

Laboratório de Máquinas Eléctricas

Método da Ponte de Wheatstone

Manuel Vaz Guedes

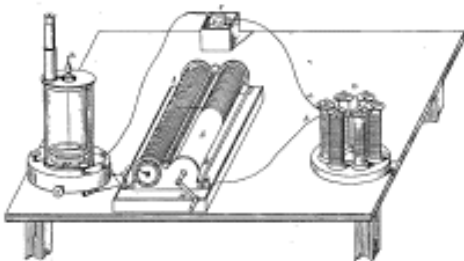
Núcleo de Estudos de Máquinas Eléctricas

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

O estudo experimental das máquinas eléctricas exige o conhecimento do valor da resistência eléctrica em corrente contínua de um circuito eléctrico constituinte da máquina. No entanto há dois aspectos construtivos distintos na máquinas eléctricas: o circuito eléctrico tem um acesso ao enrolamento através de um contacto escova-colector, o que introduz uma queda de tensão considerável e obriga a especiais cuidados com o circuito de medida, ou o circuito eléctrico tem uma continuidade que permite o acesso aos enrolamentos a partir dos terminais.

Conforme a situação varia o método aplicado na medida da resistência eléctrica do circuito:

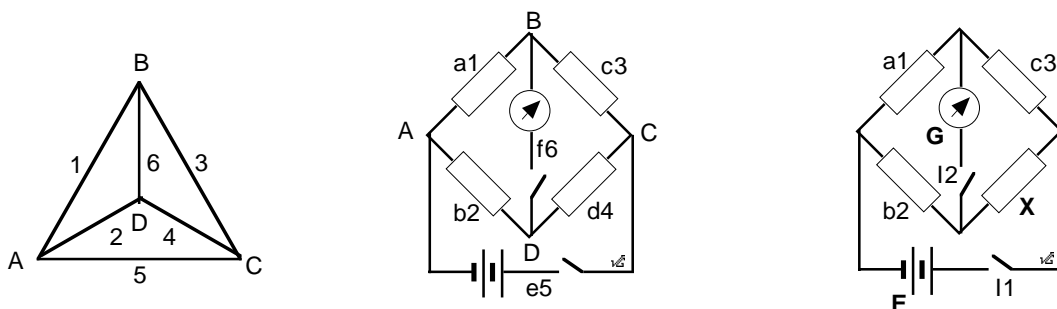
- o quando o circuito eléctrico é acedido a partir dos terminais através de uma contacto escova-colector (como no circuito do induzido da máquina eléctrica de corrente contínua) o método de medida aplicado é *O Método do Voltímetro-Amperímetro* com uma fonte de alimentação adaptada à queda de tensão considerável naquele contacto móvel, {evita-se a utilização de ohmímetros generalistas; ver o texto LME – Método do Voltímetro-Amperímetro};
- o quando o circuito eléctrico é contínuo (como o enrolamento de fase de um transformador), mesmo integrando contactos fixos permanentes entre os condutores, o método de medida aplicado é *O Método da Ponte de Wheatstone*.



Este método de medida de uma resistência eléctrica foi apresentado como "medidor diferencial de resistência" por Charles Wheatstone em 1843 numa Lição Baker feita em Londres perante a Royal Society

O Método da Ponte de Wheatstone para medida da resistência de um condutor eléctrico consiste na comparação do valor de duas resistência através de uma montagem diferencial de elementos de circuito. O esquema eléctrico da ponte de Wheatstone está

representado, de duas formas iguais, na figura.



Sobre dois elementos de circuito dotados de resistência eléctrica ABC e ADC deriva-se um ramo ou *ponte* BD e

unem-se os pontos A e C através de um ramo AC. A rede eléctrica construída, caracterizada por cada ramo, ou *braço*, ser adjacente a quatro outros ramos, chama-se *ponte de Wheatstone*. Pode-se dar ao desenho da rede eléctrica uma forma que evidencie a simetria constituinte dessa rede dando-lhe a forma de um losango. A ponte de Wheatstone pode considerar-se formada por um circuito principal, o circuito da fonte de alimentação, e dois circuitos derivados ABC e ADC.

