# *MÓDULO TOPOGRAFIA*

# 1. INTRODUÇÃO

Segundo [ESPARTEL69] "a Topografia tem por finalidade determinar o contorno, a dimensão e a posição relativa de uma porção limitada da superfície terrestre". Esta determinação se dá a partir do levantamento de pontos planimétricos e altimétricos, através de medidas angulares e lineares, com o uso de equipamentos apropriados. O conjunto de pontos devidamente calculados e corrigidos, dão origem, via de regra, ao desenho topográfico, que se denomina Planta Topográfica, que é a própria representação da "porção da superfície terrestre", que fora objeto de levantamento. Os métodos de cálculos e a forma de tratamento e transformação dos pontos planimétricos e altimétricos, formam as técnicas que objetivamente serão apresentadas neste trabalho.

As técnicas topográficas para cálculos de levantamentos planimétricos e altimétricos, bem como os cálculos geodésicos de transformação de coordenadas, possuem conceitos e métodos consagrados no mundo científico, e fazem uso, muito, e principalmente, dos conceitos básicos da geometria clássica.

Neste Estudo Dirigido, serão apresentadas e discutidas as principais definições e os métodos mais relevantes para os cálculos planimétricos e hipsométricos de levantamentos topográficos clássicos, além da apresentação da metodologia de transformação de coordenadas geográficas em coordenadas planas, e vice-versa, com a oportuna conceituação dos termos apresentados.

## 2.0 CONCEITOS BÁSICOS EM TOPOGRAFIA

**Planimetria** $\Rightarrow$ Operação que tem por finalidade a determinação, no terreno, dos dados necessários à representação em plano horizontal, da forma e da posição relativas de todos os acidentes que nele se encontram, comportando, assim, a medida de ângulos e de distâncias referidas àquele plano.

**Altimetria** $\Rightarrow$ Operação no terreno, que nos fornece os dados necessários à representação, em um plano horizontal do relevo da superfície terrestre objeto de levantamento.

**Plano Meridiano** $\Rightarrow$ É todo e qualquer plano que contém a linha que passa pelos pólos Norte e Sul da Terra.

**Linha Norte-Sul ou Meridiana** $\Rightarrow$ É a intersecção do plano meridiano com o plano do horizonte.

**Ponto de Estação** $\Rightarrow$ Ponto de onde se realizam as visadas de Ré e de Vante.

**Ré** $\Rightarrow$ Visada no sentido contrário ao do caminhamento.

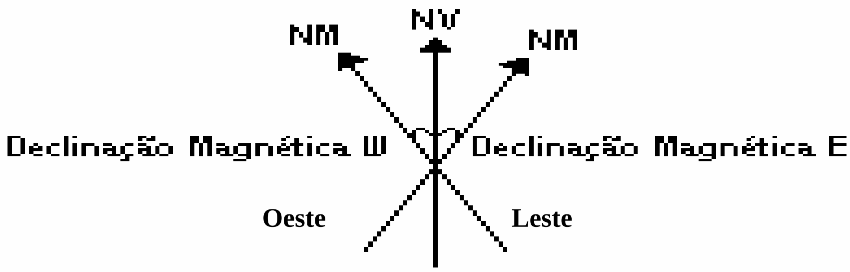
**Vante** $\Rightarrow$ Visada no sentido do caminhamento.

**Meridiano Verdadeiro** $\Rightarrow$ Plano do Meridiano geográfico determinado por observações astronômicas. Para qualquer ponto da terra, sua direção será sempre a mesma, permanecendo invariável, independente do tempo.

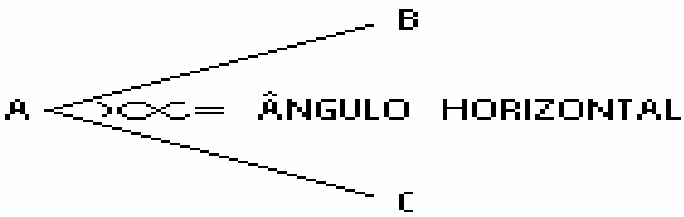
**Meridiano Magnético** $\Rightarrow$ A Terra tem propriedades de um grande corpo magnético, portanto, funciona como tal, tendo as extremidades da agulha de uma bússola atraídas pôr duas forças atuando em dois pontos diametralmente opostos, que são os pólos magnéticos da Terra. O meridiano magnético não é paralelo ao verdadeiro e sua direção não é constante, ainda assim, ele é empregado como uma linha de referência constante em um levantamento topográfico.

**Norte Magnético** $\Rightarrow$ Direção Norte de um Meridiano Magnético, assinalada pela agulha de uma bússola imantada.

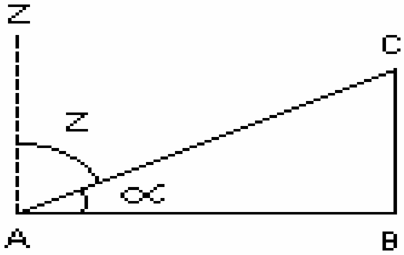
**Declinação Magnética** $\Rightarrow$Ângulo formado entre o Norte Magnético e o Norte geográfico. Como já vimos o Norte Magnético é variável, logo o ângulo de declinação também varia.




**Ângulo Horizontal ou Azimutal** $\Rightarrow$ Ângulo formado entre as projeções horizontais de duas linhas que passam através desses dois pontos e convergem a um terceiro ponto.



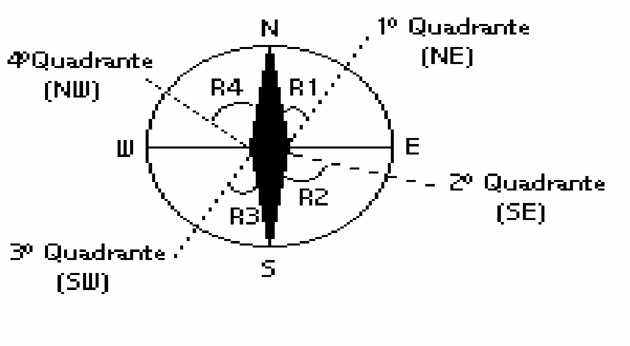

**Ângulo Vertical ou Zenital** $\Rightarrow$ Ângulo de elevação ou depressão em relação ao horizonte. Medido a partir de algum plano de referência, o ângulo é positivo, se o ponto estiver acima do horizonte do observador. Negativo, se o ponto estiver abaixo do horizonte do observador.




$\alpha$: Ângulo vertical

**Zênite** ⇒ Ponto da esfera celeste, imediatamente acima do observador, perpendicular ao horizonte do mesmo.

**Rumos** ⇒ É o menor ângulo que o alinhamento faz com o meridiano (direção Norte-Sul). Os rumos são contados a partir do Norte ou do Sul, no sentido horário ou anti-horário, conforme os quadrantes em que se encontram,




e variam de 0º a 90º.

Exemplo:

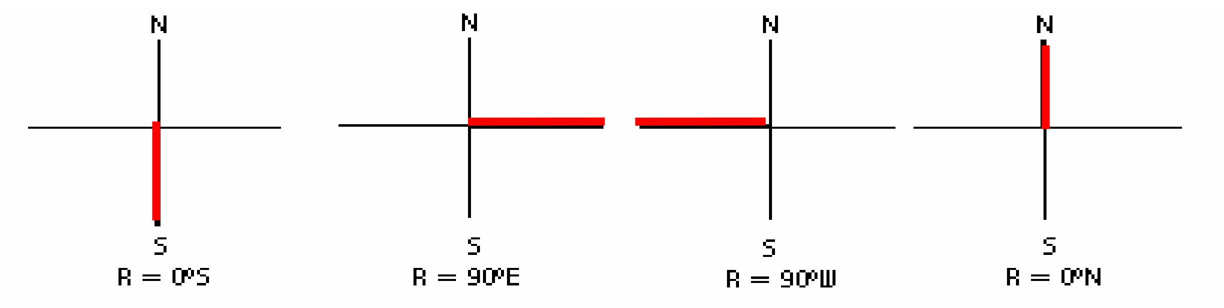
Onde: R1 = 30º NE

R2 = 80º SE

R3 = 30º SW

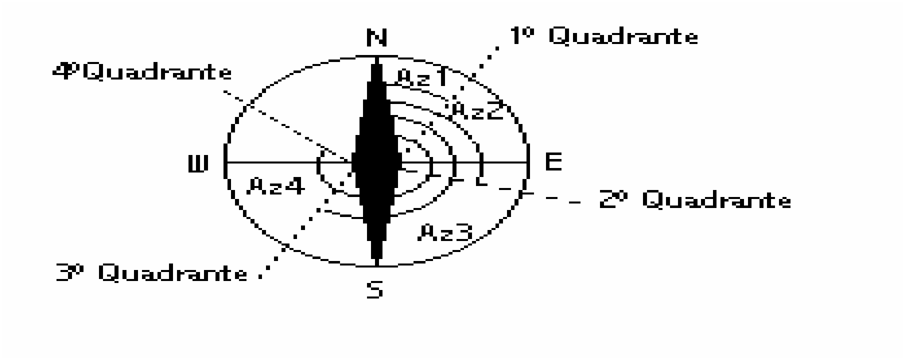
R4 = 45ºNW

Casos Especiais:




**Azimutes** ⇒ Ângulo contado a partir da ponta Norte do meridiano, no sentido horário, variando de 0º a 360º, entre o meridiano e o alinhamento. Podem ser: Verdadeiros, Magnéticos ou Assumidos, conforme o meridiano adotado como referência.

Exemplo:



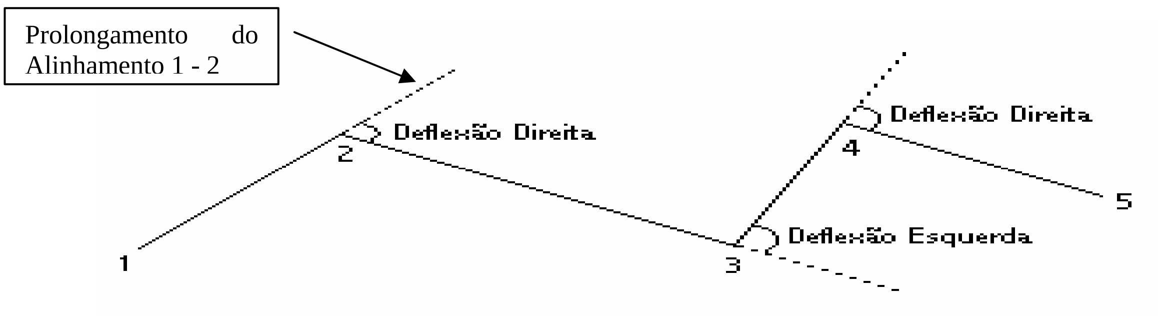

Onde : Az 1 = 45 º

Az 2 =130º

Az 3 = 220º

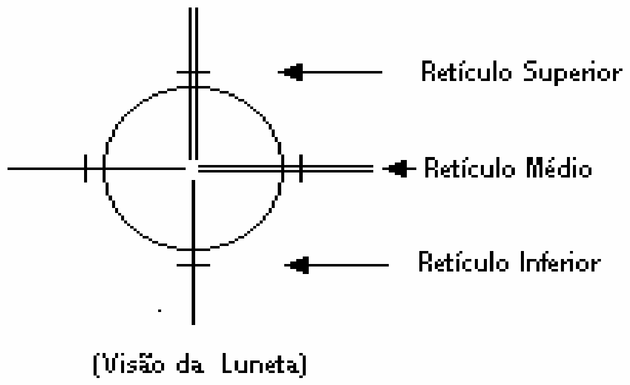
Az 4 = 310º

**Deflexão** ⇒ É o ângulo formado pelo prolongamento do alinhamento anterior do caminhamento e o novo alinhamento. Esses ângulos podem ter sentido a direita ou a esquerda, conforme a direção do novo alinhamento. Se o novo alinhamento for a direita do prolongamento anterior, o ângulo será chamado de deflexão à direita, caso contrário será chamado deflexão à esquerda. Varia, portanto, entre 0º e 180º.




alinhamento no terreno.

**Mira** ⇒ Régua graduada de 4m de comprimento, dividida centimetricamente. Pode ser para leituras diretas ou invertidas.É usada juntamente com o teodolito para obtenção dos parâmetros para cálculos de distâncias horizontais e verticais.




**Círculo ou Limbo Horizontal** ⇒ É um círculo graduado de 0º a 360º em ambos os sentidos, horário e anti-horário. Apenas um trecho do círculo graduado é que aparece por uma fenda ou janela de leitura nos teodolitos.

**Círculo ou Limbo Vertical** ⇒ É semelhante ao horizontal. Os ângulos verticais são utilizados, principalmente, para os cálculos de Distância Horizontal e Diferenças de Nível entre alinhamentos.

**Estadimetria** ⇒ Basicamente é a medida de distâncias (tanto horizontal como vertical) obtida por cálculos, depois de se obter a medida do ângulo de inclinação da luneta em relação ao plano horizontal e as leituras na mira (com auxílio do teodolito).

**Teodolitos** ⇒ Aparelhos que medem ângulos e distâncias.

**Retículos** ⇒ Marcação colocada no plano focal da ocular de um instrumento óptico, (no caso, o teodolito) e que serve como referência para uma visada. Em topografia, eles são:

- Retículo Superior
- Retículo Médio
- Retículo Inferior

Seu conceito é importante para a leitura na mira., pois através deles lê-se na mira 3 (três) valores, cada um em um retículo (Superior, Médio e Inferior). Esses valores são utilizados para calcular as distâncias horizontais e verticais.

