Portugal

(\*)*Email:* lnh@isep.ipp.pt

RESUMO

*O objectivo deste trabalho é o estudo da propagação das incertezas das variáveis aleatórias de entrada, tais como as propriedades mecânicas, na resposta de estruturas compósitas laminadas sujeitas a um nível de fiabilidade imposto (RBDO inverso). Apresenta-se uma nova abordagem baseada num modelo de aproximação que simula simultaneamente a função de estado limite, o índice de fiabilidade e as suas derivadas. Pretende-se obter uma visão global da resposta estrutural, em particular do número de Tsai crítico associado com o ponto de falha mais provável (MPP), do índice de fiabilidade da estrutura e das respectivas sensibilidades. Para ultrapassar as dificuldades associadas à avaliação dispendiosa da análise, é proposto um modelo substituto para a sua determinação, que inclui o desenvolvimento de uma RNA com aprendizagem supervisionada baseada em pesquisa evolucionária.*

**Palavras-chave**: Incertezas, fiabilidade, problema inverso, redes neuronais, delineamento uniforme.

**1. INTRODUÇÃO**

O estudo mais realista de falhas de estruturas em cenários envolvendo incerteza está associado ao uso de métodos de análise de fiabilidade. Com efeito, a necessidade de uma análise de fiabilidade associada ao projecto óptimo aplicado a estruturas compósitas tem vindo a aumentar nos últimos anos. Os métodos de fiabilidade aproximados tais como os métodos de primeira ordem (FORM) ou de segunda ordem (SORM) visam obter o chamado ponto de falha mais provável (MPP) para estimar a probabilidade de falha. A pesquisa do MPP é equivalente à resolução de um problema de optimização que tem sido efectuada, até recentemente, usando técnicas baseadas em gradientes. Quando os métodos utilizados se baseiam em gradientes, é-se confrontado com a possibilidade de existência de múltiplos pontos de falha, ou seja, múltiplos óptimos locais. Este problema é exacerbado quando o número de variáveis aleatórias envolvidas é grande ou quando o grau de não linearidade das funções de estado limite associadas à resposta do sistema estrutural é elevado. Neste caso é necessária a utilização de técnicas de simulação, como por exemplo, o Método de Monte Carlo. Todavia a eficiência deste método é pobre quando se estimam probabilidades de falha muito baixas, como acontece no dimensionamento de estruturas reais de acordo com os códigos construtivos. Para ultrapassar esta dificuldade, foram consideradas técnicas de simulação mais avançadas.

A necessidade de um grande número de simulações tem acelerado o desenvolvimento de modelos de aproximação na análise de fiabilidade e no Projecto Óptimo baseado na Fiabilidade (RBDO). Em particular, foram usadas redes neuronais artificiais (RNA) para aproximar a função de estado limite e as suas derivadas (Nguyen-Thien e Tran-Cong, 1999, Deng et al., 2005). Cheng (2007) propôs uma técnica híbrida para análise de fiabilidade estrutural baseada em RNA, combinada com algoritmos genéticos (AG). O método RNA-AG proposto usa algoritmo de aprendizagem por retropropagação do erro para o processo de aprendizagem da RNA e, mais tarde, o AG busca o MPP e o correspondente índice de fiabilidade. Cheng et al. (2008) propuseram outro método para a análise de fiabilidade estrutural, introduzindo o método do delineamento uniforme (Uniform Design Method,

**2. INCERTEZAS NO PROJECTO ÓPTIMO BASEADO NA FIABILIDADE**

Vai ser estudado o problema da propagação de incertezas no RBDO de estruturas compósitas laminadas. O objectivo desta abordagem é o estudo da propagação de incertezas das variáveis aleatórias de entrada, tal como as propriedades mecânicas, na resposta de estruturas compósitas laminadas avaliada para um índice de fiabilidade especificado. A Figura 1 mostra um fluxograma da abordagem proposta.



Figura 1. Fluxograma da abordagem proposta para a análise da propagação de incertezas no RBDO.