A Ponte de Wheatstone

No ensino utiliza-se, como instrumento didáctico, uma forma muito esquemática da ponte de Wheatstone em que com o auxílio de um losango condutor montado sobre uma base de madeira é construída a rede eléctrica segundo o esquema clássico com o auxílio de uma caixa de resistências graduadas, duas resistências de valor conhecido, de um galvanómetro, de uma pilha eléctrica ou acumulador e de dois interruptores.

Em laboratório ou em ensaios industriais utiliza-se uma montagem portátil permanente da ponte de Wheatstone que num único aparelho contém, já devidamente ligados, os diferentes elementos eléctricos necessários à montagem para medida da resistência eléctrica desconhecida de um qualquer enrolamento.

Em qualquer dos casos o princípio de funcionamento da ponte é o mesmo.

Princípio do Método

Considerando o circuito eléctrico da ponte de Wheatstone, e estando os interruptores (I1, I2) fechados verifica-se que o galvanómetro (G) indica a passagem de uma corrente eléctrica devida à diferença de potencial (tensão) entre os nós B e D.

Mas, por alteração do valor da resistência eléctrica nos ramos ABC e ADC pode-se conseguir uma situação em que o galvanómetro indique que não circula corrente eléctrica no ramo BD. Diz-se que neste caso **a ponte está em equilíbrio**. {daí alguns autores no passado terem dado também o nome — *balança de Wheatstone* — a esta montagem de medida}

Na condição da ponte estar equilibrada ($i_6 = 0$),

aplicando a Lei de Kirchhoff aos nós — ao nó B e ao nó D — conclui-se que a intensidade de corrente no ramo AB é a mesma que a intensidade da corrente que percorre o ramo BC; e que a intensidade da corrente eléctrica em AD é a mesma que em DC;

aplicando a Lei de Kirchhoff às malhas, para a malha ABDA e para a malha CBDC, obtém-se

$$a_1 \cdot i_1 = b_2 \cdot i_2 \qquad c_3 \cdot i_3 = X \cdot i_4$$

e, dividindo as duas equações,

$$\mathbf{X/b_2 = c_3/a_1} \quad \Leftarrow \quad \mathbf{condição\ de\ equilíbrio\ da\ ponte}$$

reescrevendo a condição de equilíbrio — $a_1 \cdot X = c_3 \cdot b_2$ — pode-se enunciar que ela estabelece que:

numa ponte de Wheatstone na situação de equilíbrio são iguais os produtos da resistência dos ramos opostos.

Esta relação demonstra que se pode calcular — $X = (b_2/a_1) \cdot c_3 = M \cdot c_3$ — o valor de uma resistência desconhecida X, desde que se conheça o valor de três resistências eléctricas dos braços da ponte a_1 , b_2 , c_3 , quando a ponte está equilibrada, {ou conhecer o valor da resistência c_3 e o valor da razão (b_2/a_1) }.

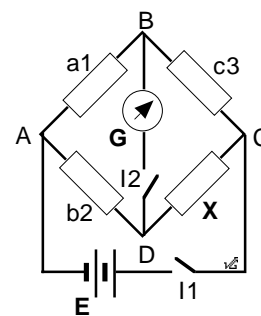
Material Necessário

O material eléctrico necessário à montagem de uma ponte de Wheatstone consiste em:

- pilha ou acumulador
- galvanómetro com shunt
- duas caixas de resistências graduadas
- uma caixa de resistências
- dois interruptores
- fios condutores

Sobre os elementos constituintes de uma ponte de Wheatstone há que prestar atenção a alguns aspectos.

— **Pilha ou Acumulador (E)** — a fonte de alimentação deverá ser contínua e estável, devendo estar ligada só o tempo indispensável à leitura do galvanómetro.



- **Galvanómetro (G)** – o galvanómetro deverá estar protegido contra a passagem de uma corrente eléctrica com intensidade elevada no seu circuito, por isso utiliza-se um galvanómetro com uma resistência eléctrica em paralelo (shunt) {procura-se que o galvanómetro tenha um pequeno período de oscilação do ponteiro}.

Note que numa ponte equilibrada, o seu equilíbrio não é alterado pela troca do galvanómetro e da fonte de alimentação entre si.