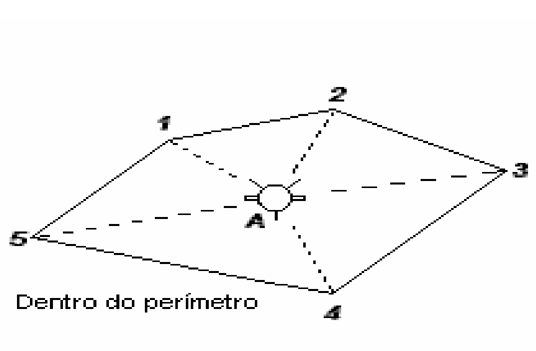
**Memorial Descritivo** ⇒ Descrição pormenorizada, realizada ao final do levantamento, onde são descritos os dados pertinentes a área levantada, tais como: proprietários, localização, confrontantes, área, perímetro entre outros.

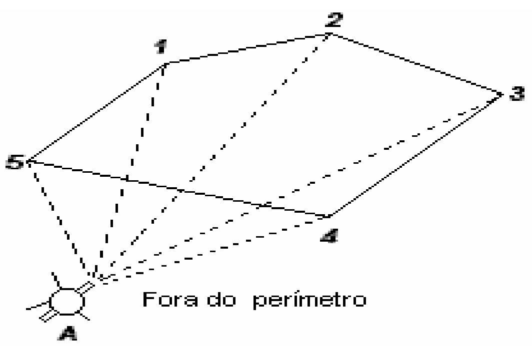
## 3.0 MÉTODOS DE LEVANTAMENTO PLANIMÉTRICO

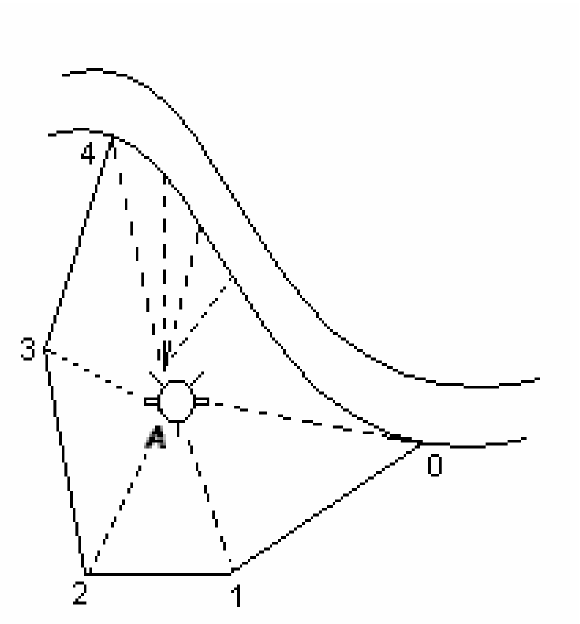
### 3.1 MÉTODO POR IRRADIAÇÃO

Este processo é utilizado para levantamento de pequenas áreas ou, principalmente como método auxiliar à Poligonção, e consiste em escolher um ponto conveniente para instalar o aparelho, podendo este ponto estar dentro ou fora do perímetro, tomando nota dos azimutes e distâncias entre a estação do teodolito e cada ponto visado.

Além de ser simples, rápido e fácil, ele tem a vantagem de poder ser associado a outros métodos (como o do caminhamento, por exemplo) como auxiliar na complementação do levantamento, dependendo somente dos cuidados do operador, já que não há controle dos erros que possam ter ocorrido.





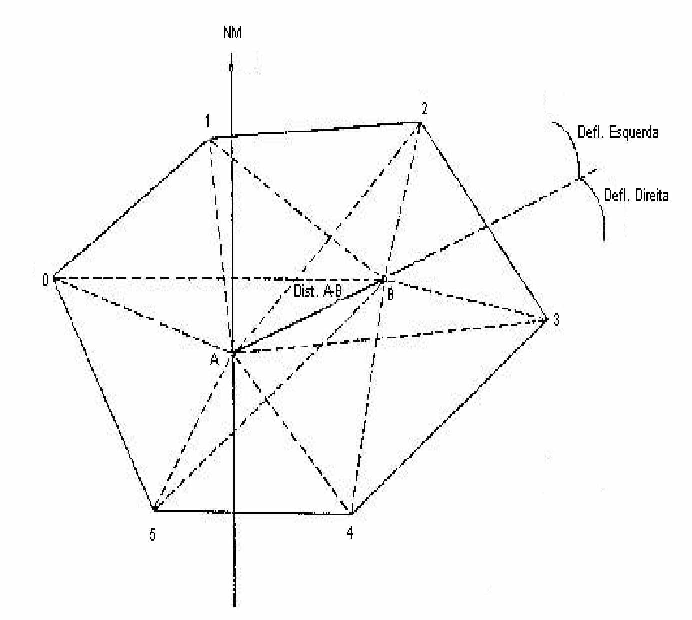

Devido a esses erros é aconselhável ao operador não abandonar mediatamente o ponto de origem, para verificar se todos os dados necessários foram levantados. A conferência pode ser feita através da soma dos ângulos em torno do ponto de origem que deverá dar 360º, como já sabemos.

É importante lembrar que se houver lados curvos ao longo da poligonal, haverá a necessidade de se fazer um maior número de irradiações, de forma que estas permitam um bom delineamento das curvas.

## 3.2 MÉTODO POR INTERSECÇÃO

Chamado assim por fazer a intersecção entre as medidas de dois pontos (duas estações). Este método se resume em visar da estação A (que chamaremos base) os vértices do polígono, e ler os azimutes de cada um. Logo depois transporta-se o teodolito para uma segunda estação B, da qual lê-se pontos já visados por A,  lendo-se as deflexões.

Para maior exatidão escolhe-se uma base que pode ser dos lados do polígono, ou então, um ponto no interior do mesmo. A exatidão do processo depende essencialmente da escolha da base. Este é o único processo que se emprega quando alguns vértices do polígono são inacessíveis. Apresenta também a vantagem da rapidez das operações, mas exige que o polígono seja livre de obstáculos.




Ele pode ser empregado como um levantamento único para uma área ou como auxiliar no caminhamento, desde que as áreas sejam relativamente pequenas. Como o método de irradiação não há possibilidade ou controle do erro.

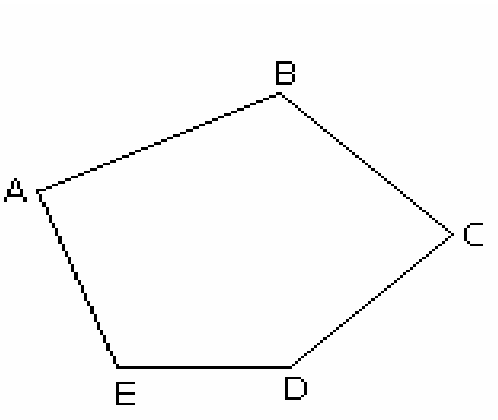
## 3.3 MÉTODO POR CAMINHAMENTO

Este processo consiste, na medida dos lados sucessivos de uma poligonal e na determinação dos ângulos que esses lados formam entre si, percorrendo a poligonal , isto é, caminhando sobre ela.

Método trabalhoso, porém de grande precisão, o *Caminhamento* adapta-se a qualquer tipo e extensão de área, sendo largamente utilizado em áreas relativamente grandes e acidentadas. Associam-se ao caminhamento, os métodos de irradiação e intersecção como auxiliares. Ele ainda se divide em:

**Aberto ou Tenso**: quando constituído de uma linha poligonal apoiada sobre dois pontos distintos e denominados – um o ponto de origem e o outro, o ponto de fechamento.


**Fechado**: quando constituído de um polígono que se apoia sobre um único ponto, o ponto de origem, com o qual se confunde o ponto de fechamento.




No levantamento por caminhamento as distâncias normalmente são obtidas indiretamente, isto é, por estadimetria, a não ser quando são pequenas, ocasiões em que se utiliza a trena para obtê-las. Já os ângulos horizontais podem ser obtidos por dois processos: pelas deflexões, as quais permitem calcular os azimutes, que é o caso mais comum, ou pelos ângulos internos dos vértices do polígono.

Com as medições prontas no campo, pode-se determinar os erros acidentais durante o levantamento tanto nos ângulos como nas distâncias, os quais serão comparados com os chamados limites de tolerância, isto é, com os erros máximos permissíveis para os ângulos e para as distâncias.

## 4.0 MEDIDA DE DISTÂNCIA:

Ao se definir a operação *Planimetria* mostrou-se a necessidade da medida das distâncias entre os pontos que se pretende representar em um plano horizontal, ou seja, em um desenho.

Quando são medidas distâncias inclinadas, elas são utilizadas reduzindo-as à projeção horizontal equivalente, que satisfaz às principais ou mesmo todas as necessidades para execução do projeto. Essa projeção é suficiente para qualquer fim, visto que as construções se apoiam sobre projeções horizontais e a grande maioria das plantas úteis cresce na direção vertical.

As distâncias podem ser avaliadas diretamente ou indiretamente. É chamada medição direta quando se aplica diretamente sobre o terreno um instrumento que permita marcar distâncias (trena, fita de aço e corrente ou Cadeia de Agrimensor) e medição indireta ou estadimétrica, quando se calcula com o auxílio da trigonometria, a distância desejada.

### 4.1 Distância Horizontal:

A distância horizontal pode ser obtida através da trena (método direto) ou por estadimetria, que como já vimos na parte conceitual, utiliza mira e teodolito (método indireto). Depois de obtidos os dados de campo, encontraremos a distância horizontal através da fórmula:

$$DH = 100 \times H \times \cos^2 \alpha + C$$

Nos instrumentos analáticos, em que C =0, ter-se-á :

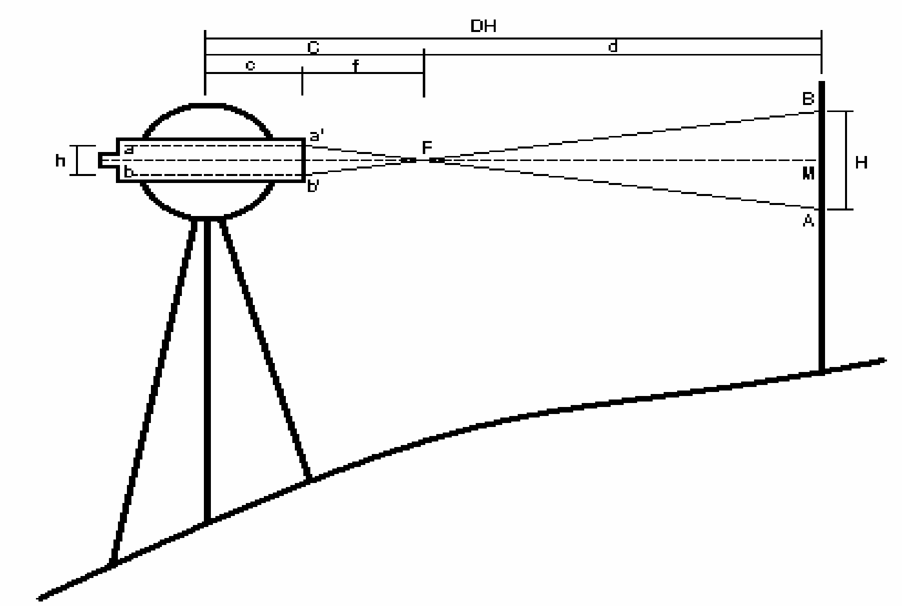
$$DH = 100 \times H \times \cos^2 \alpha$$

Onde : DH – distância horizontal
H – retículo superior – retículo inferior
$\alpha$ - ângulo da inclinação da luneta

Mas como a luneta pode se encontrar na posição horizontal ou inclinada esta fórmula pode ter pequenas modificações, que citaremos a seguir :

**a) <u>Visada Horizontal :</u>**

Seja na figura :




Onde:

ab = h = a'b' $\Rightarrow$ distância que separa os dois retículos extremos (estadimétricos), no anel do retículo.

f $\Rightarrow$ distância focal da objetiva

F $\Rightarrow$ foco exterior da objetiva

c $\Rightarrow$ distância que vai do centro ótico do instrumento à objetiva

C $\Rightarrow$ c + f (constante)

d $\Rightarrow$ distância que vai do foco à mira

AB = H $\Rightarrow$ diferença entre as leituras dos retículos extremos, na mira

M $\Rightarrow$ leitura na mira

DH = d + C (distância horizontal que se deseja obter, e que se para o ponto de estacionamento do aparelho do ponto sobre o qual está a mira)

Nos triângulos a'b'F e ABF, semelhantes, e nos quais f e d são as suas respectivas alturas, tem-se :

$$\frac{f}{h} = \frac{d}{H}$$

$$d = \frac{f}{h} \times H$$

$$DH = d + C$$

$$DH = \frac{f}{h} \times H + C$$

O fator $\frac{f}{h}$, constante para cada instrumento, é na maioria deles igual a 100, por construção. Nestes, teremos :

$$\boxed{DH = 100H + C}$$

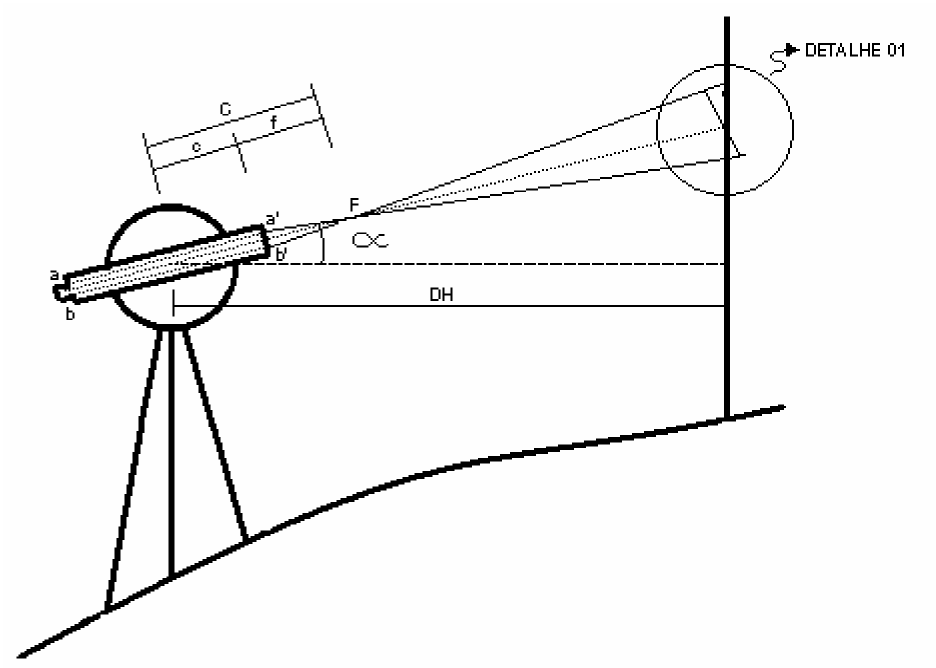
Esta equação permite obter a distância horizontal nos instrumentos aláticos, que apresentam um valor para a constante C.

