

Prova com consulta. Duração: 90 minutos.

Nome do estudante: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

1. [2 valores] Quais os resultados das seguintes expressões em VDM?

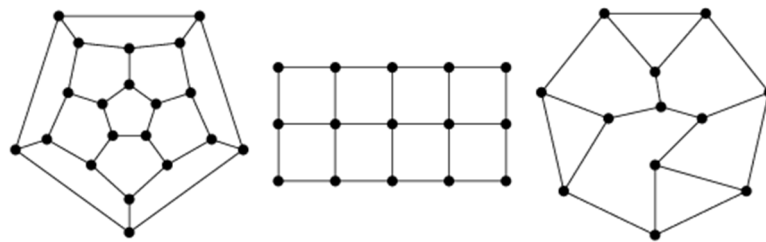
a)  $\{1,2,3\} <: (\{1|->2, 4|->1\} \text{ union } \{2|->3, 3|->2\})$

b)  $\text{inverse} (\{2|->1, 1|->4\} \text{ comp } \{1|->2, 3|->1\})$

c)  $\text{power} ( \text{elems} ( ([1,3] \wedge [4]) \text{ ++ } \{3|->3\}) )$

d)  $\text{dinter} \{ \{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\} \} \text{ subset elems } [1,2,3,3](1, \dots, 2)$

2. Considere a seguinte formalização em VDM++ para representar grafos (exemplos na figura a seguir).



```
class Graph
  types
    Point :: x: int
           y: int;
    Arrow = seq of Point;
  instance variables
    arrows: set of Arrow;
  -- inv1 "each element inside arrows is a sequence of two Point"
end Graph
```

Prova com consulta. Duração: 90 minutos.

---

- a) [2 valores] Formalize o inv1 “A variável de instância *arrows* é um conjunto de sequências de comprimento 2”.

- b) [3 valores] Formalize uma operação que retorna o conjunto de pontos de um *Graph*.

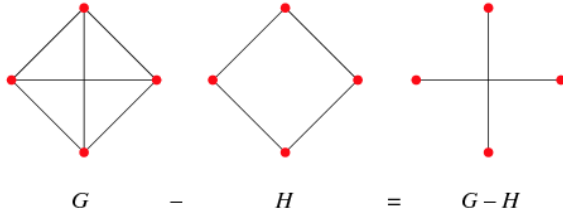
- c) [3 valores] Formalize uma operação que recebe um *Point* A do *Graph* e retorna o conjunto de pontos (*Point*) que lhe são adjacentes, isto é, que lhe estão ligados por uma aresta (Note que uma aresta entre dois pontos A e B pode ser representada por [A,B] e/ou [B,A]).

- d) [3 valores] Especifique uma operação **add** que adiciona uma aresta a um grafo. Considere que essa operação recebe um *Graph* (*G*) e 4 *int* (*x1,y1,x2,y2*) e adiciona a aresta a ligar os pontos com coordenadas (x: *x1*, y: *y1*) e (x: *x2*, y: *y2*).

Prova com consulta. Duração: 90 minutos.

Nome do estudante: \_\_\_\_\_ N° \_\_\_\_\_

- e) [3 valores] Especifique uma operação que recebe dois *Graph* (**G** e **H**) e devolve o *Graph* que resulta da subtração dos dois (**G-H**) conforme figura seguinte (Note que uma aresta entre dois pontos A e B pode ser representada por [A,B] e/ou [B,A]).



**3. [4 valores]**

- a. Determine se o seguinte triplo de Hoare é verdadeiro

$$\{(w=10 \wedge a=5) \vee (w=0 \wedge a=5)\} \text{ if } (w > 1) \text{ then } w:=w/a; \text{ else } w:=w+a; \{w \leq 5\}$$

Prova com consulta. Duração: 90 minutos.

---

b. Escreva uma pré-condição, P, que torne o seguinte triplo de Hoare verdadeiro:

```
{P}
while ( X div (Y/2) ) > Y) {
  X:= X - Y/2;
}
{X > Y/2 ∧ X ≤ Y}
```

c. A pré-condição {P} que escreveu na alínea anterior é a pré-condição mais fraca (*wp*: *weakest precondition*) do ciclo? Justifique.

**Boa sorte!**