- **Duas Caixas de Resistências Graduadas (a1; b2)** – normalmente estas caixas são formadas por conjuntos de resistências eléctricas construídas com um condutor eléctrico enrolado em bobina (!). Nesta situação a uma variação brusca da corrente eléctrica no circuito (di/dt) corresponde o aparecimento de um efeito indutivo no circuito que poderá afectar o valor da medida que está a ocorrer. Idealmente estas caixas deveriam ser formadas por um conjunto de resistências puramente óhmicas. Estas caixas de resistências podem ser substituídas por duas resistências iguais de ordem de grandeza da resistência a medir.
- **Uma Caixa de Resistências (c3)** – convém que esta caixa de resistências possua resistências eléctricas com um valor fraccionário da unidade (*ohm*).
- **Dois Interruptores (I1; I2)** – os interruptores, embora simples, devem permitir uma abertura rápida do circuito eléctrico. Mas mais importante do que a sua constituição é a forma de operar estes interruptores no circuito.
 - **O interruptor da fonte de alimentação I1** – deve ser sempre **o primeiro interruptor actuado** numa leitura, para que a corrente eléctrica se estabeleça no circuito ABCD e quando se fechar o interruptor do galvanómetro e se proceder à comparação da resistência do ramo desconhecido X com a do ramo conhecido, a leitura daquele aparelho não ser afectada por qualquer efeito indutivo, devido à construção das resistências das caixas graduadas e à variação brusca da corrente eléctrica. Quando não se procede a qualquer leitura o interruptor da fonte de alimentação deve estar aberto para evitar o aquecimento das diferentes resistências da ponte e a alteração da tensão de alimentação da fonte.

Assim, é importante:

Actuar somente no interruptor da fonte de alimentação durante a observação do desvio do galvanómetro

- **O interruptor do galvanómetro I2** – considera-se o interruptor que está colocado em série com o galvanómetro, que não é o interruptor que actua no circuito da resistência de protecção (shunt) do galvanómetro. Deve-se actuar no interruptor do galvanómetro somente quando não houver possibilidade de ser afectado pelo efeito indutivo associado à actuação do interruptor de alimentação — por exemplo: deve-se abrir o interruptor do galvanómetro antes de abrir o interruptor da pilha afim de evitar o efeitos indutivos provocados pela variação brusca de corrente sobre o galvanómetro.

Assim, é importante:

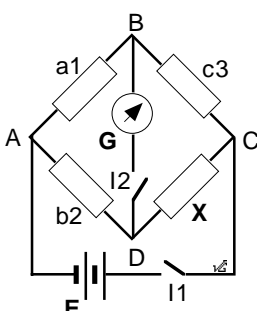
Fechar o interruptor do galvanómetro DEPOIS do fecho do interruptor de alimentação.

Abrir o interruptor do galvanómetro ANTES da abertura do interruptor de alimentação

Existem, e foram utilizados no passado, interruptores que carregando no manípulo, primeiro estabelecem corrente nos quatro braços da ponte e depois, carregando mais no manípulo, estabelecem a ligação do circuito do galvanómetro. Constituem uma unidade com duas funções sucessivas, que são executadas sempre (abrir ou fechar) na ordem correcta.

- **Fios Condutores** – no caso em que a medida da resistência tenha de traduzir grande precisão, entra-se em consideração com a resistência dos fios condutores, servindo a ponte para determinar o seu valor.

No caso de uma ponte de Wheatstone industrial, formando o conjunto de circuitos um aparelho portátil, são as considerações sobre a forma de actuar, o que mais interessa reter dos aspectos construtivos da ponte.



Emprego da Ponte

Procura-se conhecer a resistência eléctrica de um elemento de circuito X.

Começa-se por fazer as ligações indicadas na figura com os elementos de circuito disponíveis.

Fixa-se um valor para a razão ($M = b_2/a_1$) das resistências b_2 e a_1 {é cómodo utilizar valores iguais}.

Dá-se à resistência variável c_3 um valor qualquer e verifica-se o sentido de desvio do galvanómetro. Protege-se o galvanómetro através de uma resistência em paralelo (*shunt*) para que a corrente que por ele passe seja pequena.

Para efectuar a observação fecham-se os interruptores:

- 1º – primeiro FECHA-SE o interruptor da fonte de alimentação (I_1);
- 2º – segundo FECHA-SE o interruptor do galvanómetro (I_2).

Nota-se o sentido do desvio da agulha {rapidamente mas com atenção},

e abrem-se os interruptores:

- 3º – primeiro ABRE-SE o interruptor do galvanómetro (I_2);
- 4º – segundo ABRE-SE o interruptor da fonte de alimentação (I_1).