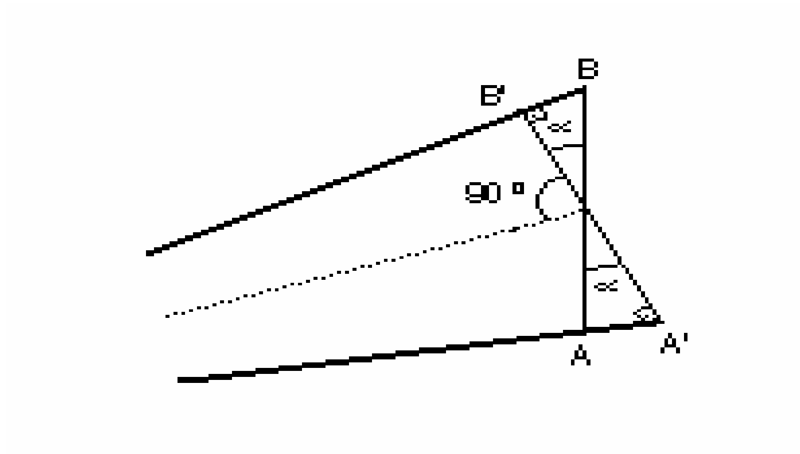
Nos instrumentos analáticos, mais modernos, nos quais C = 0, tem-se :

$$\boxed{DH = 100H}$$

**OBS**.: Como a grande maioria dos instrumentos apresenta a relação $\frac{f}{h} = 100$ , nas deduções seguintes será utilizado sempre este valor.

**b) Visada Vertical :**




Neste caso têm-se os mesmos valores do anterior (visada horizontal), com a introdução de um fator novo, que é o ângulo $\alpha$, de inclinação da luneta em relação à horizontal, o qual é determinado com o auxílio do círculo vertical do instrumento.

Os raios visuais aqui incidem obliquamente sobre a mira atingindo-a nos pontos A, M e B. Traçando-se o segmento A’B’, perpendicular a OM no ponto m, de tal forma que A' se situe sobre o prolongamento de FA e B' sobre o segmento FB, ficam construídos os triângulos AA'M e BB'M. Nesses dois triângulos, os ângulos que têm como vértice o ponto M são iguais a $\alpha$, pois têm lados perpendiculares àquele.

Podem-se considerar, sem erro prejudicial, como retos os ângulos em A' e B', visto serem muito pequenas as distâncias MA' e MB' ao pé da perpendicular OM, em relação às distâncias OA' e oB'. Assim sendo, tendo os lados MB' e MA' como sendo catetos, e MB e MA como hipotenusas, dos triângulos BB'M e AA'M, respectivamente, como se vê no detalhe acima.

Nos triângulos AA'M e BB'M, temos :

MA' = MA x Cos $\alpha$

MB' = MB x Cos $\alpha$

MA' + MB' = (MA + MB) Cos $\alpha$

MA' + MB' = A'B'

MA + MB = H

A'B' = Hx Cos $\alpha$

Reportando-se à figura (visada inclinada), vê-se que no triângulo OMR, retângulo em R, tem-se :

OR = OM x cos $\alpha$

OM = 100 A'B' + C (equação da distância horizontal, com visada horizontal ).

OM = 100H x Cos $\alpha$ + C

OR = (100 H x cos $\alpha$ + C) cos $\alpha$

OR = DH

DH = 100H cos$^2$ $\alpha$ + C x cos $\alpha$

Como o ângulo $\alpha$ é geralmente muito pequeno, e portanto o valor do seu cosseno é quase sempre muito próximo da unidade, sem erro apreciável pode-se desprezar o fator cos $\alpha$ na 2ª parcela, e então:

$$\boxed{DH = 100H \cos^2 \alpha + C}$$

Nos instrumentos analáticos, em que C = 0, ter-se-á :

$$\boxed{DH = 100H\cos^2\alpha}$$

**4.2 Distância Vertical ou Diferença de Nível:**

Aqui as distâncias são obtidas da mesma forma que as horizontais através de fórmulas, só que estas fórmulas são diferentes para *visadas ascendentes* e *visadas descendentes*, e os valores positivos ou negativos indicarão o aclive ou declive, existente no terreno. A fórmula utilizada é :

$$DN = 100 \times H \times \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2} \oplus m - i$$

Onde: DN – diferença de nível

H – retículo superior – retículo inferior

$\alpha$ - ângulo de inclinação da luneta

m – retículo médio

i – altura do instrumento

**a) Visada Ascendente:**

**N**a figura tem-se :

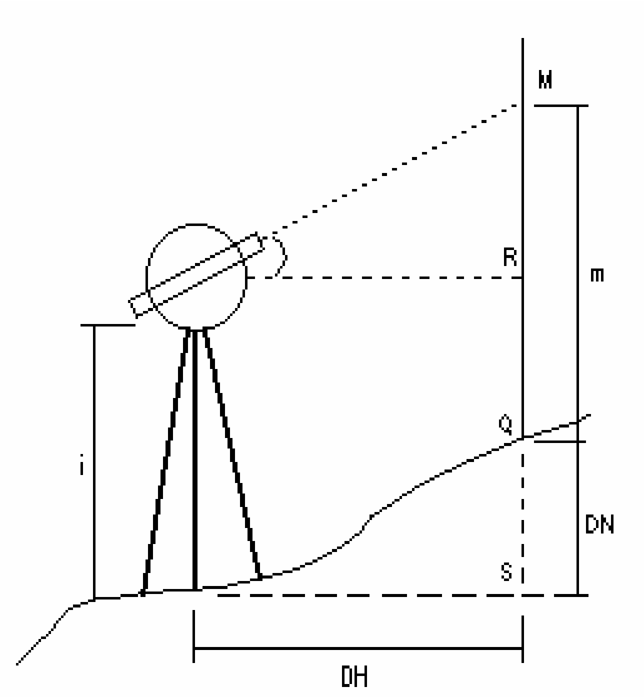
i = altura do instrumento = RS

m = leitura do retículo médio = MQ

OR = distância horizontal

QS = diferença de nível

$$\boxed{QS = RS + RM - MQ}$$




Do triângulo ORM tiramos o valor de RM :

RM = OR x tg $\alpha$

RM = DH x tg $\alpha$

RM = (100H x cos$^2$ $\alpha$ + C x cos $\alpha$ ) $\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$

RM = 100H x sen $\alpha$ x cos $\alpha$ + C x sen $\alpha$

Como o ângulo $\alpha$ é geralmente muito pequeno, seu valor e quase sempre muito próximo de zero e sem erro apreciável pode-se desprezar a segunda parcela C x sen $\alpha$

$$\operatorname{sen}\alpha \times \cos\alpha = \frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2}$$

$$RM = 100H\,\frac{\operatorname{sen}\alpha}{2}$$

Voltando a equação inicial :

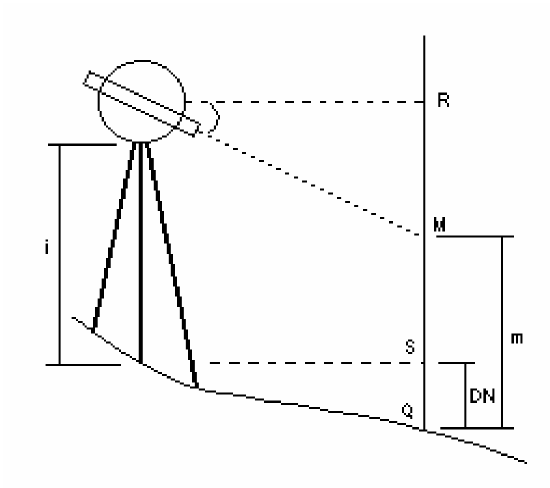
QS = RS + RM - MQ

e substituindo-se cada parcela pelo seu valor :

$$\boxed{DN = 100H \frac{\text{sen}\, 2\alpha}{2} - m + i}$$

Ao empregar-se esta equação, o resultado será sempre positivo quando a visada for ascendente, e quando o ponto onde está a mira for mais alto que aquele onde está estacionado o instrumento. Caso contrário (visada ascendente e ponto seguinte mais baixo), ter-se-á um resultado negativo para a diferença de nível.

**b) Visada Descendente**




Na figura , tem-se :

I = altura do instrumento = RS

M = leitura do retículo médio = MQ

OR = distância horizontal

QS = diferença de nível

QS = QM + MR – RS

MR = $100H \frac{\text{sen}\, 2\alpha}{2} + m - i$ (veja a dedução anterior)

$$DN = 100H\,\frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2} + m - i$$

Do emprego desta equação resultará um valor positivo para a diferença de nível sempre que visada for descendente e o ponto onde está a mira for mais baixo que aquele onde está estacionado o instrumento. Em caso contrário (ponto seguinte mais alto que o de estação), ter-se-á um resultado negativo. Em resumo teremos :

**VISADA ASCENDENTE**

$$DN = 100H\,\frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2} - m + i \begin{cases} (+) = aclive \\ (-) = declive \end{cases}$$

**VISADA DESCENDENTE**

$$DN = 100H\,\frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2} + m - i \begin{cases} (+) = declive \\ (-) = aclive \end{cases}$$

**OBSERVAÇÃO GERAL:** Para visadas horizontais ($\alpha$= 0º ) o valor de:

$$100H\,\frac{\operatorname{sen} 2\alpha}{2} = 0$$

Para o cálculo da Diferença de Nível, é indiferente aplicar qualquer uma das fórmulas (ascendentes ou descendentes), e as suas respectivas convenções (sinais positivo e negativo) para se determinar se o terreno sobe ou desce.

## 5. MEDIDA DE ÂNGULOS:

Em topografia, os ângulos estão contidos em dois planos: Um horizontal ou azimutal e outro vertical ou zenital. Os aparelhos usados são os Teodolitos.

Através do teodolito pode-se determinar: rumos, azimutes, deflexões e declinações, ou seja, todos os ângulos necessários para os cálculos e desenhos utilizados em uma planta topográfica .

Os ângulos formados pelos alinhamentos de uma determinada área a ser trabalhada, são medidos:

- a partir de uma estação
- ou com mudança do aparelho, estacionando-o em mais de uma estação.

Se as visadas forem feitas a partir de uma estação, os ângulos serão referenciados por azimutes; entretanto se houver mudança de estação, ao invés de se ajustar a zero e orientar o aparelho em cada estação, será conveniente trabalhar-se com os chamados ângulos de deflexão, os quais permitem o cálculo dos azimutes. Assim, os alinhamentos terão seus azimutes obtidos indiretamente, evitando-se o erro cometido na orientação magnética.

## 5.1 Azimutes lidos e calculados:

São chamados azimutes "lidos" os ângulos lidos no teodolito a partir do meridiano de referência.

Os azimutes "calculados" são aqueles obtidos indiretamente, pelas deflexões. Relaciona-se o azimute do alinhamento anterior com o ângulo de deflexão do novo alinhamento e assim sucessivamente.

No primeiro ponto de estação do aparelho, como este foi ajustado a zero e orientado, obtém-se diretamente os azimutes na bússola do teodolito. Quando há necessidade de mudança do aparelho, como no caso de poligonais por caminhamento, os demais pontos após o primeiro vértice terão seus azimutes calculados pelas deflexões que serão somadas ou subtraídas do azimute do alinhamento anterior, conforme o sentido da deflexão.

