Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Análise Numérica

2ª chamada

04/02/1999

— Parte Teórica —

Duração: 1/2 hora

Sem Consulta

1 — Mostre que na determinação de raízes de equações não lineares, através do método iterativo simples, o erro ao fim da iteração k verifica a desigualdade:

$$|x_k - s| \leq \frac{q}{1-q}|x_k - x_{k-1}|$$

com

$$q = \max_{x \in [a,b]} |f'(x)|$$

2 — Comente a seguinte afirmação:

> *Na integração numérica a regra dos trapézios dá sempre origem a um erro de truncatura maior ou igual ao da regra de Simpson*

3 — Quais as vantagens decorrentes da utilização do polinómio interpolador sob a forma de Newton?

4 — Qual a vantagem da pivotação parcial na resolução de sistemas de equações por eliminação Gaussiana? Justifique.

Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Análise Numérica

2ª chamada

04/02/1999

— Parte Prática —

Duração: 2 horas

Sem Consulta

1 — Foram efectuadas medidas de duas grandezas, tendo-se obtido os valores aproximados de $x = 5.32$ e $y = 5.39$.

(a) Obtenha os valores aproximados para as operações seguintes, utilizando um sistema de 3 dígitos decimais de precisão em vírgula flutuante (isto é, guardando apenas os 3 primeiros dígitos significativos dos números $\rightarrow 0.XXX \times 10^n$):

$$z = x + y \qquad w = x + 0.1 \times y \qquad u = x + 0.01 \times y$$

(b) Estime os majorantes dos erros absolutos para cada caso.

(c) Verifique se há perda de dígitos significativos no cálculo de u.

2 — Considere o seguinte polinómio: $p(x) = x^5 - 2x^4 - 3x^3 + 4$

(a) Determine o número de raízes reais de $p(x)$ recorrendo à regra de Descartes e determine as raízes racionais do tipo $\pm\frac{r}{m}$.

(b) Obtenha a raiz real de $p(x)$ de maior valor absoluto, com um erro inferior a 5×10^{-2}, utilizando o método iterativo simples.

3 — Numa experiência física foram obtidas medidas para duas grandezas x e y:

x_i	1.01	1.98	3.20	3.85	5.25	6.01	21.30
y_i	2.105	1.525	1.059	1.797	2.001	3.152	11.639

Usando o critério dos mínimos quadrados estime o valor das constantes da função aproximante que achar mais adequada a este conjunto de pontos. Use uma função aproximante que garanta um sistema de equações lineares nas constantes.

Para resolver este sistema utilize eliminação gaussiana com pivotação total, uma vez que os valores tabelados são resultado de medidas experimentais e como tal estão sujeitos a erro.

4 — **(a)** Obtenha uma solução aproximada para o problema de valor inicial

$$y' = xy^{1/3} \qquad \text{com } x \in [1, 5] \text{ e } y(1) = 1$$

recorrendo ao método de Taylor de segunda ordem com passo constante $h = 0.5$.

(b) Sabendo que para o método de Taylor de segunda ordem o erro de truncatura obedece à expressão

$$\varepsilon_t \leq max(|f''(x, y)|)_{x \in [a,b]} \times \frac{h^2}{3!}$$

estime um majorante para o erro de truncatura cometido na resolução da alínea anterior.

Antigo Plano de Estudos

$\boxed{4}$ — (a) Utilizando a regra de Simpson e os pontos da tabela seguinte, estime o valor de

$$\int_0^2 y(x)dx$$

Tabela

x	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$y(x)$	0.00	0.41	0.69	0.92	1.10	1.25	1.39	1.50	1.61

(b) Sabendo que $y(x) = e^x$ será que o resultado obtido na alínea anterior está corrcto até à terceira casa decimal? Justifique.