

**F. MACIEL BARBOSA**

**ESTABILIDADE DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE ENERGIA**

**JANEIRO 2013**

---



## INDICE

ESTABILIDADE DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE ENERGIA.....	5
1. INTRODUÇÃO.....	5
2. EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA .....	11
3. MÁQUINA SÍNCRONA LIGADA A UM BARRAMENTO DE POTÊNCIA INFINITA .....	16
4. ESTABILIDADE ESTÁTICA DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA .....	20
5. ESTABILIDADE EM REGIME TRANSITÓRIO-CRITÉRIO DAS ÁREAS IGUAIS.....	27
6. ESTABILIDADE EM REGIME TRANSITÓRIO - CONSIDERAÇÃO DO TEMPO .....	45
7. MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE 2ª ORDEM.....	45
7.1 INTRODUÇÃO .....	45
7.2 MÉTODO DE INTEGRAÇÃO ESPECÍFICO DA EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO DAS MÁQUINAS SÍNCRONAS (MÉTODO PASSO A PASSO).....	48
7.2.1 MÉTODO DE INTEGRAÇÃO ESPECÍFICA DA EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO - VARIANTE I.....	49
7.2.2 MÉTODO DE INTEGRAÇÃO ESPECÍFICA DA EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO - VARIANTE II .....	55
7.3 -MÉTODO-DE-EULER.....	59
7.4- MÉTODO DE EULER MODIFICADO .....	61
7.5 - MÉTODO DE RUNGE-KUTTA.....	66
7.6 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM SUPERIOR À PRIMEIRA70	
7.7 RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO DE UMA MÁQUINA SINCRONA .....	70
7.8 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS.....	72
8. ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE ENERGIA .....	72
8.1 MODELIZAÇÃO DAS CARGAS EM ESTUDOS DE ESTABILIDADE .....	72
8.2 SEQUÊNCIA DE CÁLCULO PARA OS ESTUDOS DE ESTABILIDADE DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE ENERGIA .....	73
8.3 EXEMPLO NUMÉRICO.....	88
9. CONTROLO DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE ENERGIA .....	94
9.1 CONCEITO DE ESTADO.....	95
9.2 SISTEMAS DE CONTROLO DE FREQUÊNCIA -POTÊNCIA ACTIVA.....	98
9.2.1 MODELO MATEMÁTICO DE UM REGULADOR DE VELOCIDADE DE UMA TURBINA.....	101
9.2.2 MODELO MATEMÁTICO DE UMA TURBINA .....	103
9.3 ALTERNADOR LIGADO A UMA REDE DE POTÊNCIA INFINITA .....	104
9.4 ALTERNADOR A ALIMENTAR UMA CARGA ISOLADA .....	106
9.5 VARIAÇÃO DINÂMICA DAS VARIÁVEIS DE ESTADO .....	108
9.6 EFEITO DO CONTROLO POTÊNCIA ATIVA FREQUÊNCIA NOS ESTUDOS DE ESTABILIDADE .....	110
9.7 CONTROLO DA POTÊNCIA REATIVA TENSÃO PARA UM ALTERNADOR .....	112
9.7.1 MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA DE EXCITAÇÃO DE UM ALTERNADOR.....	113
9.8 CONTROLO DA POTÊNCIA REATIVA - TENSÃO PARA UM ALTERNADOR EM ESTUDOS DE ESTABILIDADE.....	115
9.9 MODELO COMPLETO DO ALTERNADOR PARA ESTUDOS DE ESTABILIDADE.....	116
10. FORMAS DE MELHORAR A ESTABILIDADE DE UM SISTEMA ELÉTRICO.....	117
10.1 - CIRCUITOS RESSONANTES .....	119
10.2 - REGULADORES AUTOMÁTICOS DE TENSÃO.....	123

10.3 - REGULADORES DE TURBINAS .....	126
10.4 - RESISTÊNCIAS AMORTECEDORAS.....	126
10.5 - A REDE DE TRANSPORTE E INTERLIGAÇÃO .....	127
10.6 - OS CENTROS DE CONTROLO E A ESTABILIDADE.....	129
APÊNDICE I .....	131
REVISÃO DE ALGUMAS NOÇÕES DE MECÂNICA.....	131
APÊNDICE I I .....	135
REDUÇÃO DE UM SISTEMA A UMA MÁQUINA LIGADA A UM BARRAMENTO DE POTÊNCIA INFINITA ....	135
APENDICE III .....	137
COMPARAÇÃO DAS GRANDEZAS E UNIDADES USADAS EM ESTUDOS DE MOVIMENTOS DE ROTAÇÃO E DE TRANSLAÇÃO.....	137
MOVIMENTO DE TRANSLAÇÃO .....	137
MOVIMENTO DE ROTAÇÃO .....	137
APÊNDICE IV .....	138
DEFINIÇÕES RELATIVAS À ESTABILIDADE <sup>(1)</sup> .....	138
BIBLIOGRAFIA.....	140
PROBLEMAS .....	142

## ESTABILIDADE DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE ENERGIA

### 1. INTRODUÇÃO

As sociedades modernas são cada vez mais dependentes da energia e, em particular, da energia eléctrica, pelo que hoje os Sistemas Eléctricos de Energia (SEE) são extraordinariamente complexos, de modo a que os consumos possam ser satisfeitos com uma elevada continuidade e qualidade de serviço.

Parafraseando Charles Steinmetz a rede resultante da interligação da UCTE [26], Union for the Coordination of Transmission of Electricity, cobrindo uma grande parte da Europa, fornecendo eletricidade a mais de 450 milhões de pessoas e interligada com a rede CIS, Commonwealth of Independent States (rede Russa e dos antigos países da ex-União Soviética) e com a rede do Norte de África é a máquina mais complexa alguma vez construída pelo Homem!!! É de facto extraordinário que este sistema funcione com tão elevado grau de fiabilidade!!!!

Na exploração de um Sistema Eléctrico de Energia (SEE) há, assim, necessidade de garantir a capacidade do sistema alimentar as cargas de uma forma contínua e com as características de tensão e frequência dentro dos valores contratuais. Isto significa que a tensão e a frequência, embora possam variar, têm que ser mantidas dentro de valores apertados de tolerância, para que os equipamentos dos consumidores possam funcionar de uma maneira satisfatória. Os centros de controlo (TSO – Transmission System Operator) têm exactamente por objetivo monitorizar o estado do Sistema Eléctrico, de modo que tal objetivo seja atingido.

De entre os aspetos a considerar na exploração do Sistema Eléctrico está o da estabilidade das máquinas síncronas que pertencem ao sistema. Como se sabe do estudo das máquinas síncronas, estas máquinas mantêm-se em sincronismo em condições normais de funcionamento. Se uma máquina síncrona tende a afastar-se ligeiramente da velocidade de sincronismo, há forças de sincronismo que a “forçam” a manter-se a funcionar à velocidade de sincronismo. Há porém condições de funcionamento dos Sistemas Eléctricos de Energia em que as forças de sincronismo não são suficientes para que após a ocorrência de um incidente no sistema, as máquinas síncronas continuem a funcionar em sincronismo. Em estudos de “Estabilidade de Sistemas Eléctricos de Energia” procura-se conhecer exactamente o comportamento das máquinas síncronas depois de o sistema ter sido perturbado (saída de serviço de uma linha ou grande alteração no diagrama de cargas, por exemplo).

A robustez de um Sistema Eléctrico de Energia é medida pela capacidade do sistema para funcionar numa situação de equilíbrio em condições normais e de perturbação. Os estudos de estabilidade analisam o comportamento do sistema quando da ocorrência de alterações bruscas do sistema ou da produção, bem como aquando da ocorrência de curto circuitos nas linhas de transmissão. O Sistema é dito estável se após a ocorrência destas perturbações continuar a funcionar em sincronismo.

Se a perturbação for pequena e de curta duração o sistema tende a voltar ao mesmo ponto de funcionamento, o que já não sucederá se a perturbação for grande ou de longa duração. Por outro lado, se surgir um desequilíbrio entre a carga do sistema e a potência que estava a ser fornecida ao sistema, a exploração do sistema terá que ser continuada noutra ponto de funcionamento do sistema. Todas as máquinas síncronas terão porém que continuar a funcionar em sincronismo para que o sistema continue a ser estável. Os estudos de estabilidade procuram determinar o comportamento das máquinas síncronas após a ocorrência da perturbação.

No período transitório que se segue à ocorrência de uma perturbação, o funcionamento do sistema é oscilatório por natureza, o que terá influência nas potências que circulam nas linhas. Porém, se o sistema for estável, estas oscilações serão fortemente amortecidas. A capacidade de um Sistema Eléctrico de Energia se manter estável depende fortemente da capacidade das variáveis de controlo do sistema para amortecer as oscilações eletromecânicas.

Embora seja cómodo falar em sistemas com carga constante, tais sistemas não existem na realidade. A carga do sistema está continuamente a variar de uma maneira aleatória, com conseqüente adaptação da produção do sistema ao consumo. É fácil pensar que o que interessa é que o sistema seja estável em cada um dos níveis de carga do sistema, o que não é correto, na medida em que se não está a considerar a dinâmica do processo de um ponto de funcionamento para o outro. O sincronismo do sistema é frequentemente perdido nesse período de transição ou oscilações que podem ocorrer ao longo de uma linha de transmissão, eventualmente conduzindo à saída de serviço dessa linha, por atuação das proteções.

Para umas dadas condições de funcionamento define-se estabilidade de um Sistema Eléctrico de Energia como a capacidade do sistema para voltar a uma forma estável de funcionamento depois de ter sofrido uma perturbação [23].

O estudo da estabilidade de um SEE divide-se em três grandes classes conforme se mostra na figura 1.1 [23]. Esta classificação tem por base os seguintes fatores: o fenómeno que caracteriza o tipo de instabilidade e as causas físicas que conduzem à sua ocorrência. Assim, para o desenvolvimento de métodos de análise e dos respectivos algoritmos é necessária a segmentação do problema em estudo de acordo com o tipo e a amplitude da perturbação, as variáveis necessárias, as ferramentas matemáticas, o período de tempo sob análise e as ações de controlo corretivo a implementar.

A classificação de estabilidade proposta é baseada nas seguintes considerações [23]:

- A natureza física do modo de instabilidade resultante como indicado pelas principais variáveis do sistema nas quais a instabilidade pode ser observada;
- A dimensão da perturbação considerada, que influencia o método de cálculo e previsão da estabilidade
- Os componentes, processos e a duração que devem ser considerados para verificar a instabilidade.

A estabilidade rotórica é a capacidade da máquina síncrona de um SEE interligado se manter em sincronismo após a ocorrência de uma perturbação. Depende da habilidade para manter/restaurar o equilíbrio entre o binário eletromagnético e o binário mecânico para cada máquina síncrona no sistema. A instabilidade pode ocorrer na forma de um crescimento das oscilações para alguns dos geradores síncronos, levando a uma perda de sincronismo com os restantes alternadores.

A estabilidade de tensão refere-se à capacidade do sistema para manter as tensões em todos os barramentos, após a ocorrência de uma perturbação, para dadas condições iniciais de funcionamento. Dependerá da capacidade para manter/restabelecer um equilíbrio entre a procura e carga fornecida pelo sistema.

A estabilidade de frequência refere-se à capacidade de um Sistema de potência manter a frequência após a ocorrência de um incidente severo, resultando num desequilíbrio entre a produção e a carga. Dependerá da capacidade do sistema para manter/restaurar o equilíbrio entre a produção e a carga, com o mínimo de deslacte de cargas.

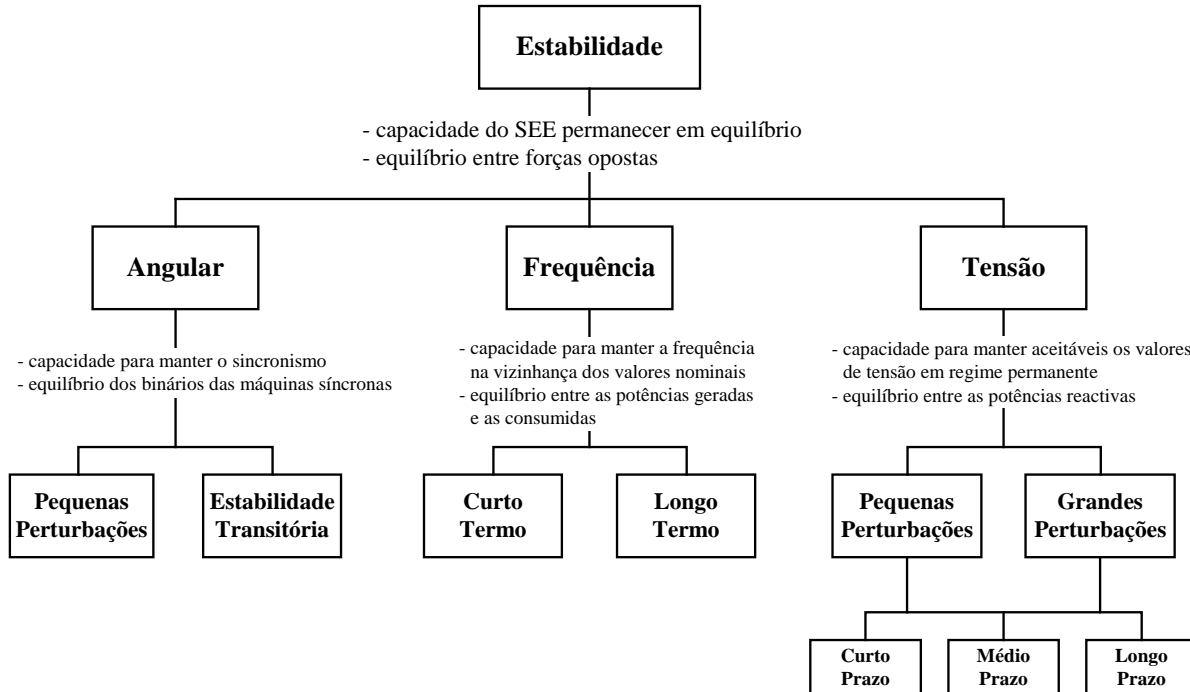


Figura 1.1 – Classificação dos diferentes tipos de estabilidade nos SEE [23]

A dinâmica de um Sistema Eléctrico pode ser basicamente caracterizada por:

- à medida que a potência transmitida pela ligação síncrona aumenta, um limite máximo é atingido, a partir do qual o sistema deixa de permanecer em sincronismo;
- o sistema comporta-se como um sistema oscilante entre a energia cinética armazenada na máquina primária e a energia eléctrica transferida pela ligação síncrona, em que a potência eléctrica transferida é proporcional a  $\sin\delta$  ou a  $\delta$  (para pequenos  $\delta$ ), em que  $\delta$  é o ângulo de carga dos alternadores;
- como a potência transferida é proporcional a  $\sin\delta$ , a equação que determina a dinâmica do sistema é não linear para perturbações que originem grandes variações no ângulo  $\delta$ . Teremos assim sistemas estáveis até determinadas amplitudes de perturbações e instáveis para perturbações de maior amplitude.

É usual dividir os estudos de estabilidade em três tipos [15]:

- estabilidade estacionária;
- estabilidade transitória;
- estabilidade de longo termo.

Os estudos de estabilidade estacionária pretendem analisar o comportamento dos sistemas após a ocorrência de pequenas perturbações. Nos estudos de estabilidade estática é analisado o

comportamento do sistema, após a ocorrência de pequenas perturbações, associadas fundamentalmente, à variação dos níveis de carga. O SEE apresenta estabilidade estática se, após a perturbação, evoluir para um ponto de funcionamento próximo do anterior. A análise deste tipo de estabilidade pode ser realizada através da linearização das equações de funcionamento do sistema em torno do ponto de operação inicial. Como exemplo destes estudos temos o cálculo do limite máximo de carga das máquinas síncronas sem se verificar perda de sincronismo, admitindo que a carga está a aumentar gradualmente.

Os estudos de estabilidade transitória analisam o comportamento do sistema para os primeiros segundos (1 ou 2 segundos) após a ocorrência da perturbação. Nos estudos de estabilidade de longo termo analisa-se o comportamento dinâmico do sistema para períodos mais longos.

A instabilidade transitória é mais frequente do que a instabilidade estacionária. Embora um Sistema Eléctrico esteja continuamente a sofrer pequenas perturbações (variações na carga, na velocidade das turbinas, etc...), estas não são porém geralmente suficientes para originar a perda de sincronismo, embora possam originar oscilações do sistema. O sistema será dito transitoriamente estável se as oscilações não ultrapassarem uma dada amplitude e forem amortecidas. Num sistema que não seja transitoriamente estável a amplitude das oscilações será grande e o amortecimento muito pequeno. Um sistema transitoriamente instável cria condições muito delicadas de exploração e é um sistema de grande risco.

Os problemas de estabilidade estacionária ocorrem com mais frequência em redes muito malhadas que cobrem zonas de grande densidade de carga. Em redes extensas e pouco malhadas são os problemas de estabilidade transitória que maiores preocupações provocam.

Os estudos de estabilidade transitória analisam o comportamento do sistema durante os primeiros segundos, após a ocorrência de grandes perturbações. O sistema considera-se transitoriamente estável para uma determinada repartição de cargas se, após a ocorrência de uma contingência importante, se mantiver em sincronismo, evoluindo para um ponto de funcionamento caracterizado por ser estacionariamente estável.

A estabilidade de longo termo estuda o comportamento dinâmico do sistema durante períodos de grande duração após a ocorrência de pequenas perturbações. Este tipo de problemas pode ser analisado quer no domínio temporal quer no domínio das frequências.

De entre os aspetos a considerar na monitorização da segurança dinâmica do sistema deve encontrar-se o da estabilidade transitória, dado que as perturbações mais graves que podem ocorrer resultam, em geral, deste tipo de problemas [17].

Os estudos de estabilidade transitória e de longo termo são realizados por simulação, através da integração numérica do sistema de equações diferenciais associadas ao movimento dos diferentes alternadores da rede. Esta metodologia permite uma representação bastante minuciosa de todos os componentes da rede, a qual, à custa de um elevado esforço de cálculo, permite obter resultados bastante precisos. Atendendo a que os períodos em análise nos estudos de estabilidade estacionária e transitória são diferentes, os modelos dos componentes (alternadores, sistemas de excitação, reguladores das turbinas, ...) também o são, devido às simplificações admissíveis serem função da duração do período em estudo. De um modo geral, em estudos de estabilidade transitória, os modelos



dos componentes são mais simples, porque há um conjunto de simplificações que são válidas para os primeiros instantes após a ocorrência da perturbação, mas já o não são para períodos mais longos.

Após a ocorrência de uma perturbação brusca no sistema, por exemplo, a ocorrência de um curto-circuito trifásico simétrico e a conseqüente saída da linha de serviço, as velocidades angulares dos rotores, as diferenças dos desvios angulares e a transferência de potência sofrem grandes alterações, cuja amplitude depende da localização e da severidade da perturbação. Para grandes perturbações os desvios rotóricos podem ser de tal modo elevados, que as máquinas percam o sincronismo.

Normalmente os estudos de estabilidade fazem-se para os defeitos três fases-terra, que são os mais severos, embora representem apenas 1% do total dos defeitos. Em linhas de AT e MAT os defeitos fase-terra representam 90% do total dos defeitos.

O efeito dos curto circuitos deve ser considerado em estudos de estabilidade transitória e para diferentes níveis de carga e de configurações do sistema de produção. Durante o período de defeito, a potência fornecida pelos alternadores vizinhos sofre uma redução drástica, enquanto que a potência fornecida pelos mais afastados praticamente não é afetada. Em alguns casos, o sistema mantém-se estável mesmo durante a permanência do defeito, enquanto noutros casos o sistema só se mantém estável se o defeito for rapidamente isolado. O facto de o sistema ser estável após a ocorrência de um defeito depende não só das características do próprio sistema, como do tipo de defeito, localização do defeito, tempo de atuação das proteções e tipo de proteção (por exemplo se existe reengate automático ou não).

O limite de estabilidade transitória é quase sempre inferior ao limite de estabilidade estática.