O cálculo dos azimutes é feito pelas seguintes relações:

- Azimute do novo alinhamento = Azimute do alinhamento anterior + deflexão a direita
- Azimute do novo alinhamento = Azimute do alinhamento anterior - deflexão a esquerda

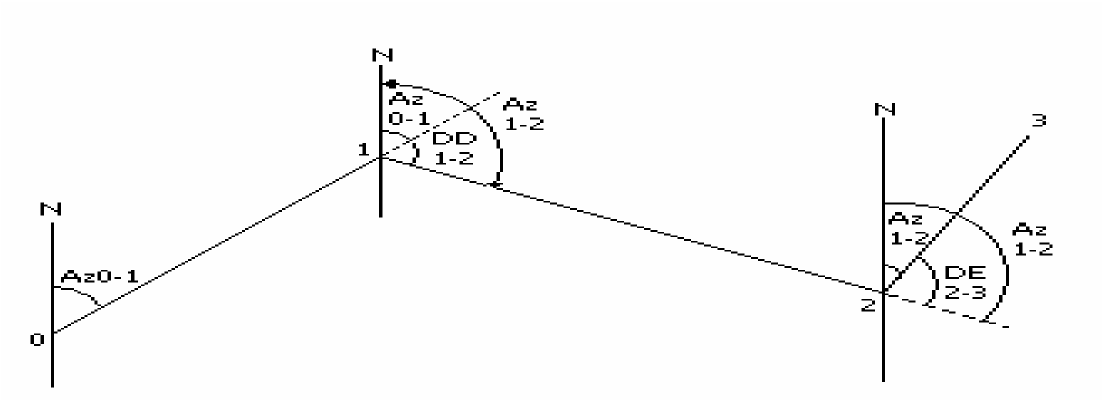
Exemplo:

Onde :

Az = azimute

DD = Deflexão a Direita

DE = Deflexão a Esquerda

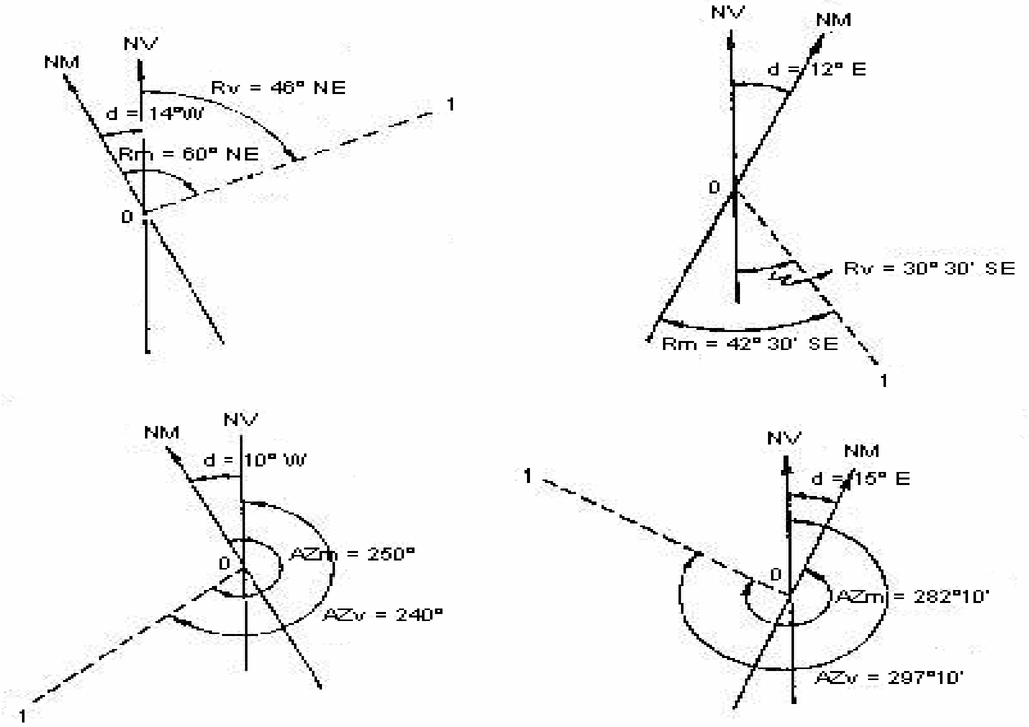



| Alinhamento | Distância | Esquerda | Direita | Azimute Lido | Azimute-Calculado |
|---|---|---|---|---|---|
| MP - 1 | 193,81 | - | - | 305º16' | - |
| 1 - 2 | 210,94 | - | 80º03' | - | 25º19' |
| 2 - 3 | 111,89 | 27º29' | - | - | 357º50' |
| 3 - 4 | 76,62 | - | 68º00' | - | 65º50' |
| 4 - 5 | 17,58 | 16º51' | - | - | 48º59' |
| 5 - 6 | 22,82 | - | 34º24' | - | 83º23' |
| 6 - 7 | 65,67 | - | 88º32' | - | 171º55' |
| 7 - 8 | 114,54 | - | 4º21' | - | 176º16' |
| 8 - 9 | 133,46 | - | 3º39' | - | 179º55' |
| 9 - 10 | 97,71 | - | 0º27' | - | 180º22' |
| 10 - MP | 69,87 | - | 45º11' | - | 225º33' |
| MP - 1 | - | - | 79º48' | - | 305º21' |

**5.2 Rumos e azimutes verdadeiros e magnéticos:**

Pode-se ter duas referências para a medição de um ângulo de orientação (Azimute ou Rumo): Os meridianos magnético e verdadeiro.

Quando a referência tomada é o meridiano verdadeiro, os rumos e

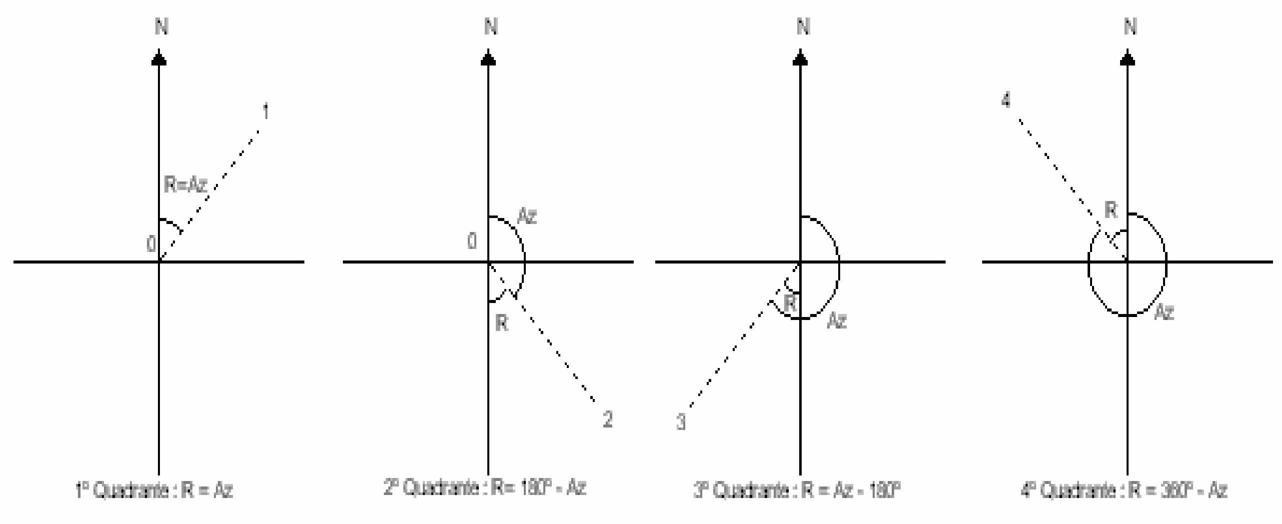



azimutes serão verdadeiros e quando referenciados ao meridiano magnéticos, serão rumos e azimutes magnéticos .

Para a conversão de um caso em outro, basta que se conheça a declinação magnética.

**5.3 Conversão de rumos em azimutes e vice-versa:**

Sempre será útil, quer para os trabalhos de campo como para cálculos e desenho, a conversão do valor de um rumo em seu correspondente azimute ou vice-versa.




**5.4 Atualização de rumos :**

Atualizar um rumo é reproduzir na época atual a demarcação de um alinhamento já demarcado, em época anterior, mas cujos vestígios se perderam ou se tornaram confusos.

Os alinhamentos levantados no campo e posteriormente desenhados na planta são caracterizados ou medidos em relação ao norte magnético, já que a bússola assim indica. Como o NM varia e consequentemente a declinação também, de acordo com o lugar e tempo, evidentemente um rumo magnético obtido para um alinhamento em determinada época, diferirá do rumo magnético do mesmo alinhamento medido em outra ocasião.

Sendo o alinhamento imutável, o que irá variar será o rumo ou o azimute magnético.

Frequentemente surgem problemas de verificação, retificação ou demarcação de uma propriedade, cuja planta foi confeccionada anos atrás e os alinhamentos têm seus marcos perdidos ou se têm dúvidas.

Três são os casos que podem surgir, na prática, para atualização, a saber:

**a) A planta ou o memorial descritivo apresenta os rumos verdadeiros dos alinhamentos:**

Como os rumos são imutáveis, para aviventar basta que se determine no local a direção do meridiano verdadeiro e em função deste, assinalar os pontos indicados pelos ângulos registrados no título de propriedade.

Outra solução é, conhecendo-se ou determinando-se o valor da declinação do local na ocasião da atualização, locar os pontos em função dos rumos magnéticos atuais, convertendo os rumos verdadeiros em magnéticos. Não há necessidade de se determinar o valor da variação da declinação. Por exemplo, o rumo verdadeiro de um alinhamento levantado em 1940 era 30º20′ NE. Sabendo-se que a declinação local na época atual é 13º15′ W, o rumo magnético atual será: 30º20′ + 13º15′ = 43º35′ NE.

**b) A planta ou o memorial apresenta os rumos magnéticos dos alinhamentos e também o valor da declinação local na época do levantamento:**

Para se determinar o rumo magnético atual será necessário conhecer o valor da declinação atual. Por diferença entre os dois dados de declinação magnética, tem-se a variação da mesma durante o espaço de tempo decorrido entre o levantamento e a atualização. Exemplo : o rumo magnético de um alinhamento levantado em 1960 era 62º10′SE, quando a declinação magnética local era 12º25′E e atualmente, ao determiná-la, é de 14º11′E.

A variação foi de 14º11′E - 12º25′E = 1º46′, crescendo no sentido este.

E o rumo magnético atual será 62º10′ + 1º46′ = 63º56′SE.

Como não se conhece a declinação da época do levantamento, a solução é recorrer-se à variação média anual da declinação. Esta pode ser obtida por uma carta isogônica-isopórica ou, se possível, obtendo-se dados do local que permitam calcular essa variação; esses dados referem-se a plantas de levantamentos realizados na região e que forneçam os valores da declinação em épocas diferentes, obtendo-se por interpolação, a variação média anual. Exemplo: o rumo magnético de um alinhamento levantado em 1950 era 18º40′SW. Informações locais indicam que a declinação magnética local em 1945 era 10º30′W e em 1952 era 11º26′W.

A variação média anual será a diferença~entre os dois valores conhecidos da declinação dividido pelo espaço de tempo decorrido, ou seja :

1952 1945 = 7 anos

11º26′_____10º30′ = 10º86′ - 10º30′ = 0º56′

variação média = 56′/7 = 8′W por ano

O tempo entre a época do levantamento (1950) e a época da aviventação (1973) é igual a 23 anos, donde a variação total havida foi de :

23 x 8 = 184 = 3º04′W

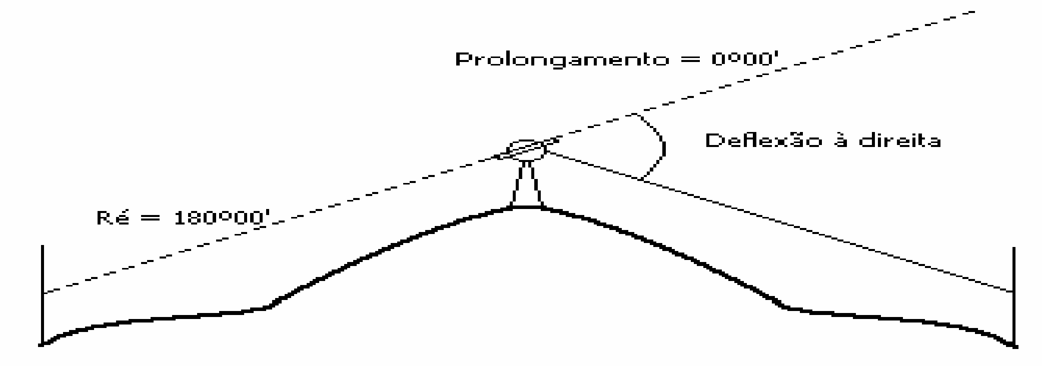
O rumo magnético atual será: 18º40′ + 2º41′ = 20º81′

Outra maneira, como já foi dito seria basear-se na variação anual dada pelas isopóricas e outra solução ainda, seria calcular o valor da declinação da época do levantamento com informações como no exemplo dado e determinar o valor atual da declinação; pela diferença obtém-se o valor da variação da declinação no local.

### 5.5 Posição da luneta para a medição de deflexões

A nível de cálculo é importante saber como valor da deflexão foi obtido em campo, pode ter sido:

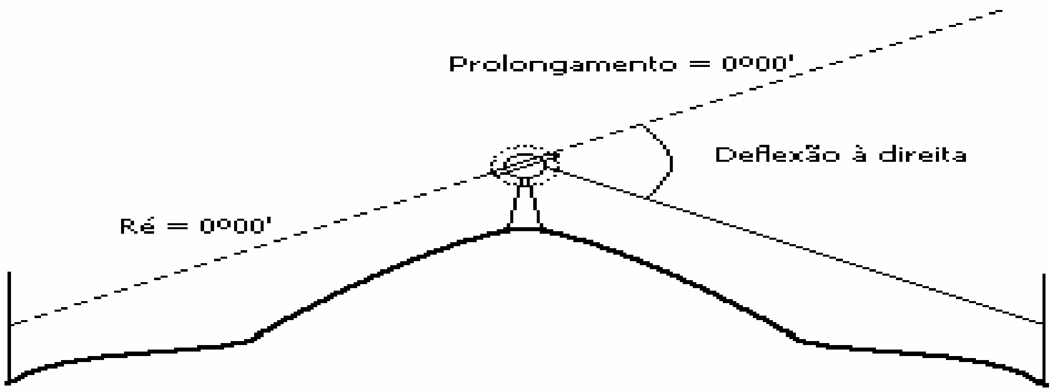
**a) Com a luneta na posição normal**:



Ao invés de se ajustar a zero o círculo horizontal, coloca-se 180º coincidindo com o 0º do Vernier; mantém-se o círculo preso e dirige-se a luneta para o ponto de ré; automaticamente, o prolongamento do alinhamento marcará 0º00′ bastando então soltar o círculo e efetuar a visada de vante.

