

ANÁLISE NUMÉRICA

1^a chamada

11/01/2000

— Parte Teórica —

DURAÇÃO: 1/2 HORA

SEM CONSULTA

- [1]** — Explique o conceito de condicionamento de uma função num ponto, ilustrando com exemplos se assim desejar.
- [2]** — Na utilização de métodos iterativos para a resolução de equações não lineares, tais que $x_{n+1} = F(x_n)$, o erro na iteração $n + 1$ depende do erro na iteração n da seguinte forma:

$$\Delta_{n+1} = F'(s)\Delta_n - \frac{F''(s)}{2!}\Delta_n^2 + \dots$$

- (a) Diga o que entende por ordem de convergência de um método iterativo.
(b) Mostre que o método de Newton é um método de segunda ordem.

- [3]** — Enuncie as regras dos sinais de Descartes e aplique-as ao seguinte polinómio:

$$p(x) = 2x^6 - x^4 + 2x^3 - x^2 - 5x + 4$$

- [4]** — Quais os motivos porque se usam métodos numéricos em vez de métodos analíticos para o cálculo de integrais definidos?

Dos métodos estudados qual é que permite calcular integrais com maior precisão?

ANÁLISE NUMÉRICA

1^a chamada

11/01/2000

— Parte Prática —

DURAÇÃO: 2 HORAS

SEM CONSULTA

- 1** — Considere a seguinte tabela de pontos da função $z=f(x,y)$. Obtenha por interpolação quadrática em y e linear em x de Aitken-Neville, o valor de z quando $x = \pi/5$ e $y = 2.50$. Justifique a escolha dos pontos.

x	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$
y					
2.0	0.18	0.34	0.49	0.60	0.67
2.4	0.23	0.44	0.62	0.76	0.85
2.6	0.25	0.48	0.68	0.83	0.93
2.8	0.27	0.51	0.73	0.89	0.99
3.0	0.28	0.55	0.78	0.95	1.06

- 2** — Considere a seguinte equação não-linear $f(x) = x^2 - 2 - \ln(x)$ definida para $x > 0$.
- verifique se o intervalo $[0.25;2.0]$ contem alguma raiz e caso afirmativo, se o intervalo verifica as condições de convergência do método iterativo simples.
 - determine a raiz que se encontra no intervalo $[1.0;1.6]$ pelo método iterativo simples com um erro inferior a 5×10^{-3} .
- 3** — Faça 4 iterações pelo método de Jacobi a partir do ponto $(1,1,1)$ para obter a solução aproximada do seguinte sistema de equações lineares. Indique um majorante para o erro da 4^a iteração.

$$\begin{cases} 4.22x_1 - 17.4x_2 + 7.2x_3 = 4.95 \\ 14.2x_1 + 5.6x_2 - 4.6x_3 = 20.12 \\ 15.5x_1 - 3.9x_2 + 18.2x_3 = 26.72 \end{cases}$$

- 4** — Considere o seguinte integral

$$\int_{3.4}^{4.0} \ln(x^2 - 3x) dx$$

- calcule com um erro inferior a 5×10^{-3} e utilizando a regra dos trapézios, um valor aproximado do integral.
- para que valor de n (número de sub-intervalos) se obteria um erro inferior a 10^{-5} pela regra de Simpson?