Com os sistemas interligados crescendo cada vez mais em potências instaladas e nas áreas geográficas que cobrem, os problemas de análise da estabilidade tornam-se cada vez de mais difícil resolução. Hoje, os sistemas dispõem de centrais com vários grupos de grande potência instalados e todos interligados. Nos modernos sistemas de regulação, os grupos instalados numa central acumam em sincronismo pelo que é usual em estudos de estabilidade considerar apenas um alternador equivalente em cada central. Do mesmo modo, os grupos que não estejam separados por linhas com uma grande reactância são agrupados num grupo equivalente. Assim, é usual reduzir um sistema de grande dimensão a um sistema com um número bastante reduzido de máquinas. Se o sincronismo é perdido, as máquinas de um grupo mantêm-se em sincronismo, embora o sincronismo possa ter sido perdido em relação às máquinas de outros grupos. Notar porém que o sistema reduzido não permite analisar a estabilidade de cada uma das máquinas, mas apenas estudar a estabilidade de um grupo de máquinas em relação a outro.

Notar, por outro lado, que em estudos de estabilidade há necessidade de representar as máquinas equivalentes das redes interligadas. Assim, no caso Português, e atendendo à baixa potência instalada no nosso País ( $\approx 12$  GW), quando comparada com a potência instalada em Espanha ( $\approx 55$  GW) e na Rede Europeia interligada ( $\approx 800$  GW), é necessário incluir nos estudos de estabilidade modelos equivalentes da rede espanhola e francesa, devido à influência que essas redes exercem no controlo da estabilidade da nossa rede.

O sistema constituído apenas por duas máquinas é extremamente útil para a perceção do problema da estabilidade de um Sistema Eléctrico e, permite estudar a influência dos vários fatores na estabilidade do sistema. Assim se justifica, que neste curso introdutório do estudo da estabilidade sejam analisados pormenorizadamente sistemas apenas com duas máquinas. Posteriormente será mostrado que um tal sistema pode ser analisado como uma máquina ligada a um barramento de potência infinita.

A metodologia clássica da análise da estabilidade de um Sistema Eléctrico consiste na resolução numérica das equações diferenciais associadas ao movimento dos alternadores. A desvantagem desta metodologia resulta do peso computacional necessário para resolver o sistema de equações diferenciais associado a cada máquina do sistema, de forma a se conhecer o comportamento das máquinas durante o período de defeito e algum tempo após a perturbação ter sido eliminada. O peso computacional resulta não só da resolução de um elevado número de equações diferenciais, como da necessidade de simular diferentes localizações e tempos de eliminação dos defeitos, com diferentes configurações dos sistemas de produção e de consumo. Facilmente se vê o interesse que há em desenvolver novas formas para a análise da estabilidade de um Sistema Eléctrico que se possível, possam ser implementadas para estudos em tempo real.

Recentemente têm sido publicados trabalhos de investigação que visam analisar a estabilidade de um Sistema Eléctrico utilizando os **métodos diretos de Lyapunov** [10] ou **técnicas de reconhecimento de formas** [10, 12].

Qualquer uma destas vias ultrapassa o problema resultante do elevado esforço de cálculo, na medida em que não necessitam do conhecimento explícito da evolução, nem dos ângulos nem das velocidades angulares, para a verificação da estabilidade do sistema.

Os métodos de Lyapunov assentam nos trabalhos desenvolvidos por A.M. Lyapunov em 1892, e necessitam da construção de uma função de Lyapunov para o sistema. A maior dificuldade na aplicação prática deste método resulta da não existência de uma forma sistemática para a construção da referida função de Lyapunov. Segundo Lyapunov um sistema será estável se a energia total for continuamente decrescente no tempo. Assim, para que o sistema seja estável é necessário que a taxa de variação da energia do sistema com o tempo seja negativa para qualquer estado do sistema, com exceção do estado de equilíbrio onde é nula.

Na análise da estabilidade dos Sistemas Eléctricos utilizando reconhecimento de formas procura-se, a partir da análise da história do funcionamento do sistema obter funções de segurança que permitam a classificação automática das configurações do sistema em estáveis e instáveis. Uma das maiores dificuldades na aplicação prática desta metodologia consiste na seleção das características com maior poder discriminatório, havendo necessidade de ultrapassar o compromisso existente entre a qualidade do classificador e o esforço computacional necessário para a sua obtenção.

Atendendo à complexidade dos cálculos os estudos de estabilidade de sistemas com várias máquinas têm que ser realizados usando meios computacionais.

Os estudos de estabilidade assumiram uma importância extraordinária nomeadamente depois dos apagões nos EUA e Europa (Inglaterra, Países Nórdicos e Itália) em 2003. A complexidade do problema envolve o desenvolvimento de soluções inovadoras para que estes estudos possam ser feitos

em tempo real.

A segurança do sistema envolve um vasto conjunto de subproblemas, que podem ser enquadrados em dois níveis: a segurança do funcionamento em regime estacionário, associada ao comportamento da rede face à saída de serviço de alguns componentes e a segurança do funcionamento dinâmico do sistema, associada com problemas de estabilidade. Apesar de todas as precauções tomadas aquando do planeamento e conceção de um Sistema Eléctrico de Energia, a ocorrência de algumas contingências e posterior sequência de acontecimentos pode conduzir a situações de perda total ou parcial do sistema. De entre os múltiplos eventos que podem provocar o colapso da rede, salientam-se os seguintes: o aumento súbito da carga, numa ou em várias linhas de interligação, de uma rede eléctrica às suas vizinhas; produção insuficiente de energia reativa, podendo provocar a degradação do plano de tensão; produção deficitária de energia ativa, originada pela saída de serviço de uma unidade do sistema electroprodutor, que se traduz por uma queda do valor da frequência; defeitos severos em algumas linhas ou barramentos da rede; situações de instabilidade que conduzam à perda do sincronismo. Todos estes fenómenos, directa ou indirectamente, conduzem a problemas de estabilidade na rede eléctrica.

## 2. EQUAÇÃO DO MOVIMENTO DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA

A equação fundamental da Dinâmica para os corpos animados de movimento de rotação em torno de um eixo é:

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} = T \quad (2.0)$$

em que

$I$  – é o momento de inércia do sistema em relação ao eixo de rotação;

$\theta$  - é o ângulo descrito no movimento de rotação medido em relação a um eixo de referência;

$T$  – é momento de torsão e é o somatório dos binários (ou momento axial das forças externas em relação ao eixo de rotação) que actuam no sistema.

O **momento de inércia** de uma partícula ( $I$ ) é o produto da massa pelo quadrado da distância ao eixo de rotação. O momento de inércia de um sistema de partículas será então dado por:

$$I = \sum m d^2$$

O momento de inércia no sistema C.G.S. exprime-se em grama x  $cm^2$  e no S.I. em  $kg \times m^2$ .

$$\alpha = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$\alpha$  – é a aceleração angular do sistema e exprime-se em radianos/segundo<sup>2</sup>;

A **energia cinética** ( $W_C$ ) de um corpo animado de movimento de rotação é dada por

$$W_C = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Em que

$$\omega = d \theta / d t$$

é a velocidade angular instantânea e exprime-se em radianos/segundo. No Sistema Internacional (S.I.) a energia cinética é expressa em watt x segundo ou joules.

O **momento angular** ( $M$ ) de um corpo animado de movimento de rotação é

$$M = I \omega$$

e as unidades no S.I. são Joule x segundo/radiano ou Watt x segundo<sup>2</sup>/radiano. Como se vê pela definição o momento angular de um corpo animado de movimento de rotação é dependente da velocidade angular. No caso de uma máquina síncrona, como a velocidade da máquina nunca difere muito da velocidade de sincronismo, a não ser que o limite de estabilidade tenha sido excedido, é usual considerar  $M$  como constante.

A **constante de inércia** de uma máquina síncrona depende da capacidade e tipo de máquina. É usual definir para as máquinas síncronas a constante de inércia  $H$  da máquina a qual tem valores aproximadamente constantes para cada tipo de máquina, independentemente da velocidade e potência da máquina.

A **constante de inércia** da máquina síncrona ( $H$ ) é definida como sendo a relação entre a energia cinética ( $W_C$ ) armazenada pelo sistema máquina síncrona/turbina quando giram à velocidade de sincronismo e a potência aparente nominal da máquina ( $S$ ).

Assim

$$H = W_C / S \text{ MJ/MVA (=s)} \quad (2.1)$$

A tabela 2.1 mostra alguns valores típicos da constante  $H$  [2].

Tipo de máquina	Constante de inércia MJ/MVA
- Turbo alternador	
1800 r.p.m.	9-6
3600 r.p.m	7-4
- Alternador de pólos salientes	
baixa velocidade < 200 r.p.m	2-3
alta velocidade > 200 r.p.m	2-4
- Condensadores síncronos	
grande capacidade	1,25
pequena velocidade	1,00
- Motores síncronos	2,00

Tabela 2.1 – Valores típicos da constante H

Num alternador com um par de pólos, a rodar à velocidade de sincronismo, a energia cinética armazenada,  $W_c$ , é dada por:

$$W_c = SH \quad (2.2)$$

ou

$$W_c = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} M \omega \quad (2.3)$$

Ou

$$SH = \frac{1}{2} M 2\pi f \quad (2.4)$$

$$M = \frac{2SH}{\omega} = \frac{SH}{\pi f} \quad (2.5)$$

Se M for em megajoulesxsegundo por grau eléctrico e  $\omega$  em graus eléctricos por segundo, a energia armazenada na máquina virá em megajoules.

Em graus eléctricos por segundo,  $\omega = 360f$ , pelo que para um sistema a 50 Hz, teremos:

$$SH = \frac{1}{2} 360 f M$$

e

$$M = \frac{SH}{180 f} = \frac{SH}{9000} \text{ M J.s/grau eléctrico}$$

Para uma máquina síncrona a rodar em torno de um eixo a equação (2.0) pode tomar o especto (ver Appendix I)

$$M \frac{d^2 \theta}{dt^2} = P_a \quad (2.6)$$

Em que:

M – momento angular;

$P_a$  – Potência aceleradora aplicada ao corpo em rotação.

No caso de um alternador síncrono, considerando a potência da máquina como a potência de base, teremos a seguinte equação de oscilação (*swing equation*):

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} = P_m - P_e = P_a \quad (2.7)$$

Em que:

M – coeficiente de inércia

$\delta$  - ângulo rotórico

t – tempo

D – coeficiente de amortecimento

$\omega$  - velocidade angular da máquina

$\omega_s$  - velocidade angular síncrona da máquina

$P_m$  – potência mecânica fornecida pela turbina ao alternador;

$P_e$  – potência eléctrica fornecida pelo alternador;

$P_a$  – potência aceleradora.

A potência aceleradora ( $P_a$ ) será expressa em megawatts se M for expresso em megajoule por segundo por grau eléctrico e a aceleração angular em graus eléctricos por segundo ao quadrado.

A equação da potência aceleradora, equação 2.6, pode tomar a forma

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{P_a}{M} = \frac{\omega}{2SH} P_a = \frac{360}{2SH} P_a \quad (2.8)$$

ou

$$d^2 \delta / dt^2 = (180f / HS) P_a \text{ graus eléctricos /s}^2 \quad (2.9)$$

em que  $P_a$  está expresso em MW e S em MVA.

Como se sabe do estudo das máquinas síncronas, a potência ativa fornecida ou consumida por uma máquina síncrona é

$$P = \frac{VE}{X_d} \text{sen } \delta + \frac{V^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \text{sen} 2\delta \quad (2.10)$$

em que

V – é a tensão nos terminais da máquina síncrona;

E – f.e.m. da máquina;

$\delta$  - é o ângulo elétrico, de potência ou de carga da máquina síncrona;

$X_q$  – reactância transversal;

$X_d$  – reactância longitudinal.

Num Sistema Elétrico de Energia de potência elevada, de um modo geral os barramentos aos quais os alternadores de maior potência estão ligados, podem ser considerados como barramentos de potência infinita. Assim, ao fazer o estudo do regime de funcionamento de um alternador ligado a um barramento de potência infinita, a tensão pode supor-se constante, porque as eventuais variações no regime de funcionamento do alternador em causa não são suficientes para modificar a tensão ou a frequência da rede. Para uma dada corrente de excitação, a potência fornecida ou recebida pela máquina síncrona será então apenas função do ângulo rotórico. Há assim todo o interesse em escrever as equações (2.0) e (2.6) em função do ângulo  $\delta$ .

Seja  $\theta$  a posição angular do rotor (em ângulos elétricos). Como  $\theta$  está continuamente a variar no tempo é preferível medir a posição angular do rotor em relação a um eixo de referência síncrono.

Se  $\delta$  for o ângulo elétrico do rotor em relação a um eixo de referência síncrona e  $\omega$  a velocidade de sincronismo, em graus elétricos por segundo, temos:

$$\theta = \omega t + \delta \quad (2.11)$$

Derivando duas vezes em ordem a t

$$d^2\theta/dt^2 = d^2\delta/dt^2 \quad (2.12)$$

de onde se conclui que a aceleração angular é igual à segunda derivada em ordem ao tempo do ângulo eléctrico do rotor (ângulo rotórico).

Assim, as equações (2.0) e (2.6) tomarão respetivamente a forma

$$I \frac{d^2 \delta}{dt^2} = T \quad (2.13)$$

e

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_a \quad (2.14)$$

São estas as equações do movimento que irão servir de base ao estudo que se vai seguir. Evidentemente que, implicitamente, se consideraram certas hipóteses simplificativas, nomeadamente as forças de atrito e as resistências dos enrolamentos foram desprezadas.

Num determinado ponto de funcionamento em regime síncrono é, evidentemente,

$$P_m = P_e$$

pelo que

$$M \left( \frac{d^2 \delta}{dt^2} \right) = 0$$

### 3. MÁQUINA SÍNCRONA LIGADA A UM BARRAMENTO DE POTÊNCIA INFINITA

Como já foi referido, a potência ativa fornecida ou consumida por uma máquina síncrona de pólos salientes ligada a um barramento de potência infinita, é dada pela expressão

$$P = \frac{VE}{X_d} \sin \delta + \frac{V^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \quad (3.1)$$

A figura 3.1 mostra a representação gráfica desta equação para o caso de um alternador de pólos salientes.



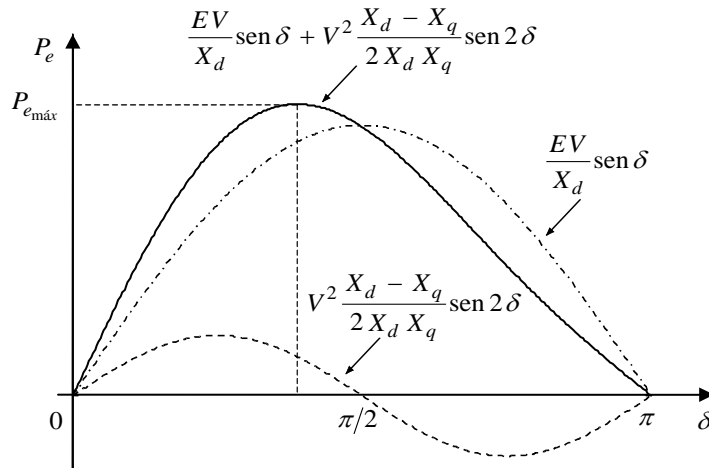


Fig.3.1 – Relação ângulo de carga – potência para um alternador de pólos salientes

Como se sabe do estudo das Máquinas Eléctricas, no caso de alternadores de pólos salientes (alternadores de baixas velocidades acionados normalmente por turbinas hidráulicas) o entre ferro não é uniforme ao longo da periferia do rotor, tendo um valor mínimo ao longo dos eixos dos pólos (chamados eixos transversais) e um valor máximo ao longo da bissetriz da região interpolar (chamados eixos longitudinais) (ver Fig. 3.2).

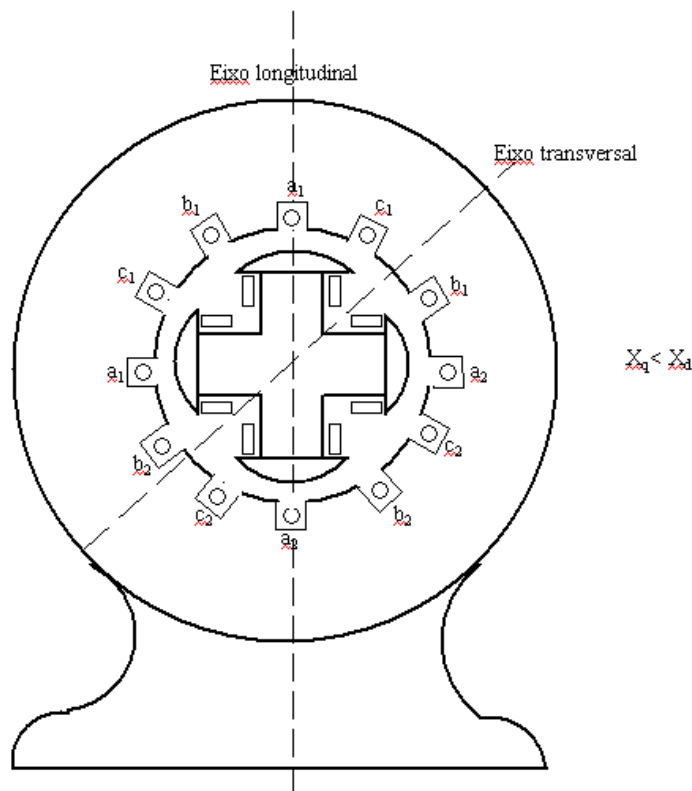


Fig. 3.2 – Alternador de polos salientes

No caso de um turbo-alternador, a relutância do circuito magnético é independente da direcção considerada (zona polar ou zona interpolar) pelo que as reactâncias longitudinais e transversais são iguais

$$X_d = X_q$$

E a equação (3.1) tomará a forma ( $X_s$  – reactância síncrona do alternador)

$$P = \frac{VE}{X_d} \text{sen } \delta \quad (3.2)$$

Na equação (3.1) o primeiro termo representa a maior parte da potência fornecida pelo alternador. O segundo termo, quando comparado com o primeiro, tem um valor muito pequeno, representando, em regra, apenas 10% a 20% da potência total fornecida pelo alternador.

A análise das equações (3.1) e (3.2) mostra que a potência máxima que um alternador de pólos salientes pode fornecer ocorre para um ângulo de carga inferior a  $90^\circ$ . Para um turbo alternador esse máximo é atingido para um ângulo de carga igual a  $90^\circ$ .

No caso de um turbo-alternador ligado a um barramento de potência infinita e com uma corrente de excitação constante a equação (3.2) toma a forma

$$P = P_{\text{máx}} \text{sen } \delta$$

Em que

$$P_{\text{máx}} = EV / X_s = C^{\text{te}}$$

Como facilmente se vê, quando  $\delta$  se torna maior que  $90^\circ$ , devido a uma tentativa para se obter uma potência superior a  $P_{\text{máx}}$ , ocorrerá na realidade uma diminuição da potência fornecida pelo alternador, a máquina torna-se instável e perde o sincronismo. A perda de sincronismo traduz-se na prática numa pulsação de corrente entre o alternador e o barramento de potência infinita à medida que os pólos entram e saem do sincronismo.

Consideremos um turbo-alternador síncrono ligado a um barramento de potência infinita, a fornecer uma potência ativa constante. Quando se varia a corrente de excitação do turbo-alternador, a corrente fornecida  $I_a$  e o seu fator de potência variam de tal modo que

$$|V_t| |I_a| \cos \theta = C^{\text{te}}$$

Como o módulo da tensão do barramento de potência infinita é fixo, a projeção do Vector  $I_a$  sobre  $V_t$ , isto é  $|I_a| \cos \theta$  mantém-se constante, quando a excitação varia.