**b) Com inversão da luneta:**

Ajustar a zero o círculo horizontal e inverter a posição da luneta; dirigir nessa posição e com o círculo preso, a luneta para o ponto de ré; ao fazê-la voltar ao normal, ficará apontando para o prolongamento do alinhamento e marcando 0º00′; soltar o círculo e visar vante.




**6.0 ERROS :**

**6.1 Nas Medições Diretas :**

Aqui as medições são feitas duplamente (ida e volta), mas qualquer discrepância encontrada entre medições feitas sob condições similares, não revela nenhum erro sistemático. As medições duplas servem para detectar enganos, frequentemente cometidos. Em condições médias, para a medição direta, um trabalho razoável é representado pela relação 1/2000 ou 1/1000 para levantamentos expeditos.

As principais fontes de erro nas medições diretas são as seguintes:

**a) comprimento incorreto do diastímetro:**

O comprimento de uma trena de aço varia com as condições de temperatura, tração e flexão; portanto um diastímetro é dito de comprimento correto somente sob determinadas condições. Isto produz um erro sistemático que pode ser praticamente anulado, aplicando-se correções.

**c) Diastímetro não na horizontal :**

Frequentemente, um declive engana o operador e a tendência é segurar a corrente, na parte mais baixa do declive, em posição mais baixa. Em trabalhos comuns, esta é uma das maiores fontes de erros. Será um erro acumulativo, para mais.

**c) Alinhamento incorreto** :

O operador cravando as fichas ora de um lado, ora de outro do alinhamento correto, causam erros provenientes da má orientação do auxiliar de ré. Isto produz um erro sistemático variável, que poderá ser reduzido pelo cuidado nas operações. Resultam valores maiores e portanto são erros positivos.

**d) Inclinação das balizas** :

Se, por falta de cuidado, o auxiliar inclina a baliza, ao invés de mantê-la na vertical, o diastímetro estará medindo um valor maior ou menor, conforme a inclinação da baliza.

**e) Catenária :**

É um erro que ocorre sempre que o diastímetro for suportado pelas extremidades; devido ao peso próprio da corrente, faz que surja uma curvatura ao invés de se medir em reta, ficando a distância horizontal entre os pontos menor do que usando a corrente estivesse inteiramente suportada ou colocada sobre o solo. A flecha formada ou catenária pode ser diminuída, aplicando-se tensões mais fortes.

## 6.2 Nas Medições Indiretas

Enquanto na medição direta de distâncias, a maioria dos erros é sistemática, e por isto a precisão de tais levantamentos varia diretamente com a distância, nas medições indiretas, por estadimetria, a precisão dependerá dos erros cometidos nas leituras dos ângulos horizontais e verticais e nas leituras dos retículos. Como os erros provenientes da leitura de ângulos são acidentais, o erro principal cometido é na observação dos retículos interceptando a mira, que também é um erro acidental, supondo a mira mantida na posição vertical. Assim, é de se esperar que os erros variem com a raiz quadrada da distância, o que é uma das mais importantes vantagens que a estadimetria apresenta sobre a medição direta.

## 6.3 Nos Ângulos de fechamento

**a) Determinação :**

O erro pode ser determinado, logo no final do levantamento no campo, por duas maneiras:

- **por diferença entre azimutes**:

Tomando-se por base o azimute inicial MP-1 (de saída), que foi lido no círculo horizontal e comparando com o azimute final MP-1 ( de chegada) que foi calculado em função das sucessivas deflexões e azimutes dos alinhamentos anteriores, tem-se por diferença, o erro angular de fechamento. Pelos dados da planilha, observa-se que o valor de MP-1 (de saída) é 305º16’ e no final obteve-se por cálculo o valor de 305º21’ para o mesmo alinhamento MP-1. Donde, o erro angular de fechamento será:

e.a.f = 305º21' – 305º16' = 0º05' por excesso, o qual deverá ser anulado pela compensação .

**OBS.**: É bom lembrar que o primeiro azimute é lido, e os outros serão calculados, como já vimos antes no tópico : ***Azimutes lidos e calculados.***

- **pelas deflexões** :

Como a poligonal é fechada, evidentemente, deveria "fechar" com 0º ou 360º. E como tem-se deflexões á direita e á esquerda, a diferença entre os somatórios das duas colunas de deflexões deveria teoricamente ser igual a 0º ou 360º. A diferença para mais ou para menos de 360º, será o erro angular de fechamento, que logicamente será igual ao valor encontrado pelas diferenças de azimutes do alinhamento MP - 1. Assim, o erro angular será :

Σdeflexão direita = 404º25'

Σdeflexão esquerda = 44º20'

360º05' – 360º = 0º05' (erro angular de fechamento)

**b) Limite do erro - tolerável**:

O erro angular de fechamento encontrado ao final do levantamento será comparado com o erro máximo permissível, que será função do número de estações ou vértice do polígono. Os diversos autores não são unânimes quanto ao valor deste limite, que é baseado na lei da propagação dos erros; entretanto, a maioria deles recomenda que o limite de tolerância $\sqrt{N}$ ou até o dobro desse valor, sendo N o número de estações do aparelho usadas no levantamento e o erro será expresso em minutos. Assim, poder-se-ia dizer que o valor do erro angular estando dentro desses limites indicariam:

$\sqrt{N}$ = índice de um bom trabalho

2* $\sqrt{N}$ = índice de um trabalho aceitável

Acima desses limites os trabalhos não devem ser aceitos.

Na planilha utilizada como exemplo, o erro angular de fechamento sendo de 0º05' e N = 12 estações, o limite máximo seria $2 * \sqrt{12}$ = 2 x 3,5 = 7, portanto se enquadrando o erro angular de fechamento dentro do máximo permissível.

O erro angular de fechamento, dependendo do cuidado do operador é relativamente fácil de se encaixar dentro dos limites preconizados, pois os instrumentos vêm sendo sucessivamente aperfeiçoados na parte ótica, aumentando a precisão e a aproximação dos mesmos. Entretanto, a bibliografia mostra que o erro angular de fechamento não dá total segurança quanto ao julgamento de um levantamento. O valor encontrado é simplesmente um resíduo dos erros acidentais, pois podem ocorrer as compensações naturais durante o trabalho; assim errando-se um ângulo num sentido, esse erro poderá ser total ou parcialmente anulado pelo erro seguinte cometido em direção oposta. Na verdade, houve um erro duplo, mas nos cálculos desaparecerá pela compensação natural. Embora não seja um índice rígido quanto á qualidade de um trabalho, é uma das maneiras com que se depara para tal julgamento e, portanto terá que ser levado em conta. O que se pode afirmar é que, estando o erro angular dentro dos limites preconizados, provavelmente o trabalho foi bem executado, mas não garantidamente. Já ao contrário, estando o erro angular de fechamento acima dos limites, garantidamente foi um mau trabalho, pois além das compensações naturais houve um excesso de resíduo dos erros acidentais.

**c) compensação do erro angular de fechamento**:

O erro angular estando dentro do limite de tolerância deverá ser anulado, para que a planta "feche" nos ângulos. E isto é feito pela compensação, que será positiva quando erro é por falta e negativa quando por excesso. Teoricamente, o ideal seria distribuir equitativamente o erro por todos os vértices, pois provavelmente errou-se em todas as visadas. Mas na prática isto seria supérfluo e desnecessário pois ter-se-ia que trabalhar com segundos, o que não é feito em trabalhos de rotina, no campo. Como o valor do erro aparece no final (MP – 1 de chegada), isto não significa que o erro foi cometido nesse alinhamento final, mas sim que veio se acumulando desde o início e refletindo no final. Sendo os azimutes calculados em função das deflexões, o erro cometido num alinhamento irá se propagar por todos os alinhamentos subsequentes. Assim sendo, o erro que aparece no final é resultado do erro cometido nesse alinhamento mais os erros dos alinhamentos anteriores que foram se acumulando. Consequentemente, será mais racional que a anulação do erro seja feita na planilha de baixo par cima, decrescendo, isto é, no último alinhamento adiciona-se ou retira-se o tatal do erro, no penúltimo o total menos um minuto e assim por diante, como se observa na continuação da planilha tomada como exemplo:

| **Alinhamento** | **Azim. Calculado** | **( - )** | **Azim. Calc. Comp** |
|---|---|---|---|
| MP – 1 | 305º16’ | - | 305º16’ |
| 1 –2 | 25º19’ | - | 25º19’ |
| 2 –3 | 357º50’ | - | 357º50’ |
| 3 – 4 | 65º50’ | - | 65º50’ |
| 4 – 5 | 48º59’ | - | 48º59’ |
| 5 – 6 | 83º23’ | - | 83º23’ |
| 6 – 7 | 171º55’ | - | 171º55’ |
| 7 – 8 | 176º16’ | 1 | 176º15’ |
| 8 – 9 | 179º55’ | 2 | 179º53’ |
| 9 –10 | 180º22’ | 3 | 180º19’ |
| 10 –MP | 225º33’ | 4 | 225º29’ |
| MP - 1 | 305º21’ | 5 | 305º16’ |

Outra maneira de se compensar o erro seria semelhante à anterior, mas abragendo um maior número de alinhamentos, sem alterar o valor de MP – 1 inicial, como mostra o exemplo a seguir. Pode-se usar uma maneira ou outra, indiferentemente.

| Alinhamento | Azim. Calculado | ( - ) | Azim. Calc. Comp |
|---|---|---|---|
| MP – 1 | 305º16’ | - | 305º16’ |
| 1 –2 | 25º19’ | 1 | 25º18’ |
| 2 –3 | 357º50’ | 1 | 357º49’ |
| 3 – 4 | 65º50’ | 2 | 65º48’ |
| 4 – 5 | 48º59’ | 2 | 48º57’ |
| 5 – 6 | 83º23’ | 3 | 83º20’ |
| 6 – 7 | 171º55’ | 3 | 171º52’ |
| 7 – 8 | 176º16’ | 4 | 176º12’ |
| 8 – 9 | 179º55’ | 4 | 179º51’ |
| 9 –10 | 180º22’ | 5 | 180º17’ |
| 10 –MP | 225º33’ | 5 | 225º28’ |
| MP - 1 | 305º21’ | 5 | 305º16’ |

A coluna de azimutes calculados compensados será preenchida pelos valores corrigidos dos azimutes, quando então o polígono se “fechará”, pela eliminação do erro angular de fechamento.

## 6.4 Erro linear de fechamento

Para a determinação do erro linear, necessário será a transformação dos dados em coordenadas, trabalhando-se com um sistema de eixo ortogonais. São as chamadas coordenadas retangulares ou cartezianas. E as mesmas serão úteis também par o desenho da planta topográfica, bem como para o cálculo analítico da área da poligonal de base.

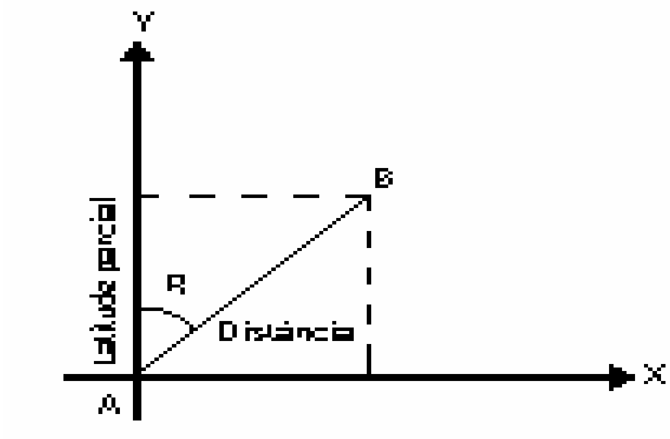
Os eixos coordenados são constituídos de um *meridiano de referência* que pode ser verdadeiro, magnético ou assumido, chamado de eixo das ordenadas ou eixos dos “Y”, dando a direção N-S é um *paralelo de referência,* situado perpendicularmente ao meridiano, dando a direção E-W e chamado de eixo das abscissas ou eixo dos “X”.

Ordenada de um ponto é a distância desse ponto ao paralelo de referência, medida portanto no sentido N-S no eixo dos “Y”, podendo ser positiva quando na direção norte ou negativa na direção sul.

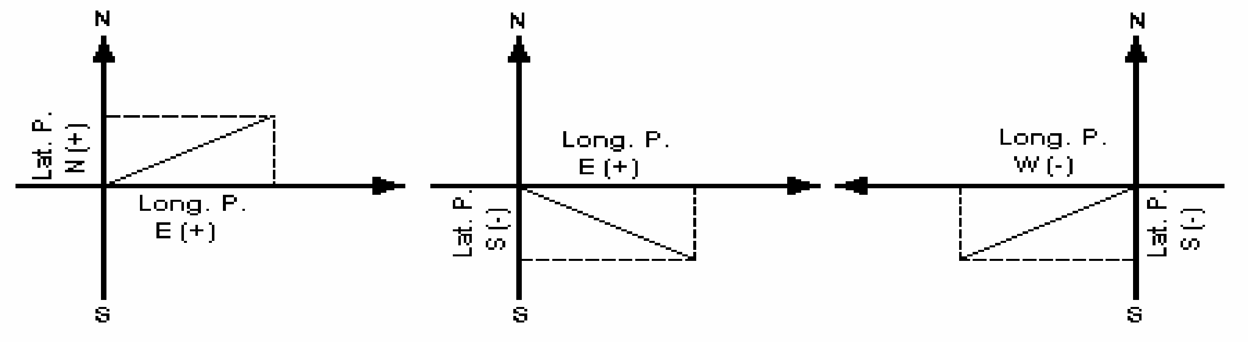
Abscissa de um ponto é a distância desse ponto ao meridiano de referência medida no sentido E-W, no eixo dos “X”, podendo ser positiva quando na direção este ou negativa na direção oeste.