Altera-se o valor da resistência variável c_3 e verifica-se se o desvio da agulha do galvanómetro cresce ou diminui, e desse comportamento deduz-se a modificação a realizar no valor da resistência variável c_3 , procurando caminhar no sentido da situação de equilíbrio da ponte, quando o galvanómetro acusar uma passagem de corrente nula, ou o sentido do desvio se inverter.

Alguns autores aconselham a começar as tentativas com uma resistência c_3 grande, e sucessivamente, vai-se diminuindo o seu valor até que a agulha do galvanómetro passe a desviar-se em sentido contrário.

Quando se encontra o valor para o qual o galvanómetro não desvia há que aumentar a sensibilidade da ponte: utilizando resistências iguais a_1 e b_2 com um valor próximo do valor encontrado para a resistência desconhecida X , que é dado pelo valor da resistência c_3 , e actuando na resistência em paralelo com o galvanómetro (*shunt*) diminuindo-a ou retirando-a do circuito.

Nas condições de máxima sensibilidade, e se for $a_1 = b_2$, o valor encontrado para a resistência desconhecida X é o valor da resistência variável c_3 : **$X = c_3$** .

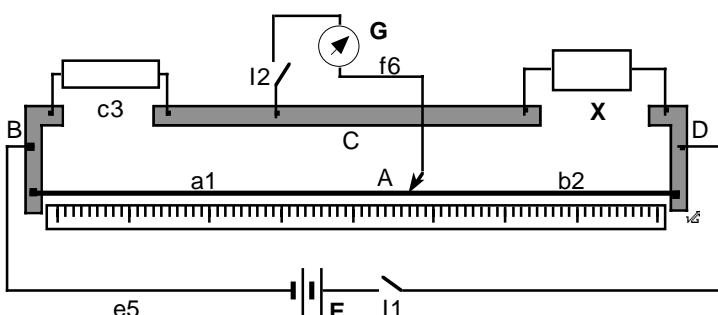
Pode-se controlar a precisão deste valor encontrado para a resistência desconhecida X , trocando a posição na ponte da resistência c_3 e da resistência desconhecida X : a resistência c_3 passa para o braço CD e a resistência X para o braço BC .

Quando as resistências utilizadas nos braços da ponte não permitem um equilíbrio “exacto” da ponte pode-se utilizar um *método de partes proporcionais*, desde que se possa considerar que existe proporcionalidade do desvio da agulha do galvanómetro com uma pequena variação da resistência conhecida c_3 e esteja definitivamente associado ao desvio do galvanómetro o sentido de variação da resistência conhecida c_3 . {por exemplo: a agulha do galvanómetro desvia para a esquerda e é necessário aumentar o valor da resistência c_3 para diminuir o desvio}.

Numa ponte de Wheatstone quando as resistências têm o valor $a_1 = 1000 \Omega$ e $b_2 = 100 \Omega$, quando a resistência $c_3 = 546 \Omega$ o galvanómetro tem um desvio de 15 divisões para a esquerda e quando tem um valor de $c_3 = 547 \Omega$ o desvio é de 27 divisões para a direita.

Uma variação de resistência de 1Ω em c_3 provoca uma variação do desvio de 42 (= 15 + 27) divisões. Logo ao desvio inicial de 15 divisões corresponde $0,36 \Omega$ ($\approx 15/42 = 0,357$). Assim para que o desvio fosse nulo deverá ser $c_3 = 546 + 0,36 = 546,36 \Omega$. Nessa circunstancia a resistência desconhecida será $X = (1000/100) \cdot 546,36 = 5463,6 \Omega$.