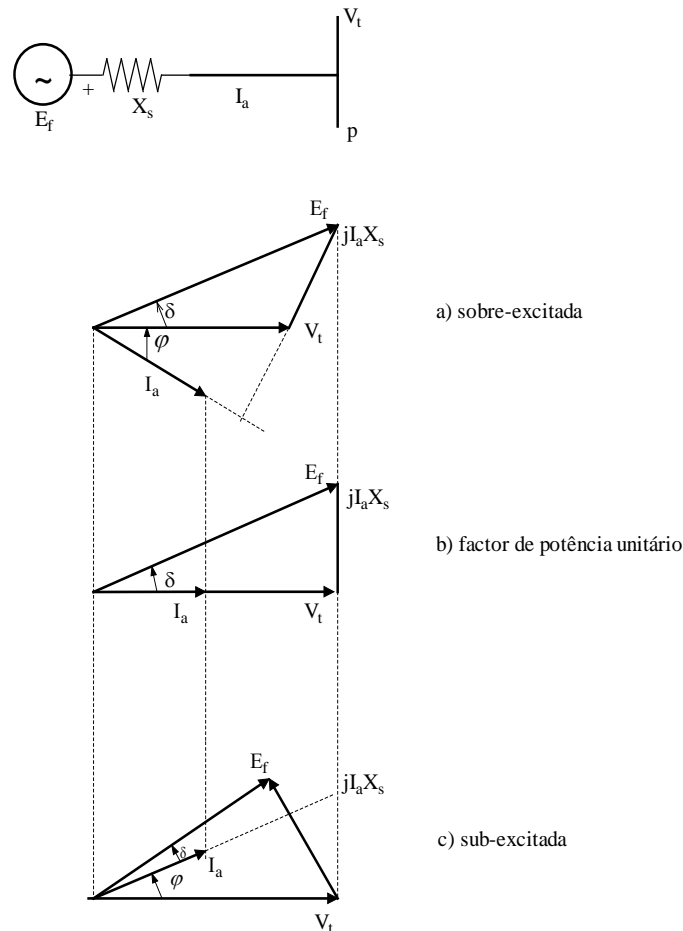


Fig. 3.3 Diagrama vetorial de uma máquina síncrona, a fornecer potência constante

A figura 3.3 mostra os diagramas correspondentes ao funcionamento do turbo-alternador com três fatores de potência. O diagrama da figura 3.3b corresponde ao fator de potência unitário. É óbvio deste diagrama que, para esta excitação,

$$|E_f| \cos \delta = |V_t|$$

Para o caso de uma sobre-excitação (diagrama da Fig. 3.3 a)

$$|E_f| \cos \delta > |V_t|$$

$I_a$  está em atraso em relação a  $V_t$ , pelo que o alternador está a fornecer potência reativa positiva ao barramento (ou está a consumir uma potência reativa negativa do barramento).

No caso de uma sub-excitação (diagrama da Fig. 3.3 c),

$$|E_f| \cos\delta < |V_t|$$

isto é,  $I_a$  está em avanço em relação a  $V_t$ , pelo que o alternador fornece uma potência reativa negativa ao barramento (ou consome potência reativa positiva do barramento). A fig. 3.4 mostra um motor síncrono sobre excitado e sub-excitado, ligado a um barramento de potência infinita, a fornecer uma potência constante. Quando o motor está sobre-excitado, a corrente  $I_a$  está em avanço em relação a  $V_t$ , isto é, o motor absorve potência reativa negativa da rede (ou fornece potência reativa positiva à rede). Quando o motor está sub-excitado a corrente  $I_a$  está em atraso em relação à tensão  $V_t$ , isto é o motor absorve uma potência reativa da rede (ou fornece uma potência reativa negativa).

Da análise anterior facilmente se vê que uma máquina síncrona a funcionar a potência constante fornece potência reativa à rede quando sobre-excitada. Por outro lado, uma máquina síncrona sub-excitada consome potência reativa da rede.

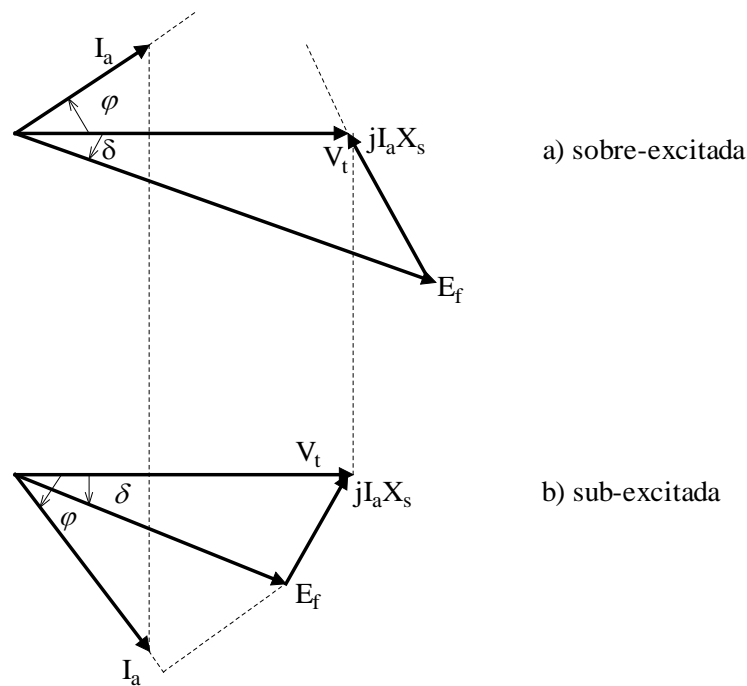


Fig. 3.4 – Diagrama vetorial de um motor síncrono, ligado a um barramento de potência infinita a fornecer uma potência constante.

#### 4. ESTABILIDADE ESTÁTICA DE UMA MÁQUINA SÍNCRONA

O limite de estabilidade estática de uma máquina síncrona é definido como a máxima potência que pode ser transmitida entre um barramento de produção e um barramento de consumo, sem perda de sincronismo para o sistema.

Como se sabe, a carga de um Sistema Eléctrico de Energia está continuamente a variar, pelo que o sistema está permanentemente sujeito a pequenas perturbações. O objetivo dos estudos de estabilidade estática está basicamente relacionado com a determinação dos valores máximos de carga das máquinas síncronas de forma a que possam suportar pequenas variações da carga sem perda de sincronismo.

Para que os alternadores possam suportar variações graduais de carga, sem perda de sincronismo, os ângulos rotóricos são normalmente de cerca de  $60^\circ$  eléctricos, o que deixa uma margem de  $30^\circ$  eléctricos para cobrir o sistema de transmissão, como se verá posteriormente.

Consideremos um alternador trifásico ligado a um barramento de potência infinita através de uma linha de reactância  $X$  (reactância de transferência). A resistência e a reactância capacitiva da linha foram desprezadas. Na figura 4.1 está feita a representação unifilar do sistema referido.

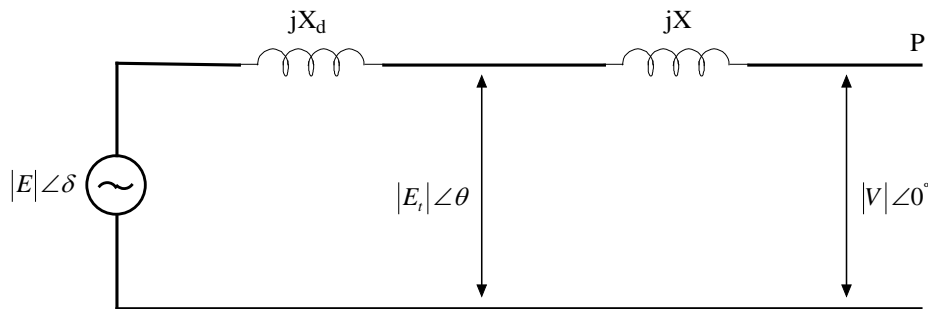


Fig. 4.1 - Alternador ligado a um barramento de potência infinita

O comportamento dinâmico deste sistema é descrito pelas equações

$$M (d^2 \delta / d t^2) = P_m - P_e$$

$$P_e = \frac{VE}{X_d + X} \text{sen } \delta = P_{\max} \text{sen } \delta$$

Admitamos que o sistema está em funcionamento estável a fornecer potência

$$P_{e0} = P_m$$

à qual corresponde o ângulo de carga  $\delta_0$ , como está representado na figura 4.2

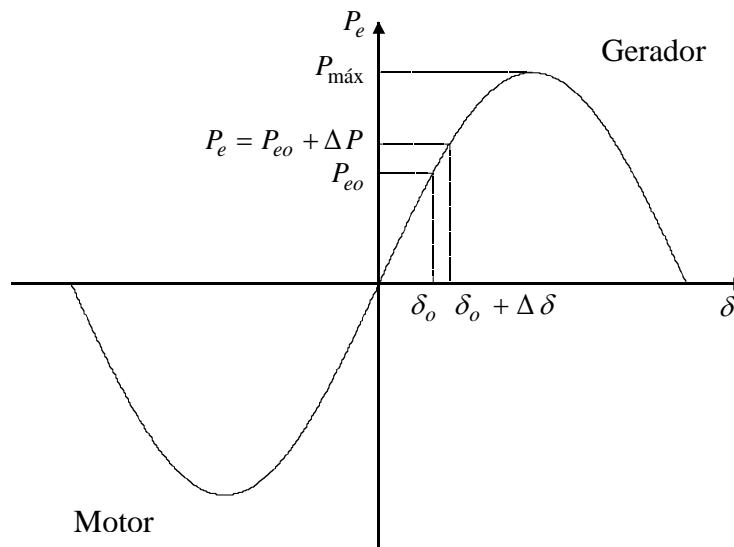


Fig. 4.2 – Relação ângulo de carga-potência elétrica de uma máquina síncrona

Suponhamos que se verifica um pequeno acréscimo da potência elétrica consumida pelo sistema de  $\Delta P$ . Como a potência da máquina primária  $P_m$  se mantém constante (a ação dos reguladores de velocidade é lenta quando comparada com a dinâmica da energia no sistema), o ângulo de carga do alternador passa para  $(\delta_0 + \Delta \delta)$ . Linearizando em torno do ponto  $(P_{e0}, \delta_0)$  podemos escrever

$$\Delta P = (\partial P_e / \partial \delta)_0 \Delta \delta$$

O deslocamento de  $\Delta \delta$  pode ser descrito por

$$M (d^2 \Delta \delta / d t^2) = P_m - (P_e + \Delta P) = -\Delta P \quad (4.1)$$

Ou

$$M (d^2 \Delta \delta / d t^2) + (\partial P_e / \partial \delta)_0 \Delta \delta = 0$$

Ou

$$\left[ M p^2 + (\partial P_e / \partial \delta)_0 \right] \Delta \delta = 0 \quad (4.2)$$

Em que

$$p = d/dt$$

A estabilidade do sistema para pequenas perturbações é determinada pela equação característica

$$Mp^2 + (\partial P_e / \partial \delta)_0 = 0$$

cujas raízes são:

$$p = \pm \sqrt{-(\partial P_e / \partial \delta)_0 / M}$$

Enquanto  $(\partial P_e / \partial \delta)_0$  for positivo as raízes são imaginários puros e conjugadas pelo que o sistema é oscilatório em torno de  $\delta_0$ . A resistência da linha e das bobinas amortecedoras do alternador, cujo efeito não foi considerado no modelo analisado, originam que as oscilações do sistema sejam amortecidas.

Assim, o sistema será estável, para pequenos acréscimos de potência enquanto

$$(\partial P_e / \partial \delta)_0 > 0 \quad (4.3)$$

Quando  $(\partial P_e / \partial \delta)_0$  for negativo, as raízes da equação (4.2) são reais, uma positiva e outra negativa, mas de igual amplitude. O ângulo de carga crescerá indefinidamente após a ocorrência de uma pequena perturbação e o sincronismo é rapidamente perdido. O sistema será então instável para

$$(\partial P_e / \partial \delta)_0 < 0$$

$(\partial P_e / \partial \delta)_0$  é designado como o **coeficiente de sincronização**.

Como já foi referido, a perda do sincronismo traduz-se na prática numa pulsação de corrente entre o alternador e o barramento de potência infinita à medida que os pólos entram e saem do sincronismo. Na realidade, o ângulo de carga não crescerá indefinidamente porque o alternador será desligado da rede pelas proteções, mal a perda de sincronismo se tenha verificado.

Considerando  $|E|$  e  $|V|$  como se mantendo constantes, o sistema será instável se

$$\frac{EV}{X} \cos \delta_0 < 0 \quad (4.4)$$

ou

$$\delta_0 > 90^\circ$$

A potência máxima que pode ser transmitida, sem perda de estabilidade (estabilidade estática), ocorre para

$$\delta_0 = 90^\circ$$

e é dada por

$$P_{\text{máx}} = |E| |V| / X \quad (4.5)$$

Se o sistema está a funcionar abaixo do limite de estabilidade estática (condição dada pela equação 4.3), após a ocorrência de uma pequena perturbação, pode oscilar por um período longo no caso de o amortecimento ser baixo. Oscilações persistentes são um risco para a segurança do sistema. Nos estudos de estabilidade transitória procura-se exatamente analisar as condições de amortecimento do sistema.

A análise feita é também aplicável a sistemas mais complexos em que a ação dos reguladores das turbinas e da excitação dos alternadores, são consideradas. As equações diferenciais que descrevem os modelos são linearizadas no ponto de funcionamento e, de igual modo, as condições de estabilidade são determinadas a partir das equações características correspondentes (que nestes casos são de ordem superior a dois).

Consideremos agora o caso em que a resistência e a susceptância à terra das linhas não são desprezadas. Como se sabe, a potência ativa que circula entre dois barramentos (um produtor e outro consumidor), é dada pela expressão

$$P_R = (|E| |V| / |B|) \cos(\beta - \delta) - (|A| |V|^2 / |B|) \cos(\beta - \alpha) \quad (4.6)$$

Em que:

$P_R$  – Potência Elétrica na receção

$z$ - impedância linear da linha

$y$  - admitância linear á terra

$l$  – comprimento da linha



$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} \text{ Impedância característica da linha}$$

$$\gamma = \sqrt{zy} \text{ Constante de propagação da linha}$$

$$A = D = \text{ch}(\gamma l) = |A| \angle \alpha$$

$$B = Z_c \text{sh}(\gamma l) = |B| \angle \beta$$

$$C = \frac{1}{Z_c} \text{sh}(\gamma l)$$

A, B, C e D são constantes da linha e  $\delta$  é o ângulo de carga do alternador ligado ao barramento produção. A tensão no barramento recepção é considerada como referência, pelo que  $V = |V| \angle 0^\circ$ .

Neste caso, a condição de estabilidade estática é

$$\frac{\delta P_e}{\partial \delta} = \frac{|E||V|}{B} \text{sen}(\beta - \delta) > 0 \quad (4.7)$$

Ou

$$\delta < \beta$$

O limite de estabilidade estática é atingido quando

$$\cos(\beta - \delta) = 1 \Rightarrow \beta = \delta \quad (4.8)$$

Sendo a máxima potência transmissível dada por

$$P_m = |E||V|/|B| - |A||V|^2/|B|\cos(\beta - \alpha) \quad (4.9)$$

No caso de a susceptância ser desprezada, mas a resistência ser considerada

$$Z = R + jX$$

$$B = |B| \angle \beta$$

$$A = |A| \angle \alpha$$

$$B = Z$$

$$|B| > X \quad \beta < 90^\circ$$

$$A = 1 \angle \alpha \quad \alpha = 0^\circ$$

pelo que

$$P_{\max} = \frac{|E||V|}{|B|} - \frac{|V|^2}{|B|} \cos \beta \quad (4.10)$$

Para linhas até 400/500 km

$$A = D = 1 + YZ / 2$$

$$B = Z(1 + YZ / 6)$$

$$C = Y(1 + YZ / 6)$$

Atendendo a que  $|B| > X$  e à presença do sinal negativo na expressão (4.10), resulta que, quando se considera a resistência, a potência máxima transmissível é menor do que no caso em que a resistência é desprezada. Conclui-se então que, não considerando o efeito da resistência, obtemos um resultado otimista para o limite da estabilidade estática.

No caso de a susceptância ser também considerada, temos  $|A| < 1$  e  $\alpha > 0$  o que tem uma influência oposta no termo negativo na expressão (4.10) (o termo positivo mantém-se inalterado) mas a influência total é relativamente pequena. É possível contudo afirmar que desprezar a susceptância conduz a um resultado ligeiramente pessimista para o limite da estabilidade estática. Em estabilidade transitória, na maioria dos casos porém, a melhoria da precisão conseguida não justifica fazer um estudo mais pormenorizado, pela complexidade dos cálculos necessários.

Por outro lado, em estudos de estabilidade transitória a consideração da resistência é importante porque, se não for considerada, obtemos resultados pessimistas, na medida em que a resistência contribui para o amortecimento das oscilações, contribuindo assim para a estabilidade do sistema.

Na análise anterior admitiu-se que a f.e.m. do alternador  $|E|$  se mantém constante (isto é, não foi considerada a influência do regulador de tensão). O resultado é que, à medida que a carga aumenta, a tensão nos terminais do alternador  $|E_t|$  vai decrescendo rapidamente o que não pode ser tolerado na prática. Assim, o limite de estabilidade estática deve ser calculado, considerando que a excitação é ajustada para que  $|E_t|$  se mantenha praticamente constante. É assim que um Sistema Eléctrico de Energia

é explorado na realidade.

## 5. ESTABILIDADE EM REGIME TRANSITÓRIO-CRITÉRIO DAS ÁREAS IGUAIS

Quando ocorre um defeito nos terminais do alternador, ou numa das linhas que interligam o barramento de produção com o sistema, a potência fornecida pela máquina síncrona fica enormemente reduzida, podendo inclusivamente ser nula, uma vez que o alternador passa a alimentar um circuito predominantemente indutivo. No entanto, a potência mecânica que a turbina continua a fornecer ao alternador, não sofre redução nos primeiros instantes que se seguem ao aparecimento do defeito, devido à inércia do sistema de regulação. O rotor tenderá então a acelerar, armazenando assim, sob a forma de energia cinética, o excesso de energia. Mantendo-se o defeito por tempo suficientemente longo, o ângulo rotórico irá aumentar até à perda de sincronismo. Assim, o tempo de atuação da aparelhagem de proteção e o tipo de proteção do sistema são extremamente importantes para a determinação da estabilidade ou instabilidade do sistema após a ocorrência de um dado defeito.

Num sistema constituído por uma máquina síncrona, ligada a um barramento de potência infinita, é possível estudar a estabilidade em regime transitório, por um critério extremamente simples, sem haver necessidade de recorrer à resolução numérica da equação de oscilação (*swing equation*) da máquina síncrona. Este critério, designado por critério das áreas iguais, embora só seja aplicável a um sistema constituído por uma máquina síncrona, ligada a um barramento de potência infinita, é extremamente importante, porque não só permite compreender como alguns fatores influenciam a estabilidade do sistema como, em muitos casos, é possível reduzir um sistema a um sistema equivalente constituído por uma máquina síncrona ligada a um barramento de potência infinita, podendo assim ser analisado utilizando o critério das áreas iguais.

Como se viu, a equação de oscilação de uma máquina síncrona ligada a um barramento de potência infinita, desprezando a ação dos binários amortecedores, é

$$M (d^2 \delta / d t^2) = P_m - P_e = P_a \quad (5.1)$$

Se o sistema for instável  $\delta(t)$  crescerá indefinidamente com o tempo e a máquina perde o sincronismo. Por outro lado, se o sistema for estável  $\delta(t)$  oscilará com oscilações amortecidas (não sinusoidais) devido à existência de amortecimento (não incluído na equação de oscilação 5.1). Estas duas situações estão graficamente representadas na figuras 5.1.

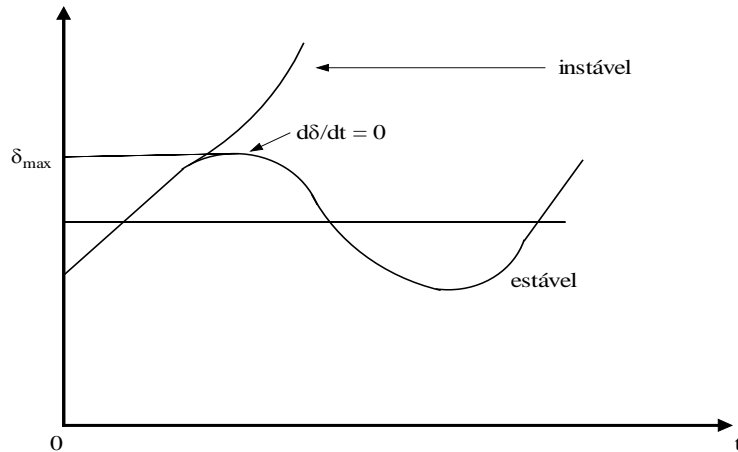


Fig. 5.1 – Representação gráfica de  $\delta(t)$ , num sistema estável e noutro instável

Num sistema estável, na primeira oscilação  $\delta$  atingirá um valor máximo e começará a diminuir. Este facto está de acordo com a afirmação já anteriormente feita, de que o sistema é estável se

$$d \delta / dt = 0$$

e instável se

$$d \delta / dt > 0$$

para um tempo suficientemente longo (geralmente um segundo).