Em outras palavras, ordenada ou latitude de um ponto é a projeção do ponto no eixo dos “Y” e será positiva (N) ou negativa (S); abscissa ou longitude será a projeção do ponto no eixo dos “X”, podendo ser E (+) ou W (-).

**a) Coordenadas parciais ou relativas**



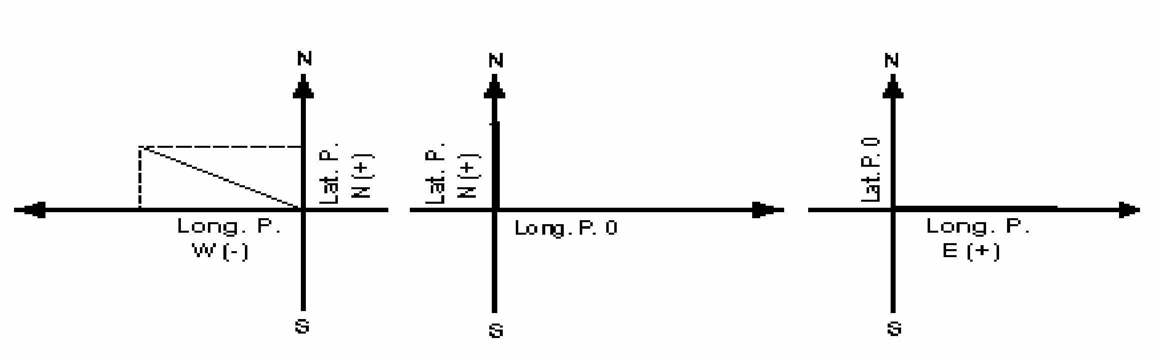

Convertendo-se os azimutes calculados compensados em rumos e tendo-se o seno e o cosseno do rumo de cada alinhamento, o produto desses valores pela respectiva distância dará a projeção ( longitude ou latitude) de cada alinhamento.




No triângulo formado, tem-se que :

Sen rumo = cateto oposto / hipotenusa = longitude / distância, donde,

**Longitude parcial = distância x sen rumo**




Cos rumo = cateto adjacente / hipotenusa = latitude / distância , donde,

**Latitude parcial = distância x cos rumo**

Essas projeções são chamadas coordenadas parciais, porque são contadas à partir da origem do próprio alinhamento; equivale a transportar a origem do sistema de eixos para cada vértice do polígono. Como as longitudes poderão ser E (+) ou W (-) e as latitudes N (+) ou S (-), ao se multiplicar a distância do alinhamento pelo seno do rumo, tem-se a longitude parcial, cujo valor será anotado ou na coluna E ou na coluna W, de acordo com o quadrante do rumo; igualmente, o produto da distância pelo cosseno do rumo dará a latitude parcial, a ser lançada na coluna N ou na S, dependendo também do quadrante do rumo.

Dando continuidade ao exemplo, a planilha será acrescida agora das colunas necessárias para o cálculo das coordenadas parciais, incluídos os espaços reservados à compensação do erro linear.

Exemplo:

| Alinh. | Dist. | Azim. Comp. | Rumos | Seno | cos | E ( +) | W ( - ) | N (+ ) | S ( - ) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| MP – 1 | 193,81 | 305º16' | 54º44'NW | 0,8165 | 0,5774 | | 158,25 | 111,91 | |
| 1 – 2 | 210,94 | 25º18' | 25º18' NE | 0,4274 | 0,9041 | 90,16 | | 190,71 | |
| 2 - 3 | 111,89 | 357º49' | 2º11'NW | 0,0381 | 0,9993 | | 4,26 | 111,81 | |
| 3 - 4 | 76,62 | 65º48' | 65º48' NE | 0,9121 | 0,4099 | 69,89 | | 31,41 | |
| 4 - 5 | 17,58 | 48º57' | 48º57' NE | 0,7541 | 0,6567 | 13,26 | | 11,54 | |
| 5 - 6 | 22,82 | 83º20' | 83º20' NE | 0,9932 | 0,1161 | 22,66 | | 2,65 | |
| 6 - 7 | 65,67 | 171º52' | 8º08' SE | 0,1415 | 0,9899 | 9,29 | | | 65,01 |
| 7 - 8 | 114,54 | 176º12' | 3º48' SE | 0,0663 | 0,9978 | 7,59 | | | 114,29 |
| 8 - 9 | 133,46 | 179º51' | 0º09' SE | 0,0026 | 1,0000 | 0,35 | | | 133,46 |
| 9 - 10 | 97,71 | 160º17' | 0º17'SW | 0,0049 | 1,0000 | | 0,48 | | 97,71 |
| 10 - MP | 69,87 | 225º28' | 45º28'SW | 0,7128 | 0,7013 | | 49,8 | | 49 |
| Perímetro = 1.114,91 m | | | | | | 213,20 | 212,79 | 460,03 | 459,47 |

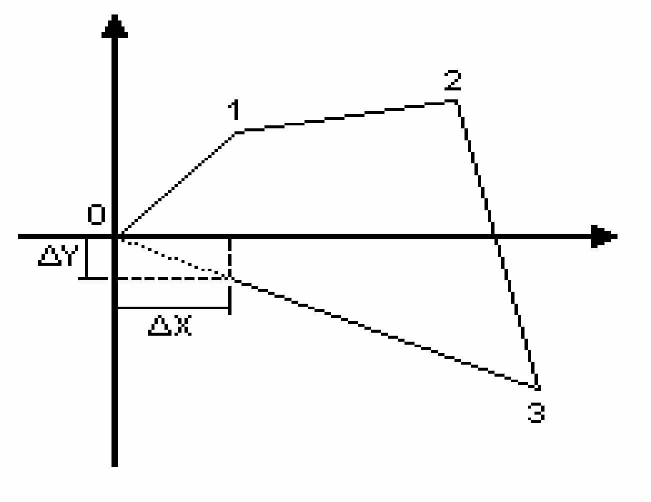
**b) Determinação do erro linear de fechamento**

Uma vez determinado e distribuído o erro angular de fechamento, considera-se a poligonal “fechada” em termos angulares. Resta determinar o valor do erro linear de fechamento, compará-lo com seu respectivo limite de tolerância e caso seja inferior a este, efetua-se a compensação do erro linear.

Como a soma algébrica das projeções dos lados de um polígono sobre um sistema de eixos ortogonais deve ser nula, é óbvio que a soma das longitudes parciais este (E) deverá ser igual a soma das longitudes parciais oeste (W), o mesmo ocorrendo para as latitudes, onde deverão ser iguais as somas norte (N) e sul (S). Se não houvesse erro linear, como iniciou-se o caminhamento em um ponto e retornou-se a ele, o trajeto percorrido ou as projeções, têm o mesmo valor, mas em sentido contrário, ficando o comprimento de uma direção anulado pelo comprimento da outra. Entretanto, devido aos erros nas medições de campo, isto não acontece; havendo erro de fechamento, este será refletido pelas diferenças entre as direções E e W para as longitudes e entre N e S para as latitudes. O erro linear é proveniente das imprecisões de leituras da mira e também pelos erros nas leituras dos ângulos;

embora o erro angular já tenha sido anulado pela compensação, as distâncias ficarão afetadas, pois o erro de campo ainda persiste e provoca distorção nos alinhamentos.

Então, confrontando-se a soma das colunas das coordenadas parciais, tem-se:




$\Sigma$ E - $\Sigma$ W = $\Delta$X = erro de longitude

$\Sigma$ N - $\Sigma$ S = $\Delta$Y = erro de latitude

Estes dois erros é que compões o erro linear existente.

No exemplo, a planilha apresenta os seguintes totais para as colunas de coordenadas parciais:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\Sigma$ E | = | 213,20 | $\Sigma$ N | = | 460,03 |
| $\Sigma$ W | = | <u>212,79</u> | $\Sigma$ S | = | <u>459,47</u> |
| $\Delta$X | = | 0,41 | $\Delta$Y | = | 0,56 |

E o erro linear será:

$$E = \sqrt{0{,}41^2 + 0{,}56^2} = \sqrt{0{,}17 + 0{,}31} = \sqrt{0{,}48} = 0{,}69m$$

Entretanto, o valor encontrado para o erro linear (E) por si só pouco representa; necessário será compará-lo com outra grandeza, estabelecendo termos de proporcionalidade e esta grandeza é o perímetro (P) do polígono levantado. Então:

$$e = \frac{E}{P}$$

Onde e = erro linear de fechamento.

Costuma-se expressar o valor de e em termos de % , donde :

$$e = \frac{E}{P} \times 1000$$

que na planilha será :

$$e = \frac{0{,}69 \times 1000}{1.114{,}91} = 0{,}62\%$$

**c) Limite de tolerância do erro linear de fechamento:**

Da mesma forma que ocorre para o erro angular, existe o erro máximo permissível para as distâncias, com as mesmas discrepâncias entre os diversos autores. Na prática, podem-se estabelecer os limites para o erro linear de fechamento como sendo:

1/1.000 = índice de um bom trabalho e,

2/1.000 = índice de um trabalho aceitável.

Assim, para cada 1.000m de perímetro, tolera-se um erro de 1 a 2 metros.

As mesmas restrições que foram feitas para o erro angular quanto ao julgamento de um trabalho, são válidas para o erro linear de fechamento, já que ao determiná-lo apenas aparece o resíduo dos erros acidentais, excluídas, portanto as compensações naturais que podem ter ocorrido no campo.

Assim, um trabalho cujo erro linear de fechamento esteve abaixo dos limites preconizados, indica que provavelmente o levantamento foi bem feito, mas não garantidamente. Por outro lado, toda vez que ultrapassar os referidos limites, garantidamente não foi um bom trabalho de campo.

**d) Compensação do erro linear de fechamento:**

Estando o erro linear dentro do limite pré-estabelecido, efetua-se a compensação, distribuindo-o proporcionalmente pelos comprimentos dos lados dos polígonos. Duas são as maneiras de se compensar:

- **proporcional às coordenadas** :

Se na direção E-W foi encontrado um erro longitude $\Delta X$, e na direção N-S um erro de latitude $\Delta Y$, a distribuição será feita proporcionalmente em cada direção. Como o erro $\Delta X$ foi encontrado no percurso Leste-oeste, esse erro corresponderá ao total das colunas E e W; o mesmo ocorre para o erro $\Delta Y$ em relação à soma N e S. Então, para cada coordenada faz-se a distribuição proporcionalmente ao comprimento da mesma. Como a soma das colunas E e W deveriam ser iguais, o mesmo acontecendo para as colunas, duas a duas. Isto equivale a repartir o erro de longitude ($\Delta X$) entre E e W e o erro de latitude ($\Delta Y$) entre N e S, somando-se metade do erro à coluna de menor soma e subtraindo-se a outra metade da coluna de maior soma. Para cada coordenada haveria uma correção (c) a ser adicionada ou subtraída e proporcional ao seu comprimento.

| Para as longitudes: | Para as latitudes: |
|---|---|
| $\Sigma E + \Sigma W \rightarrow \Delta X$ | $\Sigma N - \Sigma S \rightarrow \Delta Y$ |
| Longitude $\rightarrow$ c | Latitude $\rightarrow$ c |

Tomando-se o alinhamento MP-1 da planilha, como exemplo, a compensação a ser efetuada seria:

<u>Para Longitude :</u>

$$\Sigma E + \Sigma W = 213{,}20 + 212{,}79 = 425{,}99 \text{ m}$$

425,99 ______$\Delta X$ = 0,41

158,25 ______c

c = 0,15 m = 15 cm

longitude corrigida = 158,25 + 0,15 = 158,40 m

<u>Para Latitude :</u>

$\Sigma$ N + $\Sigma$ S = 460,03 + 459,47 = 919,50 m

919,50 __________$\Delta Y$ = 0,56

111,91 __________ c’

c’ = 0,07 m = 7 cm

latitude corrigida = 111,91 – 0,07 = 111,84 cm

E assim seriam feitas as correções para todos os alinhamentos.

Na prática a compensação é facilitada, organizando-se tabelas de correções para as longitudes e para as latitudes, fazendo-se aproximações dos centímetros a serem compensados, bem como dos comprimentos das coordenadas. Como a soma das compensações efetuadas nas longitudes (E e W) deverá ser igual ao erro de longitude ($\Delta X$), pode ocorrer que devido à essas aproximações não se obtenha exatamente o valor do erro a ser distribuído; poderá haver uma pequena diferença e então faz-se um ajuste, eliminando-se essa diferença por falta ou por excesso, no alinhamento de coordenada de maior comprimento. O mesmo se faz para as latitudes. No presente exemplo, as tabelas de correções seriam:

Para Longitude :

$\Sigma$ E + $\Sigma$ W = 426,00 m

em 426,00 _______ 41 cm de erro

para cada 10 m ______c

c = 0,96 cm

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 m | - | 0,96 cm | = | 1 cm | 60 m | - | 5,76 cm | = | 6 cm |
| 20 m | - | 1,92 cm | = | 2 cm | 70 m | - | 6,72 cm | = | 7 cm |
| 30 m | - | 2,88 cm | = | 3 cm | 80 m | - | 7,68 cm | = | 8 cm |
| 40 m | - | 3,84 cm | = | 4 cm | 90 m | - | 8,64 cm | = | 9 cm |
| 50 m | - | 4,80 cm | = | 5 cm | 100m | - | 9,60 cm | = | 10cm |

Ainda tomando o alinhamento MP-1 como exemplo, de longitude = 158,25 = 160,00 m, a compensação seria feita adicionando-se 16 cm, por ser oeste (de menor soma), resultantes de 10 cm correspondentes a 100 m e 6 cm a 60m, de acordo com a tabela. A longitude parcial compensada seria : 155,25 + 158,41 m.

