Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Análise Numérica

2ª chamada

2002-01-23

— Parte Teórica —

Duração: 1/2 hora

Sem Consulta

Todas as respostas devem ser adequadamente justificadas.

1 — Mostre que o método de Newton para a resolução de equações não lineares é um método de 2ª ordem.

2 — No método dos mínimos quadrados minimiza-se a soma dos quadrados das diferenças entre os valores da tabela e os valores da função aproximante.

(a) Suponha que se minimizava a soma dos módulos das diferenças e não a soma dos quadrados das diferenças; indique as vantagens e inconvenientes que teria este processo.

(b) Suponha agora que minimizava a soma dos cubos das diferenças; indique que vantagens e inconvenientes teria este processo.

3 — Mostre que o polinómio interpolador de grau menor ou igual a n de uma tabela de $n+1$ pontos é único.

4 — Na resolução de sistemas de equações lineares:

(a) Qual a diferença entre métodos directos e iterativos? Quais as vantagens e desvantagens relativas?

(b) Qual a vantagem de usar pivotação parcial na eliminação gaussiana para resolver sistemas de equações lineares? Justifique.

Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Análise Numérica

2ª chamada

2002-01-23

— Parte Prática —

Duração: 2 horas

Sem Consulta

Resolva as perguntas 1 e 2 numa(s) folha(s) e as perguntas 3 e 4 noutra(s) folha(s)

1 — Considere a relação $t = \frac{\cos(x)}{y} + e^{-yz}$.

(a) Determine um valor aproximado de t e um majorante para o erro absoluto quando

$$x = 1.3, \text{ sendo este valor exacto,}$$
$$y = 0.25 \pm 4\%,$$
$$z = 1.7 \pm 3 \times 10^{-1}.$$

(b) Quantos algarismos significativos se podem perder no cálculo de t, quando $x = \frac{\pi}{2}$ e $y = 3$ (valores exactos) e z está próximo de 4?

2 — Considere a função $f(x) = \cos(x) + \frac{10}{x} - 2.5$, definida para $x > 0$.

(a) Determine intervalos de amplitudes não superiores a 0.2, cada um dos quais contendo um e apenas um dos zeros de f em $[4, +\infty[$.

(b) Conclua que f tem um e e apenas um zero no intervalo $[2.7, 3]$. Utilizando o método iterativo simples, determine este zero, com um erro absoluto máximo de 5×10^{-4}. Inicie as iterações com o ponto $x_0 = 3$.

3 — A lei de Ohm diz que a tensão V nas extremidades de uma resistência percorrida por uma corrente eléctrica com intensidade I é directamente proporcional a essa intensidade de corrente. Ora isto só é verdade para resistências ideais. As resistências reais apresentam comportamentos menos lineares. Na tabela seguinte apresentam-se os resultados de medidas com uma resistência concreta:

I	-1.00	-0.50	-0.25	0	0.25	0.50	1.00
V	-193	-41	-13.5625	0	13.5625	41	193

Não sendo o comportamento rigorosamente linear é no entanto simétrico relativamente ao zero.

- Considerando apenas os pontos correspondentes a tensões (e intensidades de corrente) maiores ou iguais que zero, uma parábola parece aproximar bem estes 4 pontos. Determine então a parábola que melhor aproxima os 4 pontos últimos da tabela acima, através do método dos mínimos quadrados.
- Ao resolver o sistema de equações lineares, inerente ao método dos mínimos quadrados, use o método da eliminação gaussiana com pivotação parcial.
- Estime o valor de tensão (V) para uma corrente $I = 0.75$. Comente o resultado obtido.

4 — Calcule pela regra de Simpson, com um erro de truncatura inferior a 5×10^{-2}, o seguinte integral:

$$\int_0^2 x\, \mathrm{e}^{2x}\, dx.$$