O critério analisado pode ser convertido no já referido critério das áreas iguais.

Multiplicando ambos os membros da equação (5.1) por  $d \delta / dt$  temos

$$M (d^2 \delta / dt^2) (d \delta / dt) = (P_m - P_e) (d \delta / dt)$$

Esta equação pode ser escrita como

$$\frac{1}{2} M \frac{d\delta}{dt} \left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2 = (P_m - P_e) \left( \frac{d\delta}{dt} \right) \quad (5.2)$$

Integrando a equação (5.2), temos

$$(d\delta / dt)^2 = \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{2}{M} (P_m - P_e) d\delta$$

Ou

$$d\delta / dt = \sqrt{\int_{\delta_0}^{\delta} \frac{2}{M} (P_m - P_e) d\delta}$$

Ou

$$d\delta / dt = \sqrt{\frac{2}{M} \int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\delta} \quad (5.3)$$

Em que  $\delta_0$  é o ângulo rotórico inicial, quando a máquina está a funcionar em sincronismo, antes da perturbação ocorrer, altura em que  $d\delta / dt = 0$ . O ângulo  $\delta$  deixará de oscilar e o alternador ficará novamente a funcionar em regime de sincronismo depois da perturbação, quando  $d\delta / dt = 0$  que corresponde a

$$\frac{2}{M} \int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_e) d\delta = 0 \quad (5.4)$$

Da equação anterior temos que

$$\int_{\delta_0}^{\delta} (P_m - P_e) d\delta = \int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\delta = 0 \quad (5.5)$$

Este integral pode ser decomposto em duas parcelas

$$\int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\delta = \int_{\delta_0}^{\delta_i} P_m d\delta + \int_{\delta_i}^{\delta} (P_m - P_{\max} \text{sen } \delta) d\delta = 0$$

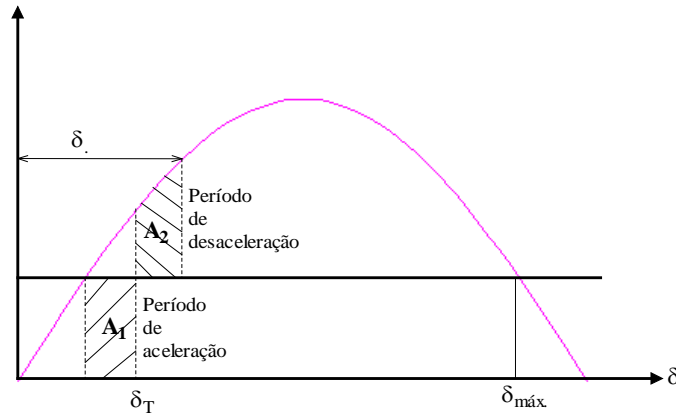
Ou

$$\int_{\delta_0}^{\delta_i} P_m d\delta = - \int_{\delta_i}^{\delta} (P_m - P_{\max} \text{sen } \delta) d\delta \quad (5.6)$$

O primeiro membro desta igualdade corresponde à área  $A_1$  da figura 5.2 e o segundo membro à área

$A_2$ . A área  $A_1$  corresponde à energia aceleradora e a área  $A_2$  à energia desaceleradora. Para que o sistema seja estável é necessário que estas duas áreas sejam iguais. Esta é a razão pela qual o critério é designado por critério das áreas iguais.

A equação (5.1) mostra que a aceleração  $d^2 \delta / dt^2$  varia com a potência aceleradora  $P_a(\delta)$  e da equação (5.3) conclui-se que a velocidade  $d\delta / dt$  varia com  $\int_{\delta_0}^{\delta} P_a d\delta = 0$  que mede as áreas  $A_1$  e  $A_2$  da figura 5.10.



$\delta_T$  – valor do ângulo de carga quando o defeito é eliminado

Fig. 5.2 – Relação entre a potência e o ângulo de carga para um alternador ligado a um barramento de potência infinita.

No caso representado na Fig. 5.2, a potência aceleradora é independente do valor de  $\delta$  e em  $\delta_T$  passa instantaneamente a uma potência desaceleradora, que é dependente do ângulo. Se a situação de defeito se mantiver durante um longo período, pode suceder que o rotor tenha sofrido uma aceleração tal que o binário desacelerador não seja suficiente para anular a aceleração antes de  $\delta_{máx}$  ter sido atingido. Se o rotor ultrapassar este valor do ângulo de carga,  $P_a$  torna-se novamente positiva, isto é, a desaceleração passará a aceleração novamente e o funcionamento do alternador é instável pelo que terá que ser desligado da rede. Este caso é exemplificado pela curva II da fig. 5.3. A curva I da fig. 5.3 corresponde a um alternador a funcionar em regime estável, após a eliminação do defeito.

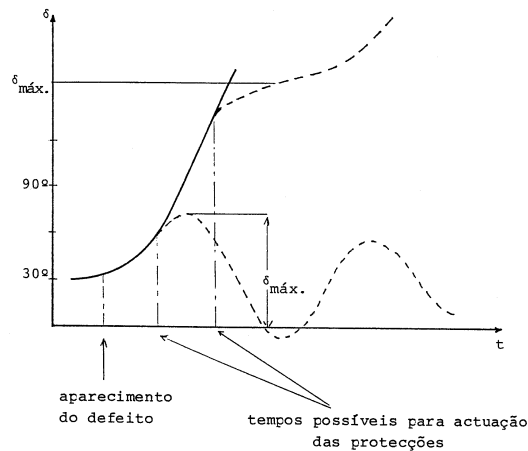


Fig. 5.3 – Evolução no tempo do ângulo de carga do alternador ligado a uma rede de potência infinita, após a ocorrência de um defeito.

Como já foi referido, o critério das áreas iguais para a análise da estabilidade transitória obriga a que a área representando a energia aceleradora e a área representando a energia desaceleradora (fig. 5.2) sejam iguais para o sistema ser estável. Fisicamente o critério exprime que o rotor deve ser capaz de devolver ao sistema toda a energia absorvida da turbina durante o período de aceleração.

Vejamos agora alguns exemplos simples de aplicação do critério das áreas iguais.

Consideremos um alternador a fornecer uma potência eléctrica  $P_{m0}$  a um barramento de potência infinita (fig. 5.4). A fig. 5.4 representa a curva  $P(\delta)$ , com o sistema a funcionar no ponto a ao qual corresponde a potência mecânica  $P_{m0}$ .

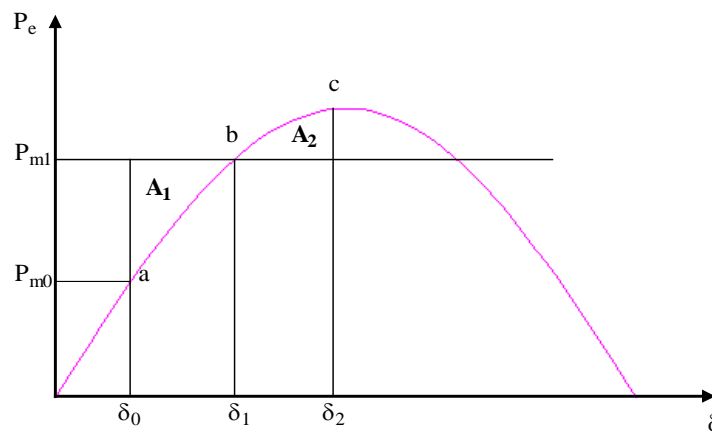


Fig. 5.4 – Relação  $P(\delta)$  para um alternador ligado a um barramento de potência infinita, com a potência mecânica abruptamente aumentada de  $P_{m0}$  para  $P_{m1}$ .

A potência eléctrica transmitida ao barramento de potência infinita é dada por

$$P_e = [|E| |V| / (X_d + X_c)] \text{ sen } \delta = P_m \text{ sen } \delta \quad (5.7)$$

Admitamos que a potência mecânica aumenta instantaneamente para  $P_{m1}$ . A potência aceleradora ( $P_{m1} - P_{m0} = P_a$ ) origina que o rotor acelere. À medida que o ângulo rotórico aumenta, a potência eléctrica fornecida aumenta, reduzindo  $P_a$ , até ao ponto b, em que  $P_a = 0$ . O ângulo de carga, continuará contudo a aumentar, devido à velocidade adquirida ( $d\delta / dt$ ) e  $P_a$  passará a ser negativa, o que significa que passará a haver uma potência desaceleradora. Na fig. 5.4, no ponto c, em que  $A_1 = A_2$  ou  $\int P_a d\delta = 0$  a velocidade angular  $d\delta / dt$  será zero, o que corresponde à velocidade de sincronismo. A velocidade angular passou então a ser negativa devido à potência aceleradora  $P_a$  ser negativa. O ângulo rotórico atingiu então o valor máximo  $\delta_2$  e passará a diminuir até atingir o valor  $\delta_0$ . Por outras palavras, no período  $\delta_1 - \delta_2$  o rotor restitui ao sistema a energia cinética adquirida no período  $\delta_0 - \delta_1$ . O ponto de funcionamento desloca-se ao longo da curva de oscilação até atingir novamente o valor a. Na realidade devido à presença de amortecimento, o sistema oscilará em torno do ponto b ( $\delta = \delta_1$ ) com oscilações amortecidas e finalmente o sistema funcionará em regime estável para  $\delta = \delta_1$  com  $P_e = P_{m1}$ .

As áreas  $A_1$  e  $A_2$  são dadas respetivamente por

$$A_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_{m1} - P_e) \partial \delta$$

$$A_2 = \int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_e - P_{m1}) \partial \delta$$

Para que o sistema seja estável é necessário que exista o ângulo  $\delta_2$  tal que  $A_1 = A_2$ . À medida que  $P_{m1}$  cresce será atingida uma condição limite quando  $A_1$  for igual à área por cima da reta traçada por  $P_{m1}$ , como mostra a fig. 5.5.

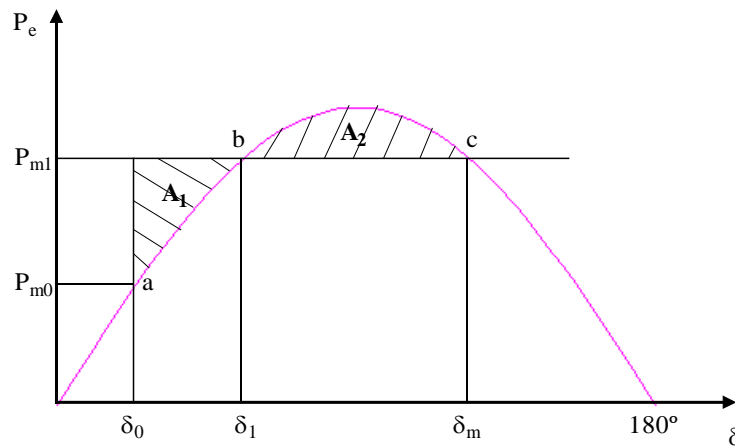


Fig. 5.5 – Limite de estabilidade transitória quando a potência mecânica é abruptamente aumentada de  $P_{m0}$  para  $P_{m1}$ .

Nas condições da Fig. 5.5 o ângulo  $\delta_2$  atinge o seu valor máximo  $\delta_m$  que é

$$\delta_2 = \delta_m = 180^\circ - \delta_1$$

Qualquer aumento em  $P_{m1}$  significa que a área de  $A_2$  é menor que  $A_1$ , pelo que o excesso de energia cinética origina que ultrapasse o ponto c, a potência desaceleradora passe a potência aceleradora e o sistema seja instável. Os valores de  $\delta$ ,  $d\delta / dt$  e  $d^2 \delta / dt^2$  estão representados na Fig. 5.6 e 5.7 para uma situação de estabilidade e outra de instabilidade.

Na situação representada na fig. 5.6 a velocidade anula-se antes de atingir o ponto correspondente a  $\delta_m$ . Assim, deste modo, vai haver oscilações em torno do ponto b, ponto de equilíbrio entre os binários eletromagnéticos e resistente, oscilações cada vez mais amortecidas pelos binários de amortecimento.

Na situação representada na fig. 5.7 o ponto correspondente a  $\delta_m$  é atingido com uma velocidade positiva, que tem vindo a decrescer desde b, devido à aceleração negativa. O ponto correspondente a  $\delta_m$  é então ultrapassado para a direita, passando então a existir novamente um binário acelerador positivo,



com o conseqüente aumento de velocidade. O ângulo rotórico que tinha ultrapassado  $\delta_m$  continua a aumentar, perdendo-se definitivamente o sincronismo.

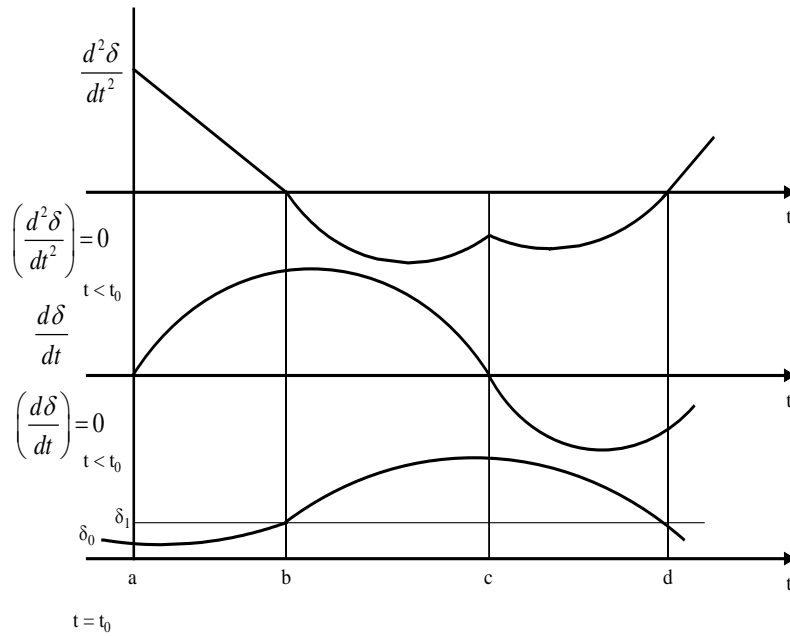


Fig. 5.6 – A velocidade anulou-se no ponto c, antes de se atingir o ponto correspondente a  $\delta_m$ . O ponto b é atingido ao fim de um tempo muito curto devido à presença dos binários de amortecimento. Funcionamento estável.

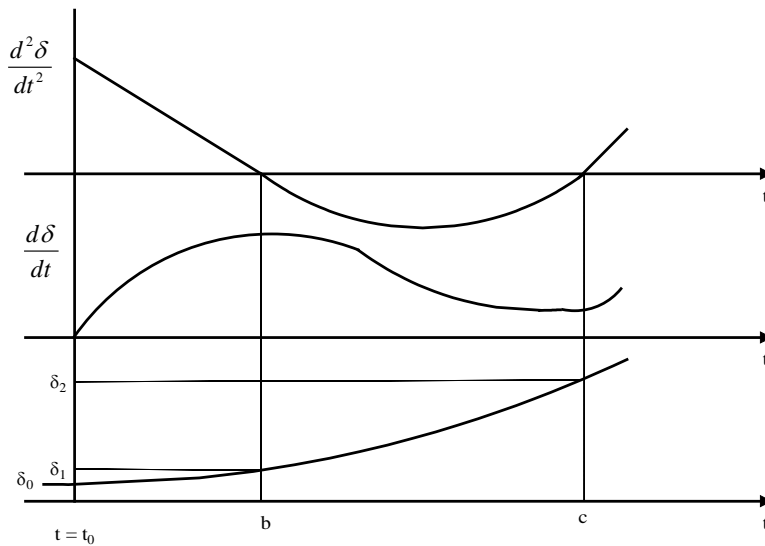


Fig. 5.7 – Funcionamento instável. O ponto c é atingido com uma velocidade  $d\delta/dt$  positiva, sendo o ponto c (correspondente a  $\delta_m$ ) ultrapassado para a direita.

Pode também observar-se da fig. 5.4 que o sistema pode ser estável mesmo que nas oscilações o ângulo do rotor ultrapasse os 90°, logo que o critério das áreas iguais se verifique.

Veamos agora a aplicação do critério das áreas iguais à análise da estabilidade de um sistema constituído por um alternador ligado a um barramento de potência infinita por intermédio de duas linhas em paralelo (fig. 5.8), com reactâncias  $X_1=X_2$ .

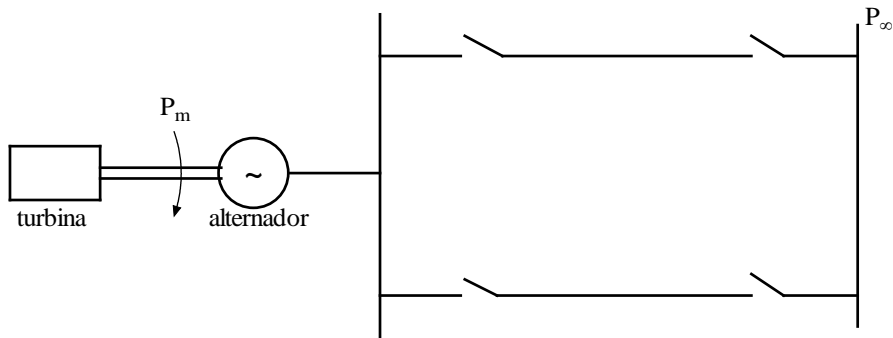


Fig. 5.8 – Alternador ligado a um barramento de potência infinita por intermédio de duas linhas em paralelo.

Analisemos a estabilidade do sistema quando uma das linhas é retirada de serviço (devido à atuação intempestiva das proteções da linha 2, por exemplo) com o sistema a funcionar a uma carga constante.

Antes do aparecimento do defeito a potência fornecida pelo alternador é dada por

$$P_{el} = \frac{|E||V|}{X_d + X_1 // X_2} \text{sen } \delta = P_{mI} \text{sen } \delta \quad (5.8)$$

Quando devido ao aparecimento de defeito a proteção da linha 2 acuta e apenas fica a linha 1 em serviço, a potência fornecida é dada por

$$P_{eII} = \frac{|E||V|}{X_d + X_1} \text{sen } \delta = P_{mII} \text{sen } \delta \quad (5.9)$$

Notar que

$$P_{eII} < P_{eI}$$

Porque

$$X_d + X_1 > X_d + X_1 // X_2$$

Na figura 5.9 estão representadas as curvas  $P(\delta)$  quando ambas as linhas estão em serviço e quando apenas está uma das linhas em serviço (equação 5.9).

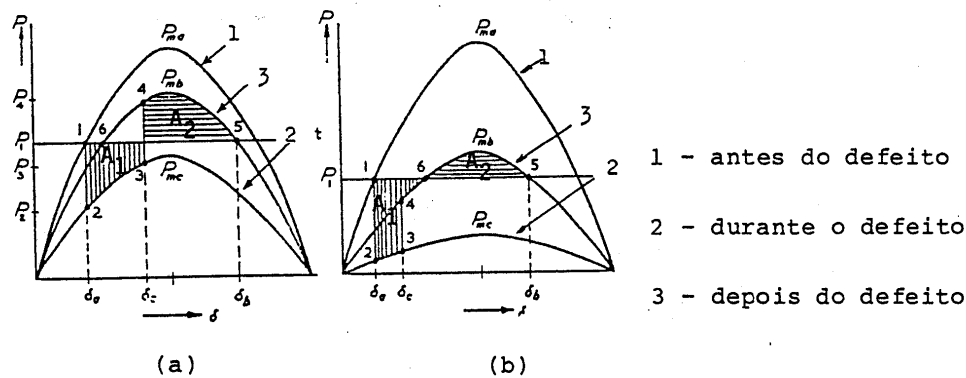


Fig. 5.9 – Critério das áreas iguais aplicado à análise da estabilidade, quando uma das linhas em paralelo sai de serviço.