Para Latitude :

$\Sigma$ N + $\Sigma$ S = 919,50 = 920,00 m

em 920 m _______ 56 cm de erro

para cada 10 m ___ c'

c' = 0,60 cm

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 m | - | 0,60 cm | = | 1 cm | 60 m | - | 3,60 cm | = | 4 cm |
| 20 m | - | 1,20 cm | = | 1 cm | 70 m | - | 4,20 cm | = | 4 cm |
| 30 m | - | 1,80 cm | = | 2 cm | 80 m | - | 4,80 cm | = | 5 cm |
| 40 m | - | 2,40 cm | = | 2 cm | 90 m | - | 5,40 cm | = | 5 cm |
| 50 m | - | 3,00 cm | = | 3 cm | 100m | - | 6,00 cm | = | 6 cm |

Para o alinhamento MP-1, a latitude será = 110,00m, correspondendo a tomar 6 cm para 100m e 1 cm para 10m, totalizando 11 cm de compensação, negativa, já que a latitude é norte, a coluna de maior soma. A latitude parcial compensada seria: 111,91 – 0,07 = 111,84 m.

Eliminando-se dessa forma o erro linear, distribuído pelos alinhamentos, a planilha prossegue pela adição de mais quatro colunas, compostas dos valores corrigidos das longitudes e das latitudes. São as coordenadas parciais compensadas, as quais quando efetuadas as somas terão que apresentar totais iguais para as colunas E e W, o mesmo ocorrendo em relação às colunas N e S.

A esta altura, com os dados corrigidos, a poligonal se “fechará” totalmente e a planilha ficará:

Exemplo (continuação):

| | | Longitudes Parciais | | | | Latitudes Parciais | | | | Long. Compensada | | Lat. Compensada | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Alinh. | Dist. | E (+) | (-) | W (-) | (+) | N (+) | (-) | S (-) | (+) | E (+) | W (-) | N (+ ) | S (-) |
| MP - 1 | 193,81 | | | 158,25 | 16 | 111,91 | 7 | | | | 158,41 | 111,84 | |
| 1_2 | 210,94 | 90,16 | 9 | | | 190,71 | 12 | | | 90,07 | | 190,59 | |
| 2_3 | 111,89 | | | 4,26 | | 111,81 | 7 | | | | 4,26 | 111,74 | |
| 3_4 | 76,62 | 69,89 | 7 | | | 31,41 | 2 | | | 69,82 | | 31,39 | |
| 4_5 | 17,58 | 13,26 | 1 | | | 11,54 | | | | 13,25 | | 11,54 | |
| 5_6 | 22,82 | 22,66 | 2 | | | 2,65 | | | | 22,64 | | 2,65 | |
| 6_7 | 65,67 | 9,29 | 1 | | | | | 65,01 | 4 | 9,28 | | | 65,06 |
| 7_8 | 114,54 | 7,59 | | | | | | 114,29 | 7 | 7,59 | | | 114,36 |
| 8_9 | 133,46 | 0,35 | | | | | | 133,46 | 8 | 0,35 | | | 133,54 |
| 9_10 | 97,71 | | | 0,48 | | | | 97,71 | 6 | | 0,48 | | 97,77 |
| 10_MP | 69,87 | | | 49,80 | 5 | | | 49,00 | 3 | | 49,85 | | 49,03 |
| P = 1.114,91 m | | 213,20 | 20 | 212,79 | 21 | 460,03 | 28 | 459,47 | 28 | 213,00 | 213,00 | 459,75 | 459,75 |

- **proporcional às distâncias:** ao invés de se compensar proporcionalmente às coordenadas, pode-se efetuar a compensação proporcional às distâncias relacionando os valores de $\Delta$X e de $\Delta$Y com o perímetro (P) do polígono. A correção (c) para cada distância (D) será :

• <u>Para Longitude:</u>

em P houve um erro_$\Delta$X, para cada distância D haverá uma correção c :

$$\frac{\Delta x}{p} = \frac{c}{D}$$

$$c = \frac{\Delta x}{p} \times D$$

Reportando-se ao alinhamento MP-1 como exemplo, cuja distância é 193,81 m ≈194,00 e sendo o perímetro P = 1.114,91 ≈ 1.115,00 m, a correção a ser feita seria:

$$c = \frac{41cm}{1.115m} \times 194m \approx 7cm = 0{,}07m$$

A longitude parcial compensada seria = 158,25 + 0,07 = 158,32 m

• Para Latitude:

P_____ΔY
D____ c’

$$c' = \frac{\Delta y}{p} \times D$$

$$c' = \frac{56cm}{1.115m} \times 194m \approx 10m$$

A latitude parcial compensada seria = 111,91 – 0,10 = 111,81 m.

**e) Rumo e distância de um alinhamento omitido:**

Quando, por qualquer razão, um dos alinhamentos não apresenta seu rumo nem sua distância nas anotações, não haveria possibilidade de se determinar suas coordenadas parciais.

No caso, as coordenadas parciais serão obtidas de uma forma indireta, baseada nas relações entre as longitudes (E e W) e entre as latitudes (N e S).

Admitindo-se que não houvesse erro linear num levantamento, evidentemente a soma da coluna este (E) deveria ser igual à soma da coluna oeste (W), para as longitudes parciais e também deveriam ser iguais as colunas norte (N) e sul (S) para as latitudes parciais.

$$\Sigma E = \Sigma W$$

$$\Sigma N = \Sigma S$$

Quando não se têm as coordenadas parciais de um alinhamento, logicamente essas somas não se equivaleriam, já que faltam as respectivas longitudes e latitude.

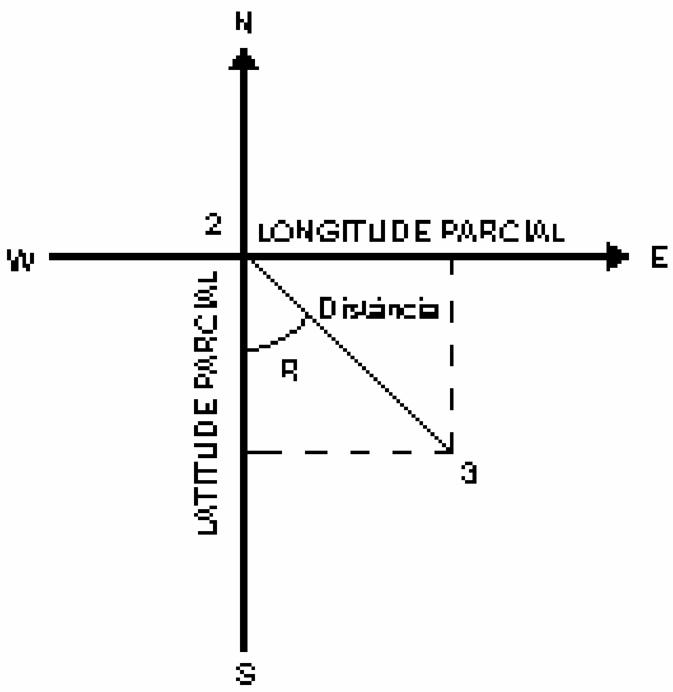
A diferença encontrada ao se somar E e W, será o valor da longitude parcial do alinhamento omitido; e a diferença entre as somas N e S será igual à sua latitude parcial.

$$\Sigma E - \Sigma W = \Delta X = \text{longitude parcial}$$

$$\Sigma N - \Sigma S = \Delta Y = \text{latitude parcial}$$

Como as somas terão que ser iguais, os valores encontrados para $\Delta X$ e para $\Delta Y$ deverão ser colocados na coluna de longitude que apresente menor soma e na coluna de latitude de menor soma.

Uma vez conhecidas as coordenadas parciais do elemento omitido, podem ser calculados seu rumo e sua distância.



No triângulo retângulo formado, são conhecidos os catetos (longitude e latitude), donde:

$$tgrumo = \frac{longitude\ \ parcial}{latitude\ \ parcial}$$

E o valor do rumo será dado pelo arco cuja tangente foi obtida acima.

O quadrante do rumo será função do sentido das coordenadas parciais do alinhamento omitido; se o valor $\Delta X$ será colocado na coluna W e o valor $\Delta Y$ na coluna S ( colunas de menores somas), evidentemente o alinhamento situar-se-á no quadrante SW.

Para o cálculo da distância, observando-se o mesmo triângulo, tem-se que:

$$(\text{distância})^2 = (\text{longitude})^2 + (\text{latitude})^2 \ ,$$

onde :

$$D = \sqrt{longitude^2 + latitude^2}$$

Exemplo 2:

| Alinh. | E | W | N | S |
|---|---|---|---|---|
| MP – 1 | 50,00 | | 10,00 | |
| 1 – 2 | 20,00 | | 20,00 | |
| 2 – 3 | ? | ? | ? | ? |
| 3 – MP | | 80,00 | 30,00 | |
| | 70,00 | 80,00 | 60,00 | 0,00 |

$\Sigma$ E - $\Sigma$ W = 10,00

$\Sigma$ N - $\Sigma$ S = 60,00

Long.parcial 2-3 = 10,00
E

Latit. Parcial 2-3 = 60,00
S

$$tgR = \frac{10,00}{60,00} = 0,1666$$

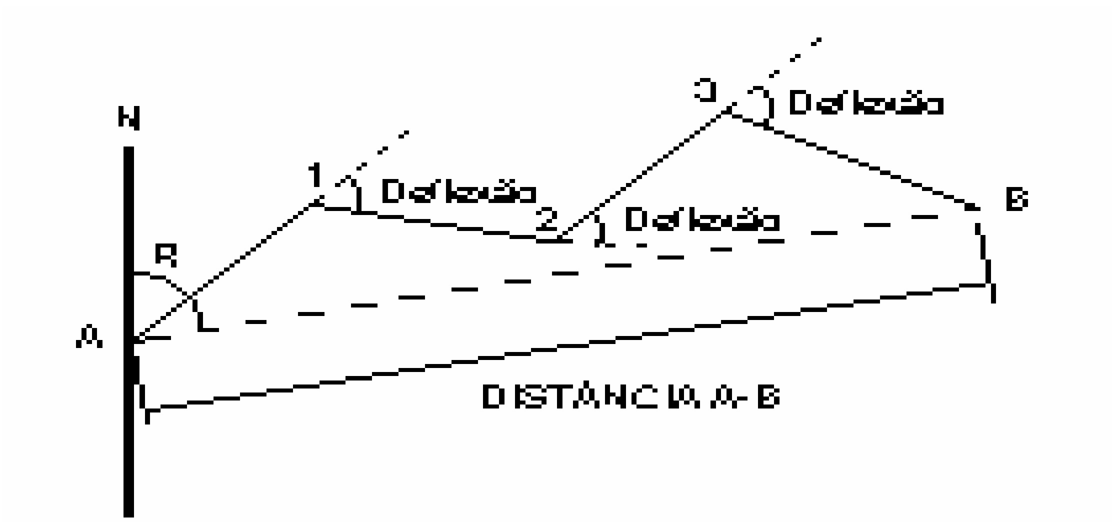
Arc tg 0,1666 = 9º26’

R = 9º26’ SE

$$D = \sqrt{10^2 + 60^2} = \sqrt{3700}$$

$$D = 61{,}00m$$

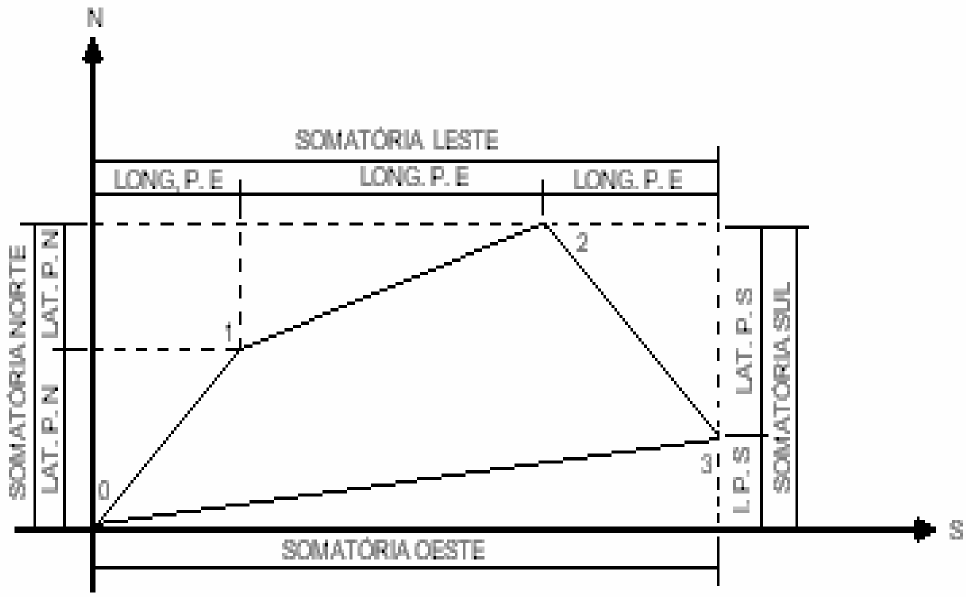
Aplicação prática: quando se quer obter a distância e o rumo de um alinhamento formado por dois pontos não inter-visíveis, inicia-se o levantamento a partir do ponto inicial, fazendo-se uma poligonal até que se aproxime do ponto final. Forma-se uma poligonal aberta, que será “fechada” por cálculo do alinhamento omitido.




**f) Coordenadas totais ou absolutas**

Quando mantém-se o sistema de eixos fixo, fazendo-se a origem coincidir com um ponto do polígono, os demais vértices terão suas coordenadas contadas a partir desse ponto de origem. São as coordenadas totais ou absolutas. Estas são obtidas pela soma algébrica das coordenadas parciais, já que convencionou-se que as longitudes parciais serão positivas quando este e negativas quando oeste e as latitudes serão positivas quando norte e negativas quando sul.