**3. PROBLEMA DE FIABILIDADE INVERSO**

É proposta uma abordagem baseada no projecto óptimo de estruturas compósitas com o objectivo de atingir um nível de fiabilidade especificado e é obtida a correspondente carga máxima. A função objectivo descrevendo o desempenho da estrutura compósita é definida como o quadrado da diferença entre o índice de fiabilidade estrutural, , e o índice de fiabilidade prescrito, . As variáveis de projecto são o ângulo das camadas, a, e o factor carga, . O vector das variáveis aleatórias **X**, é constituído pelas propriedades elásticas e de resistência do material. O problema de optimização é descrito como

 (1)

sujeito a: 



onde **x** representa a realização do vector das variáveis aleatórias **X**.

**4. MÉTODO DO DELINEAMENTO UNIFORME**

A ideia chave do UDM é a de encontrar um conjunto de pontos que estejam uniformemente dispersos no hipercubo unitário s-dimensional  (Fang e Wang,1994). Com efeito o UDM pode ser considerado como uma versão do planeamento de experiências com o objectivo de minimizar a discrepância. Neste contexto, a discrepância é usada como uma medida de uniformidade de dispersão. Seja P um conjunto de n pontos em . Para todo  seja  o número de pontos contidos no hipercubo . Então:

 (4)

é chamada discrepância de P. O quociente  representa a percentagem de pontos que cai no hipercubo  enquanto  é o volume deste hipercubo. Como o volume total é unitário,  representa a percentagem de volume ocupada pelos n pontos. A medida  é um bom índice, pois é de esperar que, quanto maior for a uniformidade da dispersão no conjunto P, menor será a diferença entre  e . Conforme a norma usada assim são obtidas várias medidas de discrepância.

**5. REDE NEURONAL ARTIFICIAL**

A metodologia adoptada, que inclui o desenvolvimento de uma Rede Neuronal Artificial (RNA), é análoga ao método da superfície de resposta (RMS). O objectivo da aplicação da RNA é ultrapassar as dificuldades associadas com a avaliação dispendiosa da fiabilidade estrutural no decorrer do estudo da variabilidade da resposta. É desenvolvida uma RNA com aprendizagem baseada na pesquisa evolucionária usando os pontos gerados pelo Delineamento Uniforme como padrões de entrada/saída. As variáveis aleatórias são os parâmetros de entrada e os parâmetros de saída são o número de Tsai crítico, o índice de fiabilidade e as respectivas sensibilidades.

**5.1 Topologia da RNA**

A RNA proposta é constituída por três camadas de nós (neurónios): a camada de entrada, a camada intermédia ou escondida e a camada de saída. A ligação entre os neurónios de entrada e os da camada intermédia e entre os da camada intermédia e os neurónios de saída são designadas por sinapses. Estas são ligações ponderadas que estabelecem a relação entre os dados de entrada, , e os dados de saída, . Na RNA desenvolvida o vector dos dados de entrada, , é definido por um conjunto de valores de variáveis aleatórias que são as propriedades mecânicas dos compósitos laminados tais como as propriedades elásticas ou de resistência. O módulo de elasticidade longitudinal, , o módulo de elasticidade transversal, , a resistência transversal em tracção Y e a resistência ao corte S, são consideradas como variáveis de entrada da rede e são denotadas por .

**5.2 Desempenho da RNA**

O erro entre os dados de saída pré-definidos e os resultados simulados pela RNA é usado para supervisionar o processo de aprendizagem com o objectivo de obter a modelação completa do processo. Conforme um conjunto de dados de entrada é introduzido na rede, esta adapta os pesos das sinapses e os valores dos desvios de forma a produzir resultados simulados consistentes através de um processo designado por aprendizagem. Assim, para cada conjunto de dados de entrada e para cada configuração da matriz dos pesos  e dos desvios  é obtido um conjunto de resultados de saída. Estes resultados de saída simulados são comparados com os respectivos valores experimentais pré-definidos e a diferença registada representa o erro, o qual é então minimizado durante o processo de optimização associado à aprendizagem da RNA.

**6. EXEMPLOS NUMÉRICOS**

Para testar a abordagem proposta em estruturas compósitas, considera-se uma casca cilíndrica encastrada em compósito laminado, representada na Figura 3.



Figura 3. Discretização MEF e condições de carga na casca cilíndrica em compósito laminado.

Ao longo do lado livre da estrutura (AB), é aplicado um conjunto de nove cargas verticais de valor médio . A estrutura é constituída por um único laminado.

Este laminado é constituído por oito camadas de igual espessura com sequência de empilhamento impondo condições de simetria. O ângulo da camada a, refere-se ao eixo dos xx. Todos os laminados têm a mesma espessura média igual a 0.0025 m.