O sistema estava inicialmente a funcionar no ponto 1 da curva  $P_{ma}$  ao qual corresponde a potência  $P_1$  e o ângulo de carga  $\delta_0$ . Aquando da retirada de serviço da linha 2 o ponto de funcionamento eléctrico passa para a curva  $P_{mb}$  (ponto 6). O rotor adquire então uma energia aceleradora correspondente à área  $A_1$ , seguida de uma energia desaceleradora. Admitindo que existe uma área  $A_2$  correspondente à energia desaceleradora tal que  $A_2 = A_1$ , o sistema será estável e funcionará no ponto 6, ao qual corresponde o ângulo de carga  $\delta_1 > \delta_0$ . Na realidade é assim porque uma linha apenas em funcionamento oferece uma reactância superior do que as duas linhas em paralelo.

Da figura 5.9 também se vê facilmente que se a potência  $P_1$  for aumentada há um limite a partir do qual não existe uma área de desaceleração igual à área de aceleração, pelo que o sistema é instável.

Analiseemos agora o comportamento do sistema da fig. 5.11 quando se dá um curto circuito trifásico na extremidade de uma das linhas de transporte. Antes da ocorrência do defeito a potência fornecida pelo alternador é de

$$P_{el} = [|E| |V| / (X_d + X_1 // X_2)] \sin \delta = P_{ml} \sin \delta \quad (5.10)$$

Após a ocorrência de um curto-circuito trifásico simétrico na extremidade da linha 2 do lado do gerador, este fica isolado do sistema, como mostra a fig. 5.10 b).

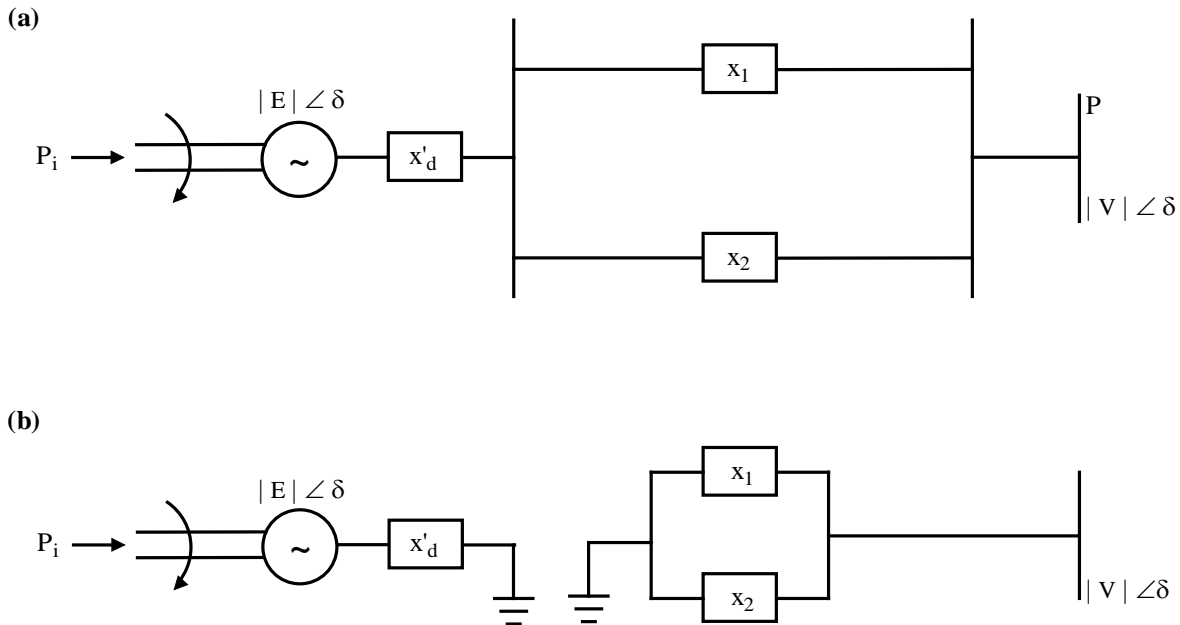


Fig. 5.10 - Curto-Circuito na extremidade de uma das linhas, do lado do alternador

Durante o período em que o defeito se mantém o alternador não fornece potência ao sistema.

Durante o período de defeito (período II) será então

$$P_{eII} = 0$$

pele que o rotor acelera e cresce. O sincronismo será perdido a não ser que, por ação das proteções, o defeito seja rapidamente isolado.

Os disjuntores, nas duas extremidades da linha, isolarão o defeito ao fim do tempo  $t_1$  (ao qual corresponde o ângulo  $\delta_1$ ), isto é, retirarão de serviço a linha em que surgiu o defeito. O alternador passará então a fornecer novamente ao sistema potência através da única linha em serviço (período III). Como agora só temos uma linha a funcionar, em lugar das duas iniciais, a reactância de transferência passa a ser superior à inicial. A potência fornecida ao sistema através da única linha agora em serviço será

$$P_{eIII} = [|E| |V|] / (X'_d + X_1) \sin \delta = P_{mIII} \sin \delta \quad (5.11)$$

Na fig. 5.11 estão representadas as curvas  $P(\delta)$  nos três períodos analisados.

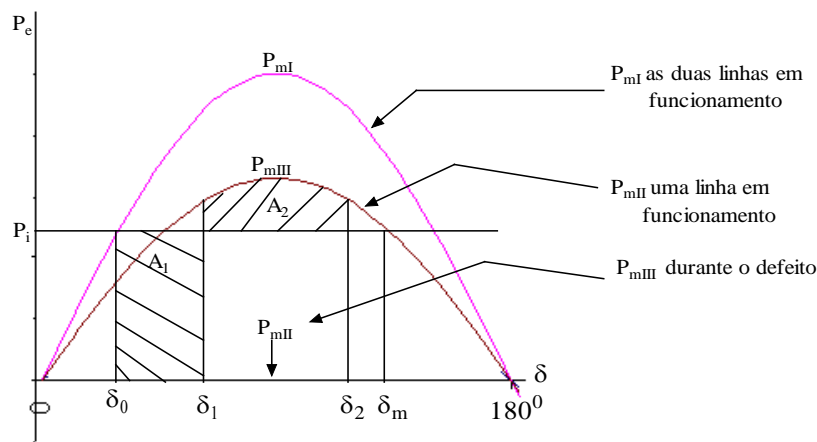


Fig. 5.11 – Critério das áreas iguais aplicado ao sistema da Fig. 5.10

O sistema será estável se existir uma área de desaceleração  $A_2$  igual à área de aceleração  $A_1$  sem que o ângulo  $\delta_m$  seja ultrapassado. Como se vê da fig. 5.11 o valor da área  $A_1$  depende do tempo de atuação  $t_1$  das proteções (ao qual corresponde o ângulo de carga  $\delta_1$ ) pelo que o tempo de atuação das proteções tem que ser inferior ao **tempo de atuação crítico** (ao qual corresponde o ângulo de carga crítico) para que o sistema seja estável.

Designa-se por **ângulo de carga crítico** o máximo valor que o ângulo de carga pode assumir no instante em que a proteção acuta, para que o sistema continue a ser estável após a retirada de serviço da linha em que surgiu o defeito. Se quando a proteção atuar o ângulo de carga já for superior ao ângulo crítico o sistema deixa de ser estável.

Notar que o critério das áreas iguais apenas permite calcular o ângulo crítico. Para se calcular o tempo de atuação crítico é necessário resolver a equação de oscilação (equação 5.1) utilizando métodos numéricos (métodos esses que serão discutidos no parágrafo seguinte). Da fig. 5.11 facilmente se vê que quanto maior for o valor da potência elétrica que estiver a ser fornecida antes do defeito, menor tem que ser o tempo de atuação das proteções para que o sistema seja estável.

Quando o defeito se dá num ponto afastado das extremidades da linha, durante o período de defeito o alternador ainda fornece potência ao sistema. O valor da potência fornecida durante este período (período II) dependerá do tipo de defeito e do ponto do defeito. Admitamos que o defeito surgiu no ponto médio de uma das linhas do sistema representado na fig. 5.12.

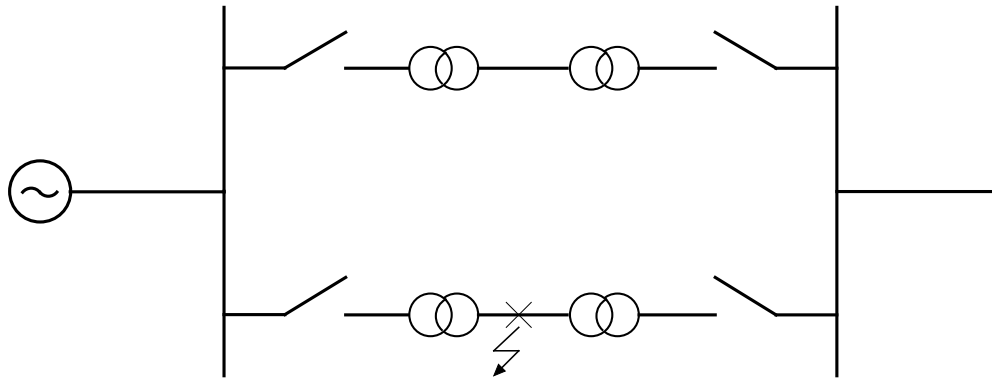


Fig. 5.12 – Curto-circuito trifásico simétrico no ponto médio de uma das linhas

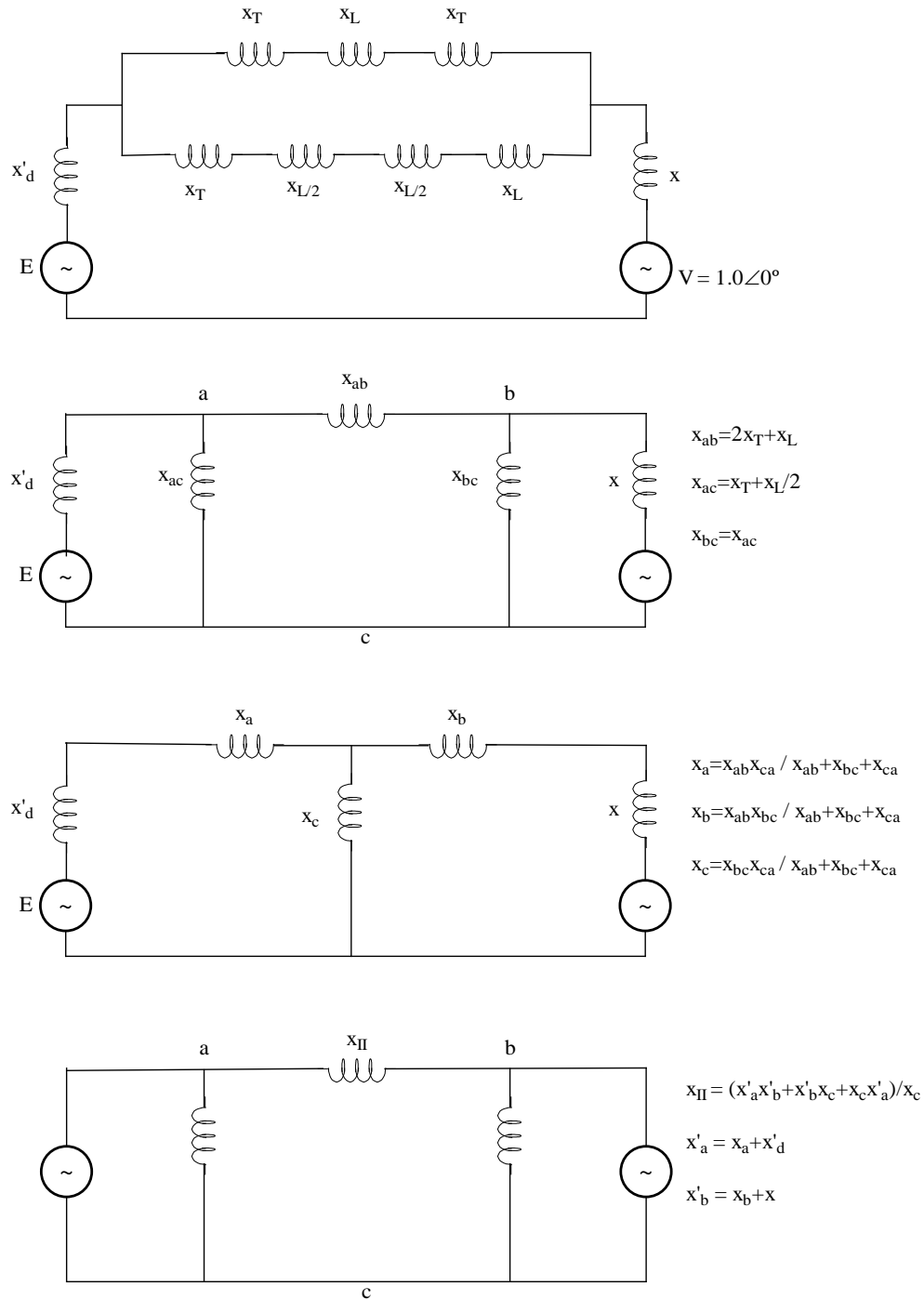


Fig. 5.13 – Curto-circuito trifásico simétrico no ponto médio de uma das linhas do sistema representado na fig.5.12 – esquema equivalente

Na fig. 5.13 está representada a redução do sistema, por intermédio de uma redução triângulo-estrela e outra estrela-triângulo, para a determinação da reactância de transferência no período durante o qual se mantém o defeito (período II).

Notar que na última transformação da fig. 5.13, não há necessidade de calcular  $X_{ac}$  nem  $X_{bc}$  porque são

reactâncias puras em paralelo com o alternador e com o barramento de potência infinita. A potência eléctrica fornecida ao barramento de potência infinita durante a duração do defeito é dada por

$$P_{eII} = [ |E| |V| / (X + X_{II}) ] \sin \delta = P_{mII} \sin \delta \quad (5.12)$$

O cálculo das reactâncias de transferências nos períodos I e III não oferece qualquer dificuldade.

Na fig. 5.14 estão representadas as curvas  $P(\delta)$  nestes três períodos.

A fig. 5.15 representa as três curvas para o caso em que  $\delta_1$  (ângulo de carga quando as proteções acam) é o ângulo crítico.

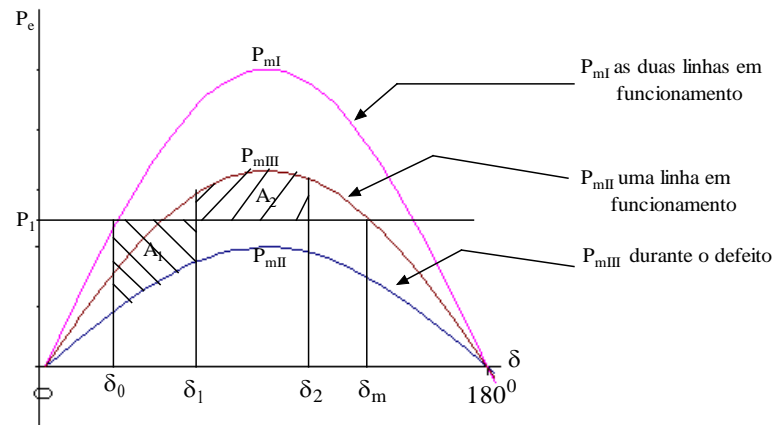


Fig. 5.14 – Defeito no ponto médio de uma das linhas do sistema representado na Fig. 5.12, com  $\delta_1 < \delta_c$  ( $A_1 < A_2$ )

Para tempos de atuação das proteções superiores ao tempo crítico,  $\delta_1$  é superior ao ângulo crítico e o sistema não é estável.



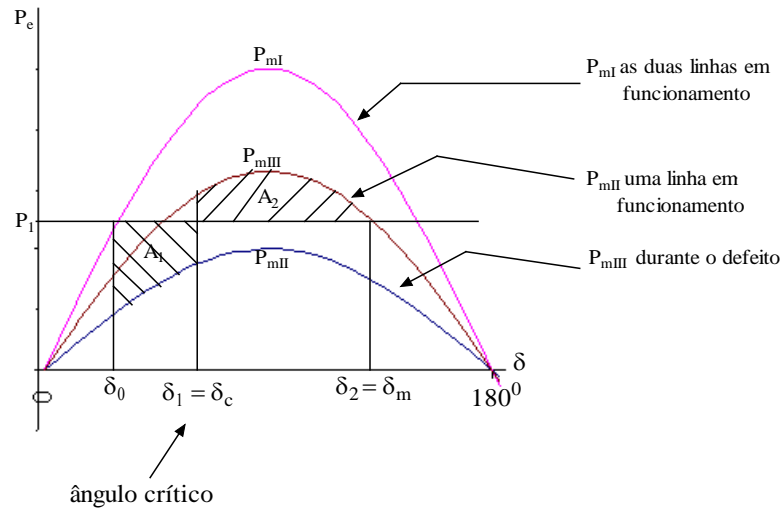


Fig. 5.15 – Defeito no ponto médio de uma linha. Tempo de atuação crítica das proteções ( $A_1=A_2$ )

Notar que, neste caso, em que está a ser transmitida potência durante o período em que o defeito se mantém estamos em melhores condições de estabilidade, quando comparado com o defeito na extremidade das linhas, em que não há potência transferida durante o período em que o defeito se mantém.

Consideremos a fig. 5.15 para a determinação do ângulo crítico. Por aplicação do critério das áreas iguais temos

$$\int_{\delta_0}^{\delta_c} (P_1 - P_{mII} \text{sen } \delta) d\delta + \int_{\delta_c}^{\delta_m} (P_1 - P_{mIII} \text{sen } \delta) d\delta = 0$$

em que

$$\delta_m = 180 - \text{arc sen} \left( \frac{P_1}{P_{mIII}} \right) \quad (5.13)$$

Integrando obtemos

$$[P_1 + P_{mIII} \cos \delta]_{\delta_0}^{\delta_c} + [P_1 + P_{mIII} \cos \delta]_{\delta_c}^{\delta_m} = 0$$

de onde resulta

$$\cos \delta_c = \frac{P_1(\delta_0 - \delta_m) + P_{mII} \cos \delta_0 - P_{mIII} \cos \delta_m}{P_{mII} - P_{mIII}} \quad (5.14)$$

Esta expressão permite calcular o ângulo crítico de atuação das proteções (notar que os ângulos deverão ser expressos em radianos).

### Exemplo 5.1

Um alternador fornece a potência de 1 p.u. a um barramento de potência infinita por intermédio de duas linhas em paralelo. Admitindo que a potência máxima transmissível era de 2.2 p.u., e que ocorre um defeito fase-terra numa das linhas, passando a potência máxima transmissível a ser 0.7 p.u., e que após a abertura da linha com o defeito passa a ser 1.7 p.u., calcular o ângulo crítico pelo critério das áreas iguais.

### Resolução

As curvas potência-ângulo de carga são "mutatis mutandis" as representadas na fig. 5.14.

$$P_0 = 1 \text{ p.u.}, P_{II} = 0.7 \text{ p.u.}, P_{III} = 1.7 \text{ p.u.}, P_1 = 2.2 \text{ p.u.}$$

$$\delta_0 = \text{arc sen} \frac{1}{2.2} = 27.03 \text{ graus eléctricos}$$

$$\delta_{\max} = 180^\circ \text{ arc sen} \frac{1}{1.7} = 143.96 \text{ graus eléctricos}$$

Aplicando a equação (5.6), temos

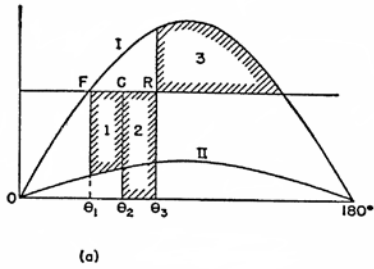
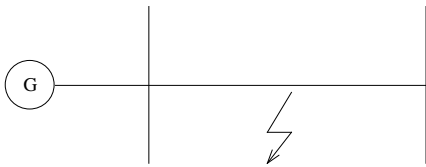
$$\cos \delta_1 = \frac{1 \times (-2.04) + 0.7 \times 0.89 + 1.7 \times 0.81}{0.7 - 1.7} = 0.04$$

Portanto  $\delta_1 = 87.7$  graus eléctricos, será o ângulo crítico.