As coordenadas totais facilitam o desenho da poligonal e permitem também o cálculo analítico da área do polígono, sem que haja necessidade de se desenhar a planta.




As coordenadas dizem respeito aos pontos (aqueles situados à direita na coluna de alinhamentos), isto é aos pontos finais ou extremos dos alinhamentos. Assim sendo, as coordenadas totais do primeiro vértice situado após a origem do sistema de eixos serão sempre iguais às suas próprias coordenadas parciais; os demais vértices terão suas totais calculadas pela soma algébrica das parciais, até retorna-se ao ponto de origem, que deverá Ter valores zero tanto para longitude como para a latitude total, pois foi onde situou-se o sistema de eixos. A verificação, por cálculo, desses valores zero para o ponto inicial deve ser feita como garantia da exatidão dos cálculos.

A totalização é mostrada abaixo, completando-se a planilha, com as colunas de longitudes e latitudes totais, tomando-se como origem o vértice MP.

| Alinh. | Long.Compensada | | Lat. Compensada | | Longitude | Latitude |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | E (+) | W (-) | N (+ ) | S (-) | Total | Total |
| MP - 1 | | 158,41 | 111,84 | | -158,41 | 111,84 |
| 1_2 | 90,07 | | 190,59 | | -68,34 | 302,43 |
| 2_3 | | 4,26 | 111,74 | | -72,6 | 414,17 |
| 3_4 | 69,82 | | 31,39 | | -2,78 | 445,56 |
| 4_5 | 13,25 | | 11,54 | | 10,47 | 457,10 |
| 5_6 | 22,64 | | 2,65 | | 33,11 | 459,75 |
| 6_7 | 9,28 | | | 65,06 | 42,39 | 394,70 |
| 7_8 | 7,59 | | | 114,36 | 49,98 | 280,34 |
| 8_9 | 0,35 | | | 133,54 | 50,33 | 146,80 |
| 9_10 | | 0,48 | | 97,77 | 49,85 | 49,03 |
| 10_MP | | 49,85 | | 49,03 | 0,00 | 0,00 |
| | 213,00 | 213,00 | 459,75 | 459,75 | | |

**g) Totalização em torno de um ponto qualquer:**

Como as totais são obtidas pela soma algébrica das parciais, pode-se situar o sistema de eixos passando em qualquer dos vértices do polígono e não necessariamente sobre o ponto MP. As longitudes e latitudes parciais conservam seus valores; apenas as totais é que terão valores diferentes, conforme a localização do sistema de eixos, mas de qualquer forma o ponto situado mais a oeste permanecerá sendo mais a oeste, o mesmo acontecendo para aqueles situados mais a norte, sul ou este do polígono. Escolhido o ponto por onde passará o sistema de eixos, este terá coordenadas totais igual a zero, o vértice seguinte terá totais iguais ás parciais e os demais serão calculados algebricamente. Como exemplo, serão reproduzidas as coordenadas parciais compensadas da planilha e feita a totalização em torno, agora, do ponto 5.

| | Long.Compensada | | Lat. Compensada | | Longitude | Latitude |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Alinh. | E (+) | W (-) | N (+ ) | S (-) | Total | Total |
| MP - 1 | | 158,41 | 111,84 | | -168,88 | -345,26 |
| 1_2 | 90,07 | | 190,59 | | -78,81 | -154,67 |
| 2_3 | | 4,26 | 111,74 | | -83,07 | -42,93 |
| 3_4 | 69,82 | | 31,39 | | -13,25 | -11,54 |
| 4_5 | 13,25 | | 11,54 | | 0,00 | 0,00 |
| 5_6 | 22,64 | | 2,65 | | 22,64 | 2,65 |
| 6_7 | 9,28 | | | 65,06 | 31,92 | -62,40 |
| 7_8 | 7,59 | | | 114,36 | 39,51 | -176,76 |
| 8_9 | 0,35 | | | 133,54 | 39,86 | -310,30 |
| 9_10 | | 0,48 | | 97,77 | 39 ,38 | -408,07 |
| 10_MP | | 49,85 | | 49,03 | -10,47 | -457,10 |
| | 213 | 213 | 459,75 | 459,75 | | |

## 7.0 CÁLCULO DE ÁREAS:

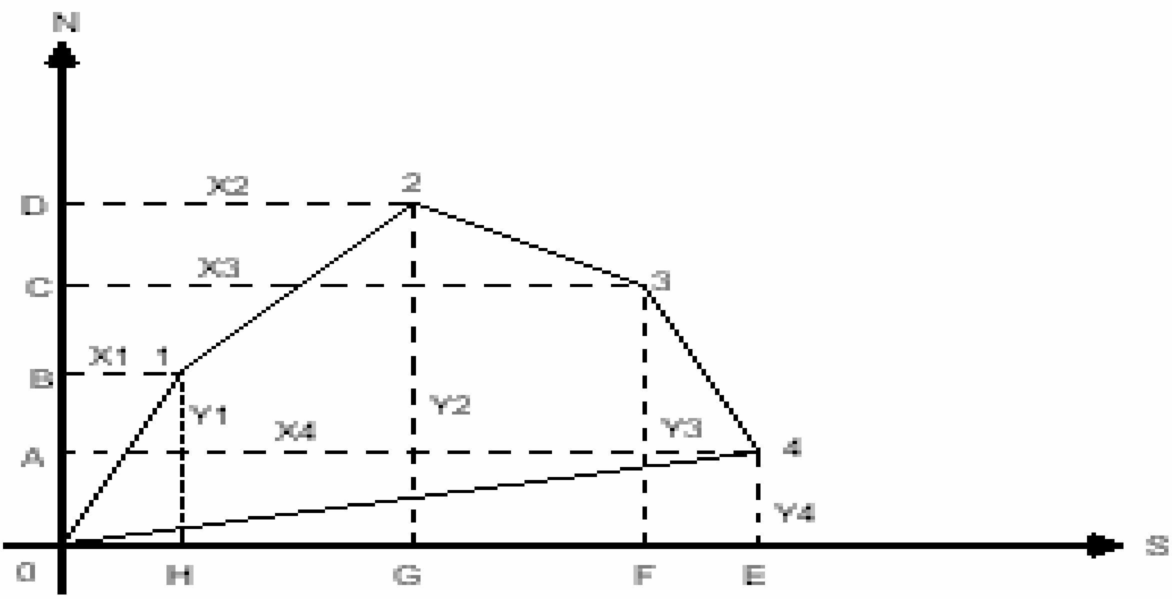
Os métodos para cálculos da área levantada são três: gráficos, analíticos e mecânicos, cada um apresentando suas limitações e vantagens.

### 7.1 Métodos Analíticos:

São os que apresentam melhor precisão e com a vantagem de não ser necessário se utilizar do desenho para o cálculo da área. Entretanto, os métodos analíticos possibilitam a avaliação de áreas de lados retos apenas, o que equivale a avaliar a área da poligonal da base. Toda vez que a planta apresentar lados curvos, a mesma não poderá ser, em sua totalidade, avaliada por este processo. E, no levantamento por caminhamento, mesmo que o perímetro se constitua tão somente de lados retos, na prática dificilmente a poligonal irá coincidir com o perímetro, já que torna-se problemático o estacionamento do aparelho exatamente sobre as divisas (caso de cercas, etc.). Como grande parte da área é abrangida pela poligonal, emprega-se um método analítico para a área do polígono, mas para a parte extra-poligonal, ter-se-á que recorrer à decomposição em figuras geométricas, com os inconvenientes anteriormente citados.

### 7.2 Método das Coordenadas (Gauss)

Este processo se utiliza das coordenadas totais para o cálculo da área e é relativamente mais simples que o método das DDM.




Na figura, o polígono situado no sistema de eixos, terá suas coordenadas totais referenciadas por $X_1$, $X_2$ ,..., como as longitudes totais dos vértices e por $Y_1$,$Y_2$,...., as latitudes totais.

Área $(S)_{01234} = S_{OD234E} - S_{OB1} – S_{BD21} – S_{O4E}$

Decompondo a área total ($S_{OD234E}$) em figuras geométricas :

$S_{OD234E} = S\ (\text{trapézio})_{CD23} + S(\text{trapézio})_{AC34} + S(\text{quadrado})_{OA4E}$

Substituindo :

$S_{01234} = S(\text{trapézio})_{CD23} + S(\text{trapézio})_{AC34} + S(\text{quadrado})_{OA4E} – S(\text{triângulo})_{OB1} – S(\text{trapézio})_{BD21} - S(\text{triângulo})_{O4E}$

Para o cálculo da área de cada figura as dimensões serão dadas em função dos valores das totais:

$S_{01234} = \underline{X_2 + X_3}\,(Y_2 - Y_3) + \underline{X_3 + X_4}\,(Y_3 - Y_4) + X4\ Y4 - \underline{X1Y1} - \underline{X_2 + X_1}\,(Y_2 - Y_1) + \underline{X4\ Y4}$

Multiplicando-se todos os termos por 2 e efetuando os produtos, tem-se :

$$2\,S = X_2 Y_2 - X_2 Y_3 + X_3 Y_2 - X_3 Y_3 + X_3 Y_3 - X_3 Y_4 + X_4 Y_3 - X_4 Y_4 + 2\,X_4 Y_4 - X_1 Y_1 - X_2 Y_2 + X_2 Y_1 - X_2 Y_1 - X_1 Y_2 + X_1 Y_1 - X_4 Y_4$$

Para melhor memorização da fórmula, dispõem-se as longitudes totais sobre suas respectivas latitudes, totais e efetuam-se as multiplicações em cruz respeitando os sinais das coordenadas e adotando-se o critério de que numa direção os produtos serão positivos e na outra, negativos.

$$2S = \frac{X_1}{Y_1} \leftrightarrow \frac{X_2}{Y_2} \leftrightarrow \frac{X_3}{Y_4} \leftrightarrow \frac{X_4}{Y_4} \leftrightarrow \frac{X_0}{Y_0} \leftrightarrow \frac{X_1}{Y_1} \qquad - \searrow \mathbf{X} \swarrow +$$

O cálculo da área fica facilitado, chamando de $X_1$ e $Y_1$ as coordenadas do ponto seguinte ao que se totalizou (0,00) e assim por diante.

Com os dados da planilha que serviu como ilustração desse texto, a mesma terá a área da poligonal calculada pelo método das coordenadas (Gauss).

| Alinh. | Longitude Total | Latitude Total |
|---|---|---|
| MP - 1 | -158,41 | 111,84 |
| 1_2 | -68,34 | 302,43 |
| 2_3 | -72,6 | 414,17 |
| 3_4 | -2,78 | 445,56 |
| 4_5 | 10,47 | 457,1 |
| 5_6 | 33,11 | 459,75 |
| 6_7 | 42,39 | 394,7 |
| 7_8 | 49,98 | 280,34 |
| 8_9 | 50,33 | 146,8 |
| 9_10 | 49,85 | 49,03 |
| 10_MP | 0 | 0 |

$$2S = \frac{-158{,}41}{111{,}84} \times \frac{-68{,}34}{302{,}43} \times \frac{-72{,}60}{414{,}17} \times \frac{-2{,}78}{445{,}56} \times \frac{10{,}47}{457{,}10} \times \frac{33{,}11}{459{,}75} \times \frac{42{,}39}{394{,}70} \times \frac{49{,}98}{280{,}34} \times \frac{50{,}33}{146{,}80} \times \frac{49{,}85}{49{,}03} \times \frac{0{,}00}{0{,}00}$$

2 S = - (-158,41 x 302,43) – (-68,34 x 414,17) – (-72,60 x 445,56) – (-2,78 x 457,10) – (10,47 x 459,75) – (33,11 x 394,70) – (42,39 x 280,34) – (49,98 x 146,80) – (50,33 x 49,03) – (49,85 x 0,00) + (-68,34 x 111,84) + (-72,60 x 302,43) + (-2,78 x 414,17) + (10,47 x 445,56) + (33,11 x 457,10) + (42,39 x 459,75) + (49,98 x 394,70) + (50,33 x 280,34) + (49,85 x 146,80) + (0,00 x 49,03).

2 S = (+190.273,70 – 70.321,41) = 119.952,29

S = 59.976,15 m $^2$ = 5,9976 ha

## 8.0 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


BLACHUT, Tordon. J.. ***Urban Surveying and Mapping.***1979

COMASTRI, José A.. ***Topografia: Planimetria.*** 1ed. UFV. Viçosa-MG.1977.

COMASTRI, José A.. ***Topografia: Altimetria.*** 2ed. UFV. Viçosa-MG.1990.

DAVIS, Raymond E.. ***Tratado de Topografia.*** 3ed. Aguillar. Madrid.1979.

DOMINGUES, Felipe A. A.. ***Topografia e Astronomia de Posição para Engenheiros e Arquitetos.*** MacGraw-Hill. São Paulo.1979.

ESPARTEL, Lélis.. ***Curso de Topografia.*** 9ed. Globo. Rio de Janeiro. 1987.

ESPARTEL, Lélis; LUDERITZ, João . ***Caderneta de Campo.*** 10ed. Globo. Rio de Janeiro.1977.

FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. ***Manual de Normas, Especificações e Procedimentos Técnicos para a Carta Internacional do Mundo, ao Milionésimo - CIM 1:1.000.000.*** 1ed. IBGE. Rio de Janeiro. 1993.

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS. ***Divisão de Processamento de Imagens(INPE/DPI). FSPRING. [online]*** <http://www.inpe.br/spring/home>.1997.

GODOY, Reynaldo . ***Topografia.*** 10ed. ESALQ. Piracicaba-SP.1988.

SERVIÇO GEOGRÁFICO DO EXÉRCITO. ***Manual Técnico- Transformação de Coordenadas Geodésicas.*** 1ed. EGGCF. Brasília - DF.1978