A análise estrutural da estrutura compósita laminada é baseada no método dos Elementos Finitos (MEF) e no modelo de elemento finito de casca degenerado (Ahmad, 1969). São estudados dois sistema compósitos para o laminado: (1) GFRP, Vidro E/Resina de Epóxido (Scotchply 1002) e (2) CFRP, Carbono/ Resina de Epóxido (T300/N5208) (Tsai, 1987). Os valores médios das propriedades elásticas e da resistência do material das camadas usado na construção dos laminados da estrutura compósita estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Valores médios das propriedades mecânicas.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Material |  [GPa] |  [GPa] |  [GPa] |  |
| Tipo | Código |
| CFRP: T300/N5208GFRP: Scotchply 1002 | 12 | 181.0038.60 | 10.38.27 | 7.174.14 | 0.280.26 |
|  | X [MPa] | Y [MPa] | S [MPa] |  [kg/m3] |
| CFRP: T300/N5208GFRP: Scotchply 1002 | 12 | 15001062 | 4031 | 6872 | 16001800 |

**7. CONCLUSÕES**

Foi estudada a influência das incertezas dos parâmetros de entrada na resposta estrutural em estruturas compósitas. Em particular, foram estudados os efeitos dos desvios das propriedades mecânicas nos resultados da RBDO. A abordagem pelo MCS baseada na RNA proposta, mostra que as variações nos valores médios das propriedades mecânicas se propagam e até se ampliam nos resultados do índice de fiabilidade medido e usado no RBDO de estruturas compósitas. A hierarquização dos parâmetros de entrada na variabilidade da resposta foi obtida e discutida com base nos resultados numéricos. Foi demonstrada a eficiência da abordagem pelo MCS baseado na RNA proposta para a análise da propagação de incertezas no RBDO. O estudo efectuado prova que a variabilidade do índice de fiabilidade no RBDO, como função das incertezas dos valores médios, pode tornar-se muito elevada. Esta alta variabilidade também é corroborada com o cálculo de medidas de sensibilidade relativa. Este aspecto deve ser considerado no projecto robusto já que a variabilidade elevada na resposta estrutural pode reduzir drasticamente a qualidade das soluções do projecto óptimo para estruturas compósitas.

**AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem o suporte financeiro concedido pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT), Portugal, através do financiamento plurianual da Unidade 10/225-UMNMEE.

**REFERÊNCIAS**

Ahmad, S. Curved finite elements in the analysis of solid, shell and plate structures, Ph.D. Thesis, University College of Swansea, UK, 1969.

Cacuci, D.G., Sensitivity and uncertainty analysis, Vol. 1: Theory. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CTC Press, 2003.

Cheng, J., Hybrid genetic algorithms for structural reliability analysis, Computers and Structures, Vol.85, pp.1524-1533, 2007.

Cheng, J., Li, Q.S., Xiao, R.C., A new artificial neural network-based response surface method for structural reliability analysis, Probabilistic Eng. Mech., Vol.23, pp.51-63, 2008.

Conceição António, C.A., Optimização de Estruturas em Materiais Compósitos de Matriz Polimérica, Tese de Doutoramento em Engenharia Mecânica, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1995.

Conceição António, C.A., Torres Marques, A., Gonçalves, J.F., Reliability based design with a degradation model of laminated composite structures, Structural Optimization, Vol.12, pp.16-28, 1996.

Conceição António, C.A., A hierarchical genetic algorithm for reliability based design of geometrically non-linear composite structures, Composite Structures, Vol. 54, pp.37-47, 2001.

Deng, J., Gu, D., L,i X., Yue, Z.Q., Structural reliability analysis for implicit performance functions using artificial neural networks, Structural Safety, Vol.27, pp.25-48, 2005.

Fang, L., Wang, Y., Number-theoretic methods in statistics, CRC Press, 1994.

Hasofer, A.M., Lind, N.C., Exact and Invariant Second-Moment Code Format, Journal of the Engineering Mechanics Div., ASCE, Vol.100, pp.111-121, 1974.

Nguyen-Thien, T., Tran-Cong, T., Approximation of functions and their derivatives: A neural network implementation with applications, App. Math. Modelling, Vol.23, pp.687-704, 1999.

Tsai, S.W. Composites Design, Dayton, USA, Think Composites, 1987.