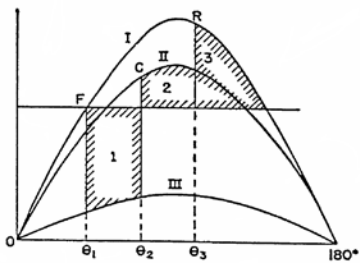
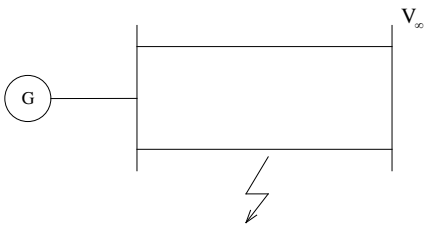
No caso de o sistema de protecção ser munido de reengate automático, será necessário ter esse facto em consideração na análise da estabilidade do sistema. A fig. 5.16 a) mostra a influência do reengate automático na estabilidade de uma máquina síncrona ligada a um barramento de potência infinita por uma linha. Na fig. 5.16 b) é analisada a estabilidade no caso de a máquina síncrona estar ligada ao barramento de potência infinita por duas linhas em paralelo. Neste último caso, se o defeito for transitório, vê-se facilmente por análise da figura 5.16 a importância do reengate na melhoria das condições de estabilidade.

Da análise feita para a estabilidade de um sistema conclui-se que, para um sistema com máquinas síncronas a funcionarem com uma tensão suposta constante, desprezando as perdas e para circuitos com reactâncias constantes, há apenas um limite de estabilidade estática. Contudo, para estudos de

estabilidade transitória há na realidade que ter em consideração várias condições que a afetam. Assim, por exemplo, e para aumentos de carga, o limite de estabilidade transitória depende da carga inicial e do incremento do aumento da carga. Para o isolamento de um defeito pela aparelhagem de corte o limite de estabilidade transitória dependerá do limite de estabilidade para o circuito final e do ângulo de carga inicial. O limite de estabilidade transitória para o caso mais simples, envolvendo um defeito e o sequente isolamento pela proteção, dependerá do ângulo de carga inicial, da severidade do defeito e sua duração e do limite de estabilidade do sistema, depois do defeito ser eliminado. É assim necessário, quando se fala de um limite de estabilidade em regime transitório, especificar quais as condições para que o limite foi calculado.



F – defeito  
C – isolamento  
R – reengate



F – defeito  
C – isolamento  
R - reengate

a) circuito com uma linha

I – funcionamento normal

II – durante o defeito

Para estabilidade, áreas (1+2) e área 3

b) circuito com linha dupla

I – funcionamento com as duas linhas

II – funcionamento com uma linha

III – durante o defeito

Para estabilidade, área 1 e área (2+3)

Fig. 5.16 – Curvas P(d) para um sistema com reengate automático

## 6. ESTABILIDADE EM REGIME TRANSITÓRIO - CONSIDERAÇÃO DO TEMPO

Como se viu no parágrafo anterior o método das áreas iguais é importante para a compreensão do problema da estabilidade de um Sistema Eléctrico. No método das áreas iguais o objetivo é o cálculo do ângulo crítico, para se saber se a estabilidade do sistema é mantida após a ocorrência de um incidente ou não. O mais importante porém, é o conhecimento do tempo que o rotor demora a atingir o ângulo crítico, tempo esse que é denominado **tempo de atuação crítico**. É este tempo que é fundamental ser conhecido para se poder calibrar o tempo de atuação da aparelhagem de proteção, de modo a que o defeito seja eliminado num tempo inferior ao tempo de atuação crítica. O tempo de atuação crítica pode ser obtido a partir da resolução da equação do movimento de uma máquina eléctrica rotativa, utilizando métodos numéricos.

Para sistemas de dimensão real há necessidade de recorrer ao cálculo automático, para o cálculo de  $d$  em função do tempo para todas as máquinas do sistema em que estamos interessados. O ângulo  $d$  deve ser calculado em função de  $t$  para um tempo suficientemente longo para se poder observar se  $d$  cresce indefinidamente ou, se a partir de um dado valor de  $t$ , começa novamente a diminuir.

Pelo traçado da curva de oscilação para vários tempos de atuação da proteção, pode ser determinado o tempo máximo admissível de atuação da proteção, de modo a que o sistema não perca a estabilidade. Os tempos de atuação típicos dos disjuntores são os correspondentes a 8, 5, 3 ou 2 ciclos depois do defeito se ter iniciado, e assim é possível especificar o tempo máximo de atuação do disjuntor, para que o sistema se mantenha estável após a ocorrência de um defeito numa linha. Os estudos devem ser feitos para as situações de defeito que originam o menor trânsito de potência da máquina para o Sistema Eléctrico e para as situações de carga mais severas para as quais as proteções contra perda de estabilidade devem ser eficientes.

Para se calcular a evolução temporal do ângulo de carga do alternador teremos que resolver a equação do movimento da máquina síncrona, que é uma equação diferencial de 2ª ordem (equação 5.1), como veremos posteriormente.

## 7. MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE 2ª ORDEM

### 7.1 INTRODUÇÃO

Há vários métodos numéricos que podem ser aplicados à resolução da equação do movimento de uma máquina girante, que é uma equação diferencial de 2ª ordem, com condições iniciais.

Num método de passo único o valor de  $y_{n+1}$  pode ser calculado se apenas  $y_n$  é conhecido. Os métodos de Euler e de Runge-Kutta são métodos de passo único.

A função  $y = g(x)$  é uma solução de uma equação diferencial de 1ª ordem num dado intervalo  $a < b$  se for definida e diferenciável no intervalo e tal que a equação fica uma identidade quando  $y$  e  $y'$  são substituídos por  $g$  e  $g'$  respetivamente.

Por exemplo a função  $y = g(x) = e^{2x}$  será uma solução da equação diferencial de 1ª ordem

$$y' = 2y$$

porque  $y' = 2e^{2x}$  e substituindo na equação diferencial teremos a identidade

$$2e^{2x} = 2e^{2x}$$

Notemos porém que, de um modo geral, não é possível determinar analiticamente a solução de uma equação diferencial pelo que é necessário utilizar métodos numéricos.

Para os modelos simplificados adotados na representação do comportamento transitório do sistema eléctrico utilizam-se normalmente métodos de integração de "passo simples". Regra geral estes métodos de integração numérica empregam um método "passo a passo" para a determinação de valores da variável dependente para um conjunto de valores pré-seleccionados da variável independente, que no caso da equação de oscilação da máquina síncrona, é o tempo. O processo mais usual, e mais simples, é seleccionar os valores da variável independente como múltiplos de um intervalo fixo. A precisão da solução dependerá então do método numérico usado e da amplitude do intervalo escolhido. Uns métodos são mais elaborados que outros e, conseqüentemente, mais pesado numericamente, podendo apenas ser usados em cálculo automático. Outros porém, são mais simples e é possível a sua utilização no cálculo manual.

Os métodos numéricos mais utilizados para a resolução deste tipo de equações diferenciais são:

- \* O método de Euler (devido ao matemático Suíço, Leonhard Euler, (1707-1783));
- \* O método de Euler modificado;
- \* O método de Runge-Kutta (devido aos matemáticos Alemães Carl Runge, (1856-1927) e Wilhelm Kutta, (1867-1944))
- \* Métodos de Adams (devidos a Adams Bashforth e Adams Moulton)
- \* Método de Gear

Consideremos a equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y(x)), y(x_0) = y_0$$

x – variável independente

y – variável dependente

$y_0$  é o valor inicial da função no ponto  $x_0$

Os métodos que vamos abordar para a resolução de sistemas de equações diferenciais não lineares, pertencem à classe dos métodos de variável discreta para problemas com condições iniciais.

Estes métodos têm como objetivo calcular aproximações para a solução, num conjunto de pontos discretos  $x_0, x_1, x_2, \dots$ , da variável independente.

A solução aproximada obtida é definida por uma tabela de valores  $(x_n, y_n)$  para  $n=1, 2, \dots$

Podemos definir um passo  $h$  fixo ou variável (único, múltiplo). Os métodos de passo único requerem em cada iteração apenas o conhecimento do valor das variáveis dependentes das iterações anteriores, enquanto que os métodos de passo múltiplo requerem o conhecimento dos valores dos variáveis dependentes de várias das iterações precedentes, dependendo da ordem do método escolhido. Num método de passo único o valor de  $y_{n+1}$  pode ser calculado se  $y_n$  apenas é conhecido. Os métodos de Euler e de Runge-Kutta são métodos de passo único.

A principal vantagem dos métodos de passo único, em relação aos métodos de passo múltiplo, é que é suficiente conhecer o valor da função no ponto inicial, para se poder determinar os seus valores nos pontos seguintes.

A precisão da solução encontrada vai depender do método e do passo de integração utilizado. Associados à resolução numérica de uma equação diferencial existem erros, nomeadamente **erros de arredondamento** e **erros de truncatura** (ou discretização). Define-se erro de truncatura global,  $e_n$ , como a diferença entre o valor exato da função  $y(x_n)$  no ponto  $x_n$  e o valor  $y_n$  calculado pelo método adotado:

$$e_n = y(x_n) - y_n$$

Os erros de truncatura dependem do tipo, ordem e passo do método de integração usado.

Os erros de arredondamento surgem na execução das operações aritméticas e devem-se à incapacidade do computador para representar os números de forma exata. Em lugar de  $y_n$ , obtém-se um valor  $y_n^{\text{cal}}$  que difere de  $y_n$  devido a erros de arredondamento. O erro de arredondamento local é propagado ao longo do processo iterativo. Define-se então erro de arredondamento acumulado por:

$$r_n = y_n - y_n^{\text{cal}}$$

ou seja, é a diferença entre o valor calculado pelo método numérico e o valor obtido pelo computador em  $x=x_n$ .

Para se reduzir os erros de truncatura normalmente escolhe-se um passo de integração pequeno, mas quanto mais pequeno for o passo de integração maior é o número de iterações e conseqüentemente os erros de arredondamento acumulados. Haverá assim um passo de integração ótimo para cada problema, só que na prática é muito difícil de encontrar.

Na resolução de equações diferenciais ordinárias, se os erros não aumentam de iteração para iteração então diz-se que o procedimento é numericamente estável. Caso contrário, poderá surgir instabilidade numérica de dois tipos: instabilidade inerente ou instabilidade induzida.

A instabilidade inerente ocorre quando os erros (de arredondamento ou truncatura) se propagam através dos cálculos com efeito crescente, de tal forma que a solução obtida pode distanciar-se drasticamente da solução exata.

A instabilidade induzida está diretamente relacionada com o método utilizado na resolução numérica das equações diferenciais.

A estabilidade do método é basicamente uma medida da diferença entre a solução aproximada e a solução exata à medida que o número de passos de integração aumenta.

Um sistema é rígido (stiff na literatura anglo saxónica) quando a solução temporal conjuga respostas individuais com velocidades de variação muito diferentes.

Um sistema de equações diferenciais diz-se rígido se a razão entre o maior e o menor valor próprio é muito superior a um. Nestes casos o critério de estabilidade deve ser satisfeito para todos os valores próprios, o que pode obrigar a usar passos extremamente pequenos, aumentando assim o tempo de execução.

As dificuldades numéricas do tratamento dos sistemas rígidos resulta basicamente da existência de componentes da solução com comportamentos totalmente distintos, transitórios rápidos sobrepostos a evoluções muito mais lentas.

Os métodos de integração numérica são classificados em explícitos ou implícitos. Nos métodos explícitos o valor da variável dependente  $y$  para qualquer valor da variável independente  $x$  é calculado a partir do conhecimento do valor anterior da variável independente. Uma limitação dos métodos de integração explícitos é a de que não são numericamente estáveis. Os métodos de integração explícitos mais usados são o Método de Euler / Euler Modificado e o Método de Runge – Kutta (RK).

Os métodos de integração implícitos usam funções de interpolação e permitem passos de integração relativamente elevados, tornando-os atrativos para simulações de média e longa duração. Os Métodos de integração implícitos mais usados são o Método de Gear e o Método de Adams – Bashford.

A principal vantagem dos métodos de passo único em relação aos métodos de passo múltiplo é que é suficiente conhecer o valor da função no ponto inicial, para se poder determinar os seus valores nos pontos seguintes.

## **7.2 MÉTODO DE INTEGRAÇÃO ESPECÍFICO DA EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO DAS MÁQUINAS SÍNCRONAS (MÉTODO PASSO A PASSO)**

A integração da equação simplificada da oscilação de uma máquina síncrona pode ser realizada usando qualquer um dos métodos gerais de integração de equações diferenciais, nomeadamente o método de Euler, Euler modificado e Runge-Kutta. É contudo possível tirar partido da forma específica da equação de oscilação da máquina síncrona simplificada e utilizar um método passo a passo particularmente adequado para este tipo de equação.

Neste método considera-se que uma ou mais das variáveis são constantes num pequeno intervalo de tempo  $\Delta t$ , ou então variáveis segundo leis conhecidas, de tal modo que, com as hipóteses consideradas, as equações possam ser resolvidas para as outras variáveis no mesmo intervalo de tempo. A partir dos



valores das outras variáveis calculadas para o fim do intervalo é possível calcular novos valores para as variáveis que foram consideradas constantes. Estes novos valores das variáveis são usados para os cálculos no intervalo de tempo seguinte.

Quando se aplica este método de resolução de equações diferenciais, à resolução da equação de oscilação de uma máquina síncrona é costume considerar-se a potência aceleradora (e portanto a aceleração) como constante ao longo de cada intervalo de tempo  $\Delta t$ , embora com valores diferentes para os diferentes intervalos de tempo. Com esta hipótese simplificativa obtém-se a variação dos valores de  $d$  e  $\omega$  ao longo do intervalo de tempo que está a ser considerado, e portanto os valores de  $d$  e  $\omega$  no fim do intervalo podem ser calculados a partir dos valores conhecidos de  $d$  e  $\omega$  no início do intervalo. Antes de se poder iniciar o cálculo para o intervalo de tempo seguinte, é necessário porém saber qual o valor da potência aceleradora para o início desse intervalo. A potência mecânica fornecida pelas turbinas aos alternadores é, regra geral, considerada constante após a ocorrência do defeito, devido à resposta lenta dos reguladores das turbinas, mas a potência eléctrica fornecida é função dos ângulos rotóricos relativos das máquinas. É assim necessário realizar um estudo de trânsito de potências para se conhecer no fim do intervalo de tempo, qual o valor da tensão (em módulo e fase) nos diversos barramentos do sistema.

O método específico de integração da equação de oscilação simplificada da máquina síncrona, admite duas hipóteses alternativas, que passaremos a designar por **Variante I e II**. Iremos ver que a Variante II é mais simples e mais precisa, sendo assim a que é normalmente usada.

Analisemos as duas variantes do método específico de integração da equação da oscilação simplificado das máquinas síncronas.

### 7.2.1 Método de integração específica da equação de oscilação - Variante I

Como já foi referido anteriormente a equação simplificada da oscilação de uma máquina síncrona é

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_a \quad (7.1)$$

Consideremos o valor da potência aceleradora constante durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ , e com o valor calculado para o início do intervalo.

Dividindo a equação (7.1) por  $M$  e integrando duas vezes em relação a  $t$ , temos

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega = \omega_0 + \frac{P_a}{M} t \quad (7.2)$$

e

$$\delta = \delta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \frac{P_a}{M} t^2 \quad (7.3)$$

As equações (7.2) e (7.3) dão respetivamente  $\omega$ , o excesso de velocidade da máquina em relação à velocidade de sincronismo, e  $\delta$ , o ângulo rotórico da máquina em relação a um eixo de referência, rodando à velocidade de sincronismo.  $\delta_0$  e  $\omega_0$  são respetivamente os valores de  $\delta$  e  $\omega$  no início do

intervalo. Estas equações são válidas para qualquer instante do intervalo de tempo em que  $P_a$  foi considerado como constante. Os valores em que estamos interessados são porém os valores de  $\delta$  e  $\omega$  no fim do intervalo. O índice  $n$  passará a indicar que se trata do valor da grandeza no fim do intervalo de tempo  $n$ . Do mesmo modo, o índice  $(n - 1)$  indicará que se trata do valor de uma grandeza no fim do intervalo  $(n - 1)$ , que é o início do intervalo  $n$ . Seja  $\Delta t$  a amplitude do intervalo. Substituindo nas equações (7.2) e (7.3) e usando os índices apropriados temos para valores da velocidade angular e do ângulo de carga no fim do intervalo  $n$ , respetivamente

$$\omega_n = \omega_{n-1} + \Delta t \frac{P_{a(n-1)}}{M} \quad (7.4)$$

$$\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta t \omega_{n-1} + (\Delta t)^2 \frac{P_{a(n-1)}}{2M} \quad (7.5)$$

Os incrementos da velocidade angular e do ângulo rotórico durante o intervalo de ordem  $n$  são respetivamente

$$\Delta \omega_n = \omega_n - \omega_{n-1} = \Delta t \frac{P_{a(n-1)}}{M} \quad (7.6)$$

$$\Delta \delta_n = \delta_n - \delta_{n-1} = \Delta t \omega_{n-1} + (\Delta t)^2 \frac{P_{a(n-1)}}{2M} \quad (7.7)$$

Estas quatro equações podem ser utilizadas para a resolução da equação de oscilação das máquinas síncronas pelo método iterativo "passo a passo". Quando apenas se pretende calcular a curva de oscilação da máquina e não calcular a velocidade angular,  $\omega_{n-1}$  pode ser eliminado das equações (7.5) e (7.7).

Escrevendo a equação (7.5) para o intervalo  $(n - 1)$  teremos

$$\delta_{n-1} = \delta_{n-2} + \Delta t \omega_{n-2} + (\Delta t)^2 \frac{P_{a(n-2)}}{2M} \quad (7.8)$$

Subtraindo a equação (7.8) da equação (7.5) temos

$$\delta_n - \delta_{n-1} = \delta_{n-1} - \delta_{n-2} + \Delta t (\omega_{n-1} - \omega_{n-2}) + (\Delta t)^2 \frac{P_{a(n-1)} - P_{a(n-2)}}{2M} \quad (7.9)$$

Porém

$$\begin{aligned}\delta_n - \delta_{n-1} &= \Delta \delta_n \\ \delta_{n-1} - \delta_{n-2} &= \Delta \delta_{n-1} \\ \omega_{n-1} - \omega_{n-2} &= \Delta \omega_{n-1}\end{aligned}$$

e da equação (7.4) temos

$$\Delta \omega_{n-1} = \Delta t \frac{P_{a(n-2)}}{M}$$

Substituindo na equação (7.9) obtemos

$$\begin{aligned}\Delta \delta_n &= \Delta \delta_{n-1} + \Delta t \left( \frac{\Delta t}{M} P_{a(n-2)} \right) + \frac{(\Delta t)^2}{M} \frac{(P_{a(n-1)} - P_{a(n-2)})}{2} = \\ &= \Delta \delta_{n-1} + \frac{(\Delta t)^2}{M} \frac{(P_{a(n-1)} + P_{a(n-2)})}{2}\end{aligned}\quad (7.10)$$

A equação (7.10) dá-nos o incremento do ângulo  $\delta$  durante qualquer intervalo de tempo, em função do incremento no intervalo de tempo anterior. Esta equação pode então ser usada para o método "passo a passo" em lugar das equações (7.4) e (7.5). O intervalo de tempo  $\Delta t$  deve ser suficientemente pequeno para o método ter uma precisão aceitável.

### Exemplo 7.1

Considere uma máquina síncrona a funcionar a 50 Hz, com uma constante de inércia  $H = 2.7$  MJ/MVA. A máquina está inicialmente a funcionar num regime estável com uma potência mecânica igual à potência eléctrica que é igual a 1 p.u., e com um deslocamento angular de  $45^\circ$  eléctricos em relação a um barramento de potência infinita. Admitamos que depois da ocorrência de um defeito, a potência de entrada se mantém constante e que a potência de saída é dada por

$$P_e = \frac{\delta}{90^\circ}$$

Defina analiticamente e pelo método "passo a passo" um ciclo da curva de oscilação. Considere vários valores para  $\Delta t$ , sendo  $\Delta t = 0.05$  s o mais pequeno.