Nota



Uma outra forma de trabalhar com uma ponte de Wheatstone consiste em manter constante a resistência do ramo c_3 e variar a razão de resistências — $M = b_2/a_1$ — dos ramos b_2 e a_1 . Para isso constrói-se uma ponte em que os ramos a_1 e b_2 são substituídos por tramos de diferente comprimento de um mesmo fio calibrado (com secção constante) de material

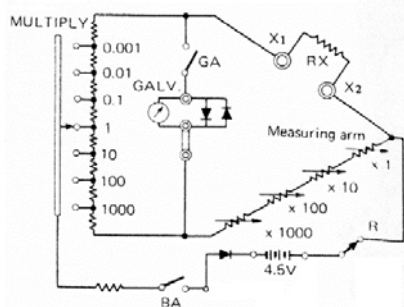
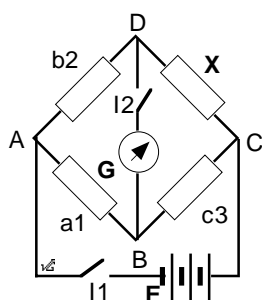
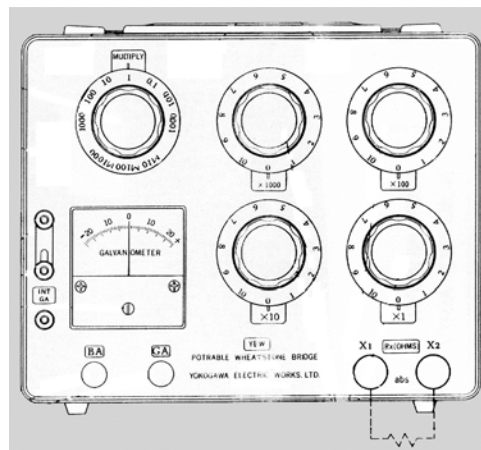
resistente (liga de platina e irídio) e um dos nós do galvanómetro passa a ser um contacto deslizante móvel ao longo do fio. {Note que numa ponte equilibrada, o seu equilíbrio não é alterado pela troca do galvanómetro e da fonte de alimentação entre si por isso foi feita na figura a troca de posições dos ramos do galvanómetro e da fonte de alimentação relativamente à figura da ponte de Wheatstone}.

Esta nova forma da ponte de Wheatstone costuma ser designada por *Ponte de Kirchhöff, ponte métrica ou ponte de fio e cursor*, e tem grande aplicação como instrumento didáctico.

Um Ponte de Wheatstone Portátil

Um ponte de Wheatstone portátil destina-se à medida geral da resistência eléctrica, devido à utilização de uma suspensão que torna o aparelho à prova de vibrações ou choques mecânicos. Embora baseado no princípio de funcionamento da ponte de Wheatstone, está montada de uma forma mais compacta com uma pilha e o galvanómetro montados na própria caixa que contém as resistências. Normalmente este tipo de pontes está preparado para efectuar a medida de resistência numa gama larga de valores — 1,000 Ω a 10,00 MΩ — por simples actuação nos interruptores e nos comutadores rotativos.

Na procura de uma grande integração a actuação nos dois ramos da ponte — a1 e b2 — é feita por um único comutador rotativo que permite seleccionar o factor multiplicativo — $(b2/a1) = M$ — a aplicar na medida {comparar os circuitos da figura seguinte}.



A precisão da medida é de:

erro	gama
± 0,1 %	100 Ω – 100 kΩ
± 0,3 %	10 Ω – 1 MΩ
± 0,6 %	1 Ω – 10 MΩ

A fonte de alimentação é uma associação de três pilhas secas de 1,5 V.

Em cada comutador rotativo do braço de medida (c3) existem quatro resistências de 1 Ω, 2 Ω, 2 Ω, 5 Ω, que devidamente ligadas, asseguram a variação de 1 até 10.

No comutador rotativo do Multiplicador é possível seleccionar um factor M de: x 0,001; x 0,01; x 0,1; x 1, x 10; x 100; x 1000.

Operação

- Liga-se a resistência desconhecida aos terminais X1 e X2.
- Coloca-se o comutador do Multiplicador numa posição de acordo com a tabela.
- Colocam-se os comutadores de medida, respectivamente, na posição 1999.
- Carrega-se no botão BA {1}
- Carrega-se, *momentaneamente*, no botão GA {2} e nota-se o sentido do desvio.
 - Se for para o lado + terá de se aumentar o valor nos comutadores de medida
 - Se for para o lado - terá de se diminuir o valor nos comutadores de medida
- Liberta-se o botão BA {1} e actua-se nos comutadores de medida
- Repete-se as operações 4., 5. e 6. até o desvio do galvanómetro ser nulo (o ponteiro indica 0)
- O valor da resistência desconhecida X é dado por

$$X = (\text{factor multiplicativo } M) \cdot (\text{valor total lido no comutador de medida } c3).$$

- MVG.03 -