### Resolução analítica

A equação diferencial que nos dá o movimento da máquina síncrona, com  $\delta$  expresso em radianos eléctricos é

$$M \left( \frac{d^2 \delta}{dt^2} \right) = P_a = P_m - P_e = 1 - 2 \frac{\delta}{\pi} \quad (7.11)$$

As condições iniciais ( $t=0$ ) são

$$\delta_0 = \frac{\pi}{4} \quad e \quad \frac{d\delta}{dt} = 0 \quad (7.12)$$

A solução desta equação é

$$\delta = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \cos\left(\sqrt{\frac{2}{\pi M}} t\right) \quad (7.13)$$

o que pode ser facilmente verificado derivando (7.13) duas vezes em relação ao tempo e entrando em consideração com as condições iniciais.

O período de oscilação é dado por

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2}{\pi M}}} = \pi\sqrt{2\pi M}$$

O momento de inércia é

$$\begin{aligned} M &= SH/(\pi f) = 2.7/(\pi \times 50) = 0.0172 \text{ MJ} \cdot \text{s}^2 / \text{rad} \cdot \text{elect.} \\ &= H/(180 \times f) = 3 \times 10^{-4} \text{ MJ} \cdot \text{s}^2 / \text{grau} \cdot \text{elect.} \end{aligned}$$

Usando o valor do momento de inércia expresso em radianos eléctricos o período de oscilação é

$$T = \pi\sqrt{(2\pi \times 0.0172)} = 1.03 \text{ s}$$

Se  $\delta$  for expresso em graus, em lugar de radianos, a solução será:

$$\delta = 90^\circ - 45^\circ \cos\left(\sqrt{\frac{2}{180 \times 3 \times 10^{-4}}} \left(\frac{180}{\pi}\right) t\right)^\circ \quad (7.14)$$

$$\delta = 90^\circ - 45^\circ \cos(348t)^\circ \quad (7.14)$$

Como facilmente se vê a amplitude da oscilação é de  $45^\circ$ .

Os valores do ângulo de carga obtidos analiticamente a partir da equação (7.14) estão calculados na tabela 7.1 para acréscimos de 0.05 de  $t$ .

Tabela 7.1

t (seg)	□(graus)	t (seg)	□(graus)
0	45.0	0.50	134.8
0.05	47.1	0.55	134.1
0.10	53.1	0.60	129.2
0.15	62.5	0.65	120.8
0.20	74.4	0.70	109.6
0.25	87.8	0.75	96.6
0.30	101.4	0.80	82.9
0.35	113.9	0.85	69.9
0.40	124.2	0.90	58.8
0.45	131.4	0.95	50.5
		1.00	45.9

### Resolução usando o método passo a passo

Consideremos  $\Delta t = 0.05$ . Substituindo os valores de M e  $\Delta t$  nas equações (7.6) e (7.7)

$$\Delta \omega = \frac{\Delta t}{M} P_{a(n-1)} = \frac{0.05}{0.0003} P_{a(n-1)} = 166.7 P_{a(n-1)} \quad (7.15)$$

$$\Delta \delta_n = \Delta t \omega_{n-1} + \frac{(\Delta t)^2}{2M} P_{a(n-1)} = 0.05 \omega_{n-1} + 4.2 P_{a(n-1)} \quad (7.16)$$

obtemos pontos da curva de oscilação empregando as equações (7.15) e (7.16) (tabela 7.2).

Comparando as curvas de oscilação obtidas por resolução analítica e pelo método "passo a passo" pode observar-se que a precisão do método passo a passo é pequena. A precisão poderia contudo ser melhorada diminuindo o valor de  $\Delta t$ , à custa portanto de um aumento do tempo de cálculo. A falta de precisão do método iterativo usado não é difícil de justificar. Consideremos por exemplo a primeira metade do período da curva de oscilação, em que a aceleração está a diminuir. A variação da aceleração com o tempo está representada na fig. 7.1.

Tabela 7.2

Pontos da curva de oscilação do exemplo 7.1 calculados pelo método “passo a passo” (variante I)

t seg	$P_e$ p.u.	$P_a$ p.u.	$\Delta\omega$ graus/s	$\omega$ graus/s	$\Delta\delta$ graus	$\delta$ graus
0	0.50	0.50	83	0	2.0	45.0
0.05	0.52	0.48	79	83	6.1	47.0
0.10	0.59	0.41	68	162	9.8	53.1
0.15	0.69	0.31	50	231	12.7	62.9
0.20	0.84	0.16	26	281	14.7	75.7
0.25	1.01	-0.01	0	307	15.3	90.4
0.30	1.18	-0.18	-29	306	14.6	105.8
0.35	1.34	-0.34	-56	277	12.4	120.4
0.40	1.48	-0.48	-79	220	9.0	132.9
0.45	1.58	-0.58	-96	141	4.6	142.0
0.50	1.63	-0.63	-105	45	-0.3	146.7
0.55	1.63	-0.63	-104	-60	-5.5	146.3
0.60	1.56	-0.56	-94	-164	-10.5	140.8
0.65	1.45	-0.45	-74	-258	-14.7	130.2
0.70	1.28	-0.28	-47	-333	-17.8	115.5
0.75	1.08	-0.08	-14	-380	-19.3	97.6
0.80	0.87	0.13	21	-394	-19.1	78.3
0.85	0.66	0.34	57	-372	-17.2	59.1
0.90	0.47	0.53	89	-315	-13.5	41.8
0.95	0.31	0.69	114	-226	-8.5	28.2
1.0	0.22	0.78	130	-112	-2.4	19.0

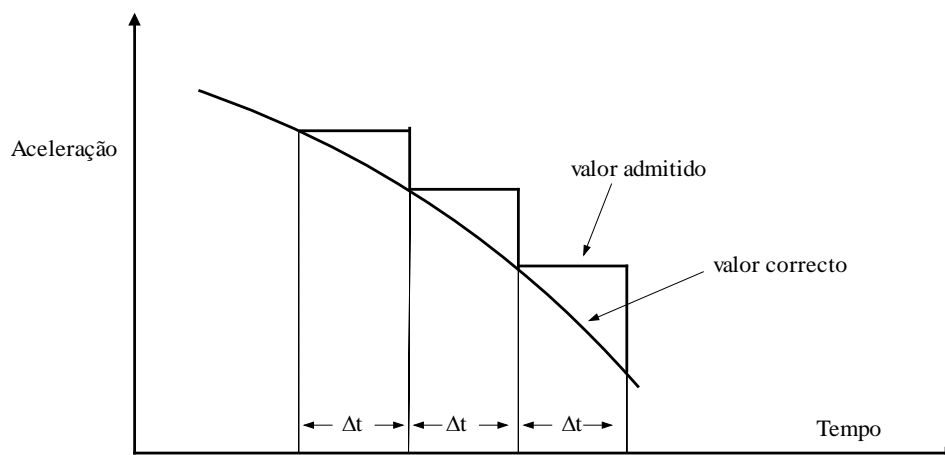


Fig. 7.1 – Valor correcto e admitido da aceleração para o método de integração numérica “passo a passo” (variante I).

No método de resolução passo a passo estudado a aceleração foi suposta constante em cada intervalo de tempo  $\Delta t$ , e de valor igual ao da aceleração no início do intervalo como mostra a figura 7.1. Considerando o 1º ciclo de oscilação da máquina, em que a aceleração está a diminuir (Fig.7.1) o valor admitido para a aceleração é sempre maior que o valor correto, pelo que a velocidade calculada vai progressivamente tornando-se maior do que a velocidade verdadeira e o valor calculado para o avanço da posição angular do rotor é da mesma maneira maior do que o verdadeiro valor. A segunda metade do período da curva de oscilação é assim iniciada com um valor da amplitude maior do que o verdadeiro valor. Na segunda metade do período a aceleração está a aumentar e, durante este período, a aceleração é demasiado pequena, isto é, muito negativa. A velocidade negativa calculada é assim muito grande em valor absoluto e o atraso da posição angular calculada é exageradamente grande. Assim, a amplitude da oscilação aumentará em cada oscilação.

### 7.2.2 Método de integração específica da equação de oscilação - Variante II

Para eliminar, ou melhor, reduzir o erro introduzido na Variante I de integração numérica passo a passo, resultante da aceleração ser considerada constante no intervalo  $\Delta t$  e de valor igual ao valor da aceleração no início do intervalo, considera-se para valor admitido da aceleração, o valor que esta toma a meio do intervalo. Por análise da fig. 7.2a) pode ver-se que a aceleração a meio do intervalo é aproximadamente igual à aceleração média no intervalo, como pode ser observado pela área dos triângulos acima e abaixo da curva correta da aceleração.

A hipótese feita na Variante II é então a de que a aceleração se mantém constante no intervalo de tempo  $\Delta t$  e de valor igual ao valor calculado para o meio do intervalo.

Se se admitir porém, que os valores de aceleração são calculados nos pontos iniciais e finais dos intervalos de tempo, tem que se reformular a hipótese anterior. Pode-se então dizer que a aceleração calculada no início de qualquer intervalo de tempo se supõe constante desde a metade do intervalo anterior até à metade do intervalo que está a ser considerado. Considere-se, por exemplo, os cálculos para o intervalo que se inicia no instante  $t=(n-1)\Delta t$  (fig.7.2c). A posição angular neste instante é  $\delta_{n-1}$  e a aceleração  $a_{n-1}$  calculada para o instante  $(n-1)\Delta t$ , é suposta constante de

$$t = (n - \frac{3}{2})\Delta t \quad \text{a} \quad t = (n - \frac{1}{2})\Delta t$$

Neste intervalo de tempo a variação da velocidade é-nos dada por:

$$\Delta\omega_{n-1/2} = \Delta t a_{n-1} = \frac{\Delta t}{M} P_{a(n-1)} \quad (7.17)$$

sendo portanto a velocidade no fim do intervalo dada por

$$\omega_{n-1/2} = \omega_{n-3/2} + \Delta\omega_{n-1/2} \quad (7.18)$$

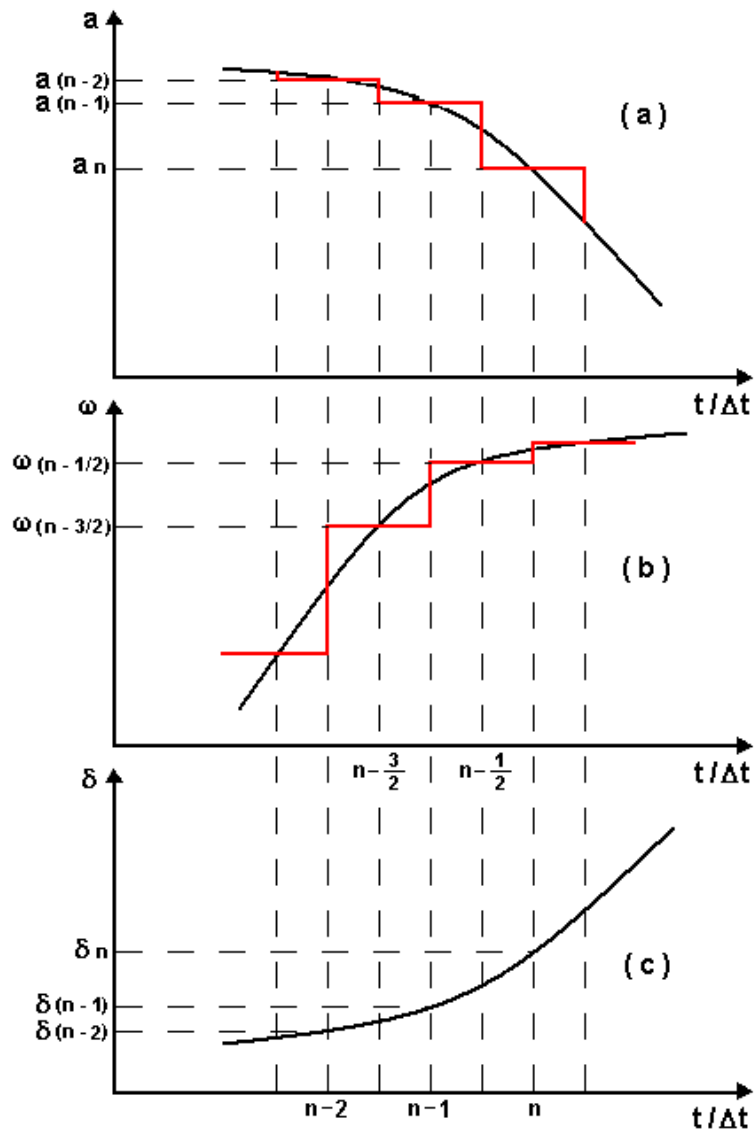


Fig. 7.2 - Valores correntes e admitidos para a aceleração (a), velocidade angular ( $\omega$ ) e posição angular ( $\delta$ ) em função do tempo, para o método específico da resolução numérica da equação de oscilação (Variante II).

Com a hipótese feita para a aceleração, a velocidade variaria linearmente com o tempo ao longo do intervalo. Porém, para simplificar os cálculos, é costume considerar-se que a velocidade varia em degraus no meio do período, isto é, para  $t=(n-1)\Delta t$ , que é o instante para o qual a aceleração foi calculada. Entre os degraus a meio dos intervalos, a velocidade é considerada constante, como mostra a fig. 7.2b. No intervalo  $n$ , ou seja, de  $t=(n-1)\Delta t$  a  $t=n\Delta t$ , a velocidade manter-se-á constante no valor  $\omega_{n-1/2}$ .

A variação do ângulo rotórico no intervalo  $n$  é por isso

$$\Delta \delta_n = \Delta t \omega_{n-1/2} \quad (7.19)$$



e o ângulo rotórico ao fim do intervalo é

$$\delta_n = \delta_{n-1} + \Delta \delta_n \quad (7.20)$$

como mostra a figura 7.2 c.

No caso de não se estar interessado no cálculo da velocidade angular, mas apenas no cálculo da posição angular do rotor em função do tempo, pode-se usar uma expressão para cálculo de  $\Delta \delta_n$ , na qual  $\omega$  tenha sido eliminado. Por substituição de (7.17) em (7.18) e do resultado na equação (7.19), obtemos:

$$\Delta \delta_n = \Delta t \omega_{n-3/2} + \frac{(\Delta t)^2}{M} P_{a(n-1)} \quad (7.21)$$

Por analogia com a equação (7.19)

$$\Delta \delta_{n-1} = \Delta t \omega_{n-3/2} \quad (7.22)$$

Substituindo (7.22) em (7.21) obtemos

$$\Delta \delta_n = \Delta \delta_{n-1} + \frac{(\Delta t)^2}{M} P_{a(n-1)} \quad (7.23)$$

equação que, como a equação (7.10) da Variante I, dá o incremento do ângulo rotórico durante qualquer intervalo de tempo em função do incremento do ângulo rotórico no intervalo de tempo anterior. No caso de se pretender calcular a velocidade angular, esta pode ser obtida pela relação:

$$\omega_{n-1/2} = \frac{\Delta \delta_n}{\Delta t} \quad (7.24)$$

Usando a equação (7.23) é possível obter facilmente a curva de oscilação da máquina. A variante II da resolução numérica pelo método "passo a passo" da equação de oscilação de uma máquina síncrona é mais simples e mais exata que a Variante I.

Vejamos agora o que sucede quando há descontinuidade na potência aceleradora, por exemplo, quando surge um defeito e uma linha é retirada de serviço por atuação das respetivas proteções. Se essa

descontinuidade ocorrer no início de um intervalo deve-se então usar a média dos valores de  $P_a$ , antes e depois da descontinuidade, da potência aceleradora ter ocorrido. Assim, para o cálculo do incremento da posição angular do rotor, no primeiro intervalo depois da ocorrência de um incidente no instante  $t=0$ , a equação (7.23) tomará a forma.

$$\Delta \delta_1 = \frac{\Delta t^2 P_{a0}^+}{M \cdot 2}$$

onde  $P_{a0}^+$  representa a potência aceleradora imediatamente após a ocorrência do defeito. No instante imediato ao da ocorrência do defeito, o sistema está em funcionamento estável pelo que a potência aceleradora  $P_{a0}^-$  e o acréscimo do ângulo,  $\Delta \delta_0$ , no instante anterior, são ambos iguais a zero. No caso do defeito ser eliminado no início do  $m$ -ésimo intervalo, nos cálculos para este intervalo deve-se usar para  $P_{a(m-1)}$  o valor

$$\frac{1}{2} (P_{a(m-1)}^- + P_{a(m-1)}^+)$$

em que  $P_{a(m-1)}^-$  é a potência aceleradora no instante anterior àquele em que o defeito é eliminado e  $P_{a(m-1)}^+$  é o valor dessa potência no instante que se segue à eliminação do defeito. No caso da descontinuidade ocorrer a meio de um intervalo, procede-se da forma habitual. O valor do incremento do ângulo nesse intervalo é calculado como de costume a partir do valor de  $P_a$  no início do intervalo. A razão porque assim se procede é facilmente compreendida por análise da figura 7.3. No caso da descontinuidade ocorrer noutro instante, que não seja o início ou o fim do intervalo,  $P_a$  deve ser calculado por uma média pesada dos valores de  $P_a$  antes e depois da descontinuidade; porém, tal refinamento raras vezes é necessário porque os intervalos de tempo são tão pequenos, que é suficientemente exato supor que a descontinuidade ocorreu no início ou no meio do intervalo.

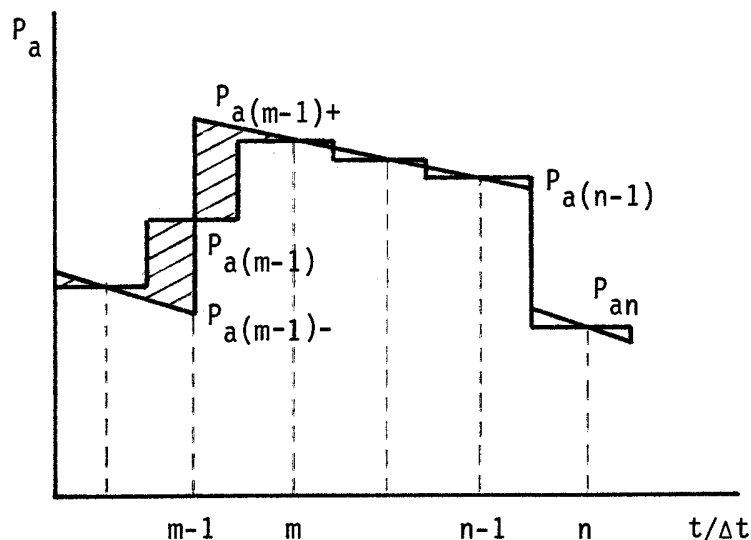


Fig. 7.3 -Representação gráfica do cálculo da potência aceleradora para estudos de estabilidade, usando o método passo a passo (Variante II).

### 7.3 -MÉTODO-DE-EULER

Consideremos uma equação diferencial

$$d y/d x = f (y,x) \quad (7.25)$$

onde  $x$  é a variável independente e  $y$  é a variável dependente. A solução da equação (7.25) será da forma

$$y = g(x,c) \quad (7.26)$$

em que  $c$  é uma constante determinada a partir das condições iniciais especificadas. A curva correspondente à equação (7.26) está representada na fig. 7.4. Pode-se considerar que

$$\Delta y \approx (dy/d x)_{x=0} \Delta x$$

em que  $(dy/d x)_{x=0}$  é o declive (tangente) da curva no ponto  $(y_0, x_0)$  e obtem-se substituindo  $x_0$  e  $y_0$  na equação (7.2.1). Assim, dado o ponto inicial  $x_0$  e  $y_0$  pode-se calcular o valor  $y_1$  para um novo ponto  $x_1$  especificado.

Considerando  $h=\Delta x$ , teremos então

$$y_1 = y_0 + \Delta y$$

ou

$$y_1 = y_0 + (d y/d x)_{x=0} h \quad (7.27)$$

em que  $\Delta y$  representa o incremento de  $y$  correspondente ao incremento de  $x$ . Por outro lado, um segundo valor para  $y$  pode então ser calculado

$$y_2 = y_1 + (dy/dx)_1 h \quad (7.28)$$

onde

$$d y/d x = f(y_1,x_1) \quad (7.29)$$

Este processo poderá então ser continuado

$$y_3 = y_2 + (dy/dx)_2 h$$

$$y_4 = y_3 + (dy/dx)_3 h$$

de modo a construir-se uma tabela de valores  $x$  e  $y$  pertencentes à função solução da equação (7.25). O método está representado graficamente na fig. 7.5. A figura 7.6 mostra um fluxograma para a resolução de uma equação diferencial de 1ª ordem por este método.

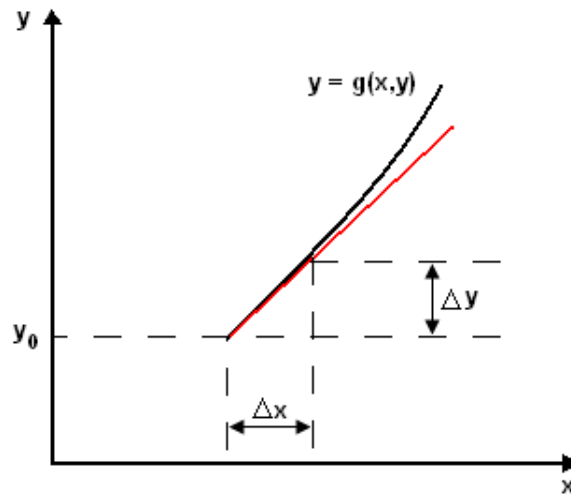


Fig. 7.4- Representação gráfica de uma função solução de uma equação diferencial

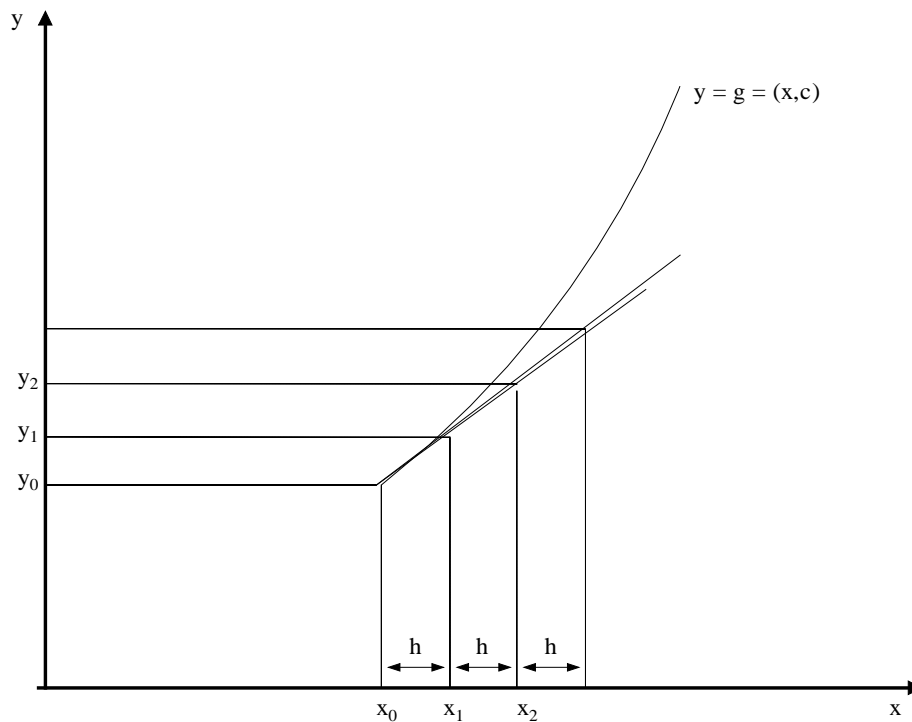


Fig. 7.5- Representação gráfica de uma solução aproximada de uma equação diferencial pelo método de Euler

O método de Euler é equivalente a utilizarem-se os dois primeiros termos do desenvolvimento em série de Taylor em torno do ponto  $(y_0, x_0)$

$$y_1 = y_0 + (dy/dx)_0 h + (d^2y/dx^2) h^2/2! + \dots$$

da função  $f(y, x)$ .

Este método considera apenas as primeiras derivadas de  $x$ , razão porque é um método de 1ª ordem. Para que se consiga uma boa precisão os passos da variável independente,  $\Delta x$ , têm que ser pequenos.

Na aplicação dos métodos de integração numérica é importante considerar o erro de propagação, que faz com que pequenos erros no cálculo dos primeiros pontos atinjam dimensões consideráveis no cálculo de pontos afastados do ponto inicial. A estabilidade numérica do método depende do erro de propagação. Se os erros no cálculo dos pontos iniciais não provocarem erros de dimensão apreciável mais tarde, o método é dito numericamente estável. Se por outro lado os erros no cálculo dos pontos iniciais originam grandes erros mais tarde, o método é dito numericamente instável.

#### 7.4- MÉTODO DE EULER MODIFICADO

Quando se usa o método de Euler, o valor de  $dy/dx$  calculado no início do intervalo é considerado constante durante todo o intervalo. O método pode ser melhorado utilizando para valor da derivada o valor médio do seu valor no início e no fim do intervalo. Para tal calcula-se um novo valor de  $y$  e de  $x$ , como anteriormente, isto é

$$x_1 = x_0 + h$$

$$y_1^{(0)} = y_0 + \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} h \quad (7.30)$$

Utilizando estes novos valores de  $x_1$  e  $y_1^{(0)}$  na equação (7.25) calcula-se um valor aproximado para  $\left( \frac{dy}{dx} \right)_1$  no fim do intervalo, i.e.,

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_1^{(0)} = f(x_1, y_1^{(0)})$$

Com este valor, é possível calcular  $y^{(0)}$  com uma melhor aproximação, usando o valor médio de  $\left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0}$  e  $\left( \frac{dy}{dx} \right)_1^{(0)}$

Assim

$$y_1^{(0)} = y_0 + \left\{ \left[ \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} + \left( \frac{dy}{dx} \right)_1^{(0)} \right] / 2 \right\} h \quad (7.31)$$

O Método de Euler modificado consiste assim de duas fases:

a) 1ª fase - preditora

utilizando o valor da derivada no início do intervalo, calcula-se uma 1ª aproximação para o valor de  $y_1$

$$y_1^{(0)} = y_0 + \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} h$$

b) 2ª fase - correctora

Utilizando o valor aproximado calculado para  $y_1$ , calcula-se o valor médio das derivadas no início e no fim do intervalo, e calcula-se o valor correto de  $y_1^{(1)}$

$$y_1^{(1)} = y_0 + \left\{ \left[ \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} + \left( \frac{dy}{dx} \right)_1^{(0)} \right] / 2 \right\} h$$

Se se quiser pode-se calcular um valor mais preciso da derivado no fim do intervalo, usando agora  $y_1^{(0)}$ , que pode ser utilizado para aplicar novamente a fase preditora do processo. Este processo pode ser sucessivamente utilizado até se encontrar o valor com a precisão desejada.

O Método de Euler Modificado é o Método Predictor-Corrector, mais simples.

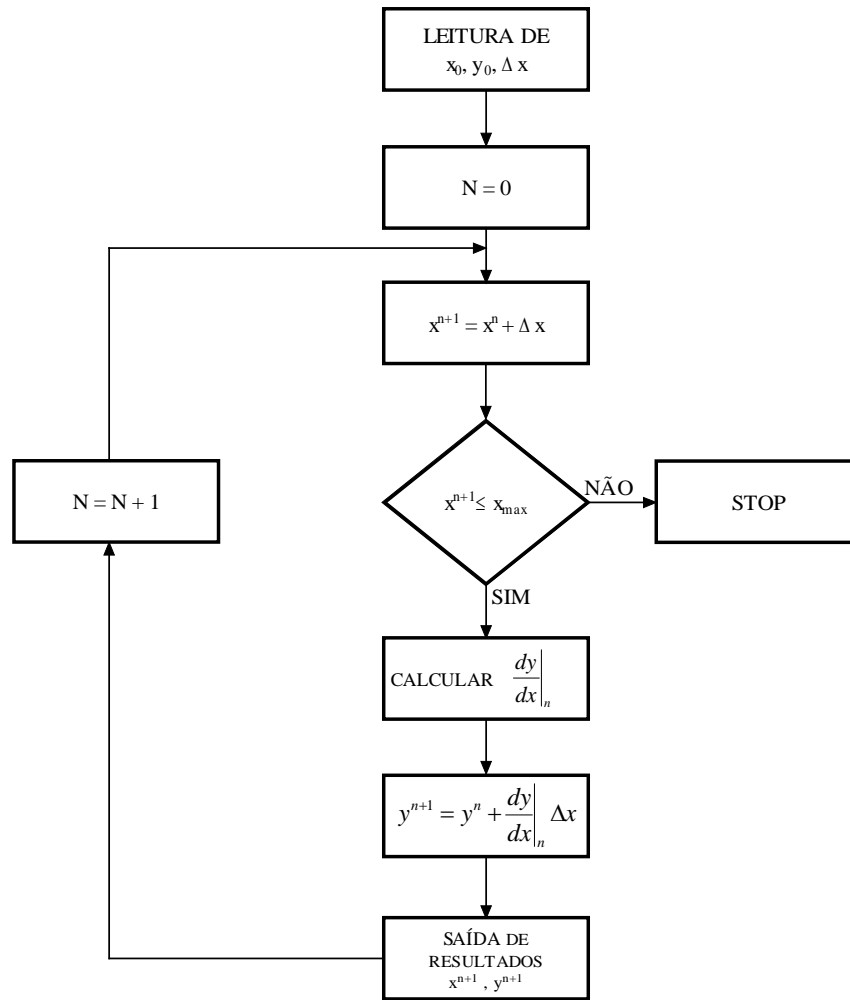


Fig. 7.6- Fluxograma para a resolução de uma equação diferencial pelo método Euler

Pelo mesmo processo usando  $x_1$  e  $y_1^{(1)}$  é possível obter uma terceira aproximação,  $y_1^{(2)}$ , para o valor de  $y = g(x,c)$  no ponto  $x_1$ ,

$$y_1^{(2)} = y_0 + \left\{ \left[ \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} + \left( \frac{dy}{dx} \right)_1^{(1)} \right] / 2 \right\} h \quad (7.32)$$

e uma quarta aproximação

$$y_1^{(3)} = y_0 + \left\{ \left[ \left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} + \left( \frac{dy}{dx} \right)_1^{(2)} \right] / 2 \right\} h$$

Este processo pode ser continuado até que dois valores estimados, consecutivos, para  $y$ , estejam dentro da tolerância pretendida. O mesmo processo será então repetido para o cálculo de  $y_2$  e sucessivamente para todos os valores de  $y$  que se pretender. A evolução do método está graficamente representada na figura 7.7.

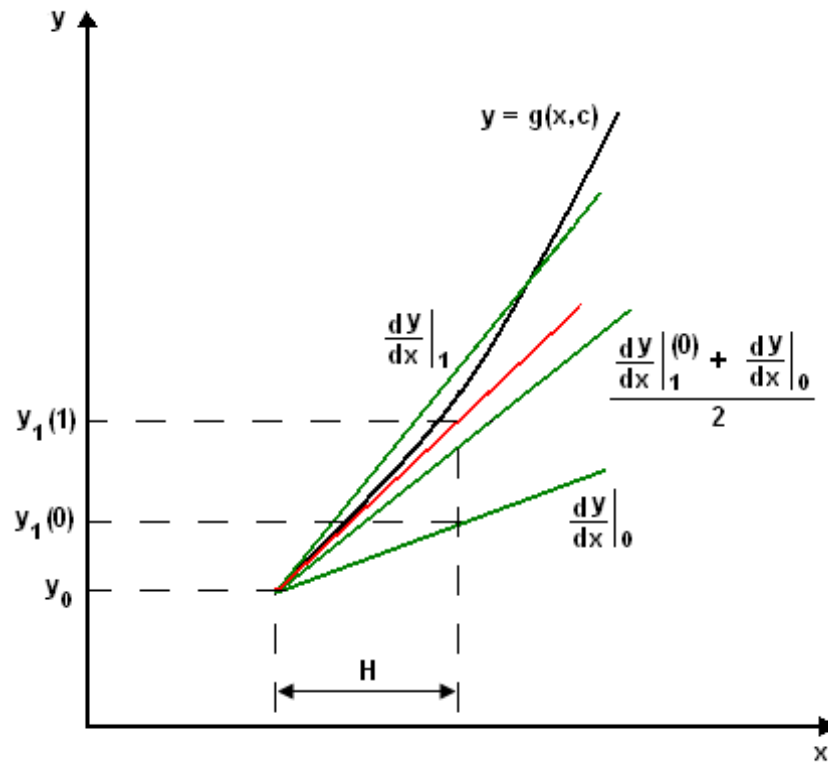


Fig. 7.7- Representação gráfica da solução aproximada de uma equação diferencial pelo método de Euler modificado

A figura 7.8 mostra um fluxograma para a resolução de uma equação diferencial de 1ª ordem por este método.



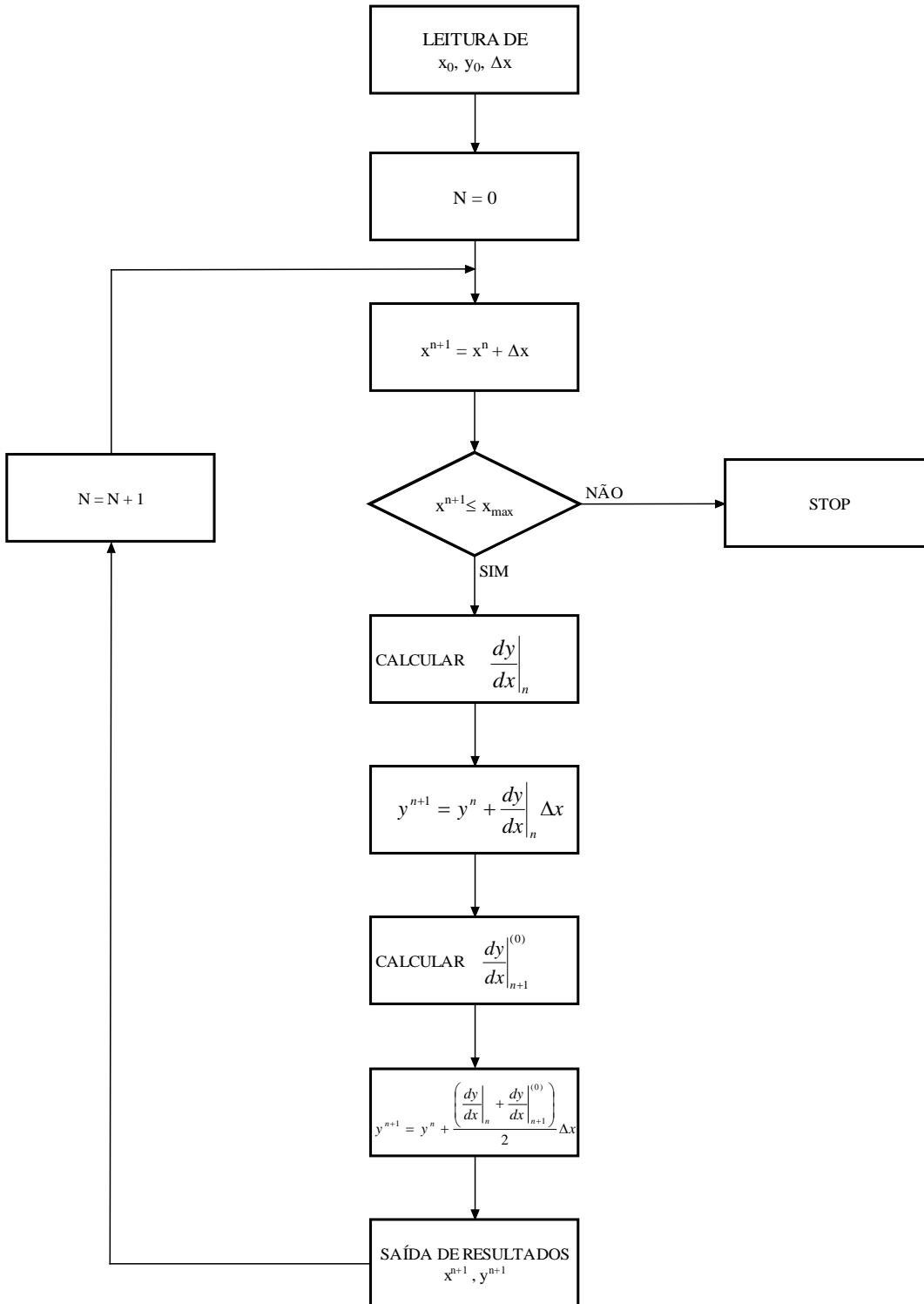


Fig. 7.8 - Fluxograma para a resolução de uma equação diferencial usando o método de Euler modificado.

O método de Euler pode ser usado para a resolução de sistemas de equações diferenciais. Dado o sistema de equações diferenciais

$$\begin{aligned} dy/dx &= f_1(x,y,z) \\ dz/dx &= f_2(x,y,z) \end{aligned} \quad (7.33)$$

com os valores iniciais  $x_0$ ,  $y_0$  e  $z_0$ , o valor  $y$  será dado por

$$y_1 = y_0 + (dy/dx)_0 h \quad (7.34)$$

onde

$$(dy/dx)_0 = f_1(x_0, y_0, z_0)$$

De uma maneira análoga

$$z_1 = z_0 + (dz/dx)_0 h$$

onde

$$(dz/dx)_0 = f_2(x_0, y_0, z_0)$$

Para o incremento seguinte, para o cálculo de  $y_2$  e  $z_2$  são usados os valores  $x_1 = x_0 + h$ ,  $y_1$  e  $z_1$ . No método de Euler modificado, para o cálculo das derivadas em  $x$  usa-se  $y_1$  e  $z_1$ , para assim se obterem as seguintes aproximações

$$y_1^{(1)} \quad \text{e} \quad z_1^{(1)}$$

## 7.5 - MÉTODO DE RUNGE-KUTTA

No método de Runge-Kutta os incrementos nos valores das variáveis dependentes são calculados a partir de um conjunto de fórmulas expressas, em termos das derivadas calculadas num conjunto de pontos pré-fixados. Uma vez que cada valor de  $y$  é determinado pelas fórmulas de uma maneira unívoca, este método não requer repetidas aproximações, como no método de Euler modificado. O seu principal inconveniente é o tempo que demora a calcular várias vezes a 1ª derivada, sobretudo se a sua expressão for complexa.

Outro inconveniente é não se poder saber, ao longo do cálculo, os valores dos erros. A principal vantagem reside em que é suficiente conhecer o valor da função num único ponto (o inicial), para se poder determinar os seus valores nos pontos seguintes.

As fórmulas são derivadas usando uma dada aproximação para o desenvolvimento em série de Taylor da função. Suponhamos dada a equação diferencial

$$dy/dx = f(y,x)$$

com valores iniciais  $(y_0, x_0)$ .

Desenvolvendo em série de Taylor em torno de  $x_0, y_0$ , vem:

$$y_1 = y_0 + (dy/dx)_0 h + (d^2y/dx^2)_0 h^2/2! + \dots$$

supondo que não é um ponto singular, que o desenvolvimento é possível e que  $h$  é suficientemente pequeno para a série ser convergente.

Como

$$(dy/dx)_0 = f(x_0, y_0)$$

e

$$(d^2y/dx^2)_0 = (\delta f/\delta x)_0 + (\delta f/\delta y)_0 f(x_0, y_0)$$

vem

$$y_1 = y_0 + f(x_0, y_0) h + (\delta f/\delta x)_0 h^2 + (\delta f/\delta y)_0 f(x_0, y_0) h^2 / 2$$

a formula

$$y_1 = y_0 + a_1 k_1 + a_2 k_2 \quad (7.35)$$

onde

$$k_1 = f(x_0, y_0) h$$

$$k_2 = f(x_0 + b_1 h, y_0 + b_2 k_1) h$$

e os coeficientes  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  e  $b_2$  devem ser calculados. Para o cálculo dos coeficientes faz-se o desenvolvimento em série de Taylor de

$$f(x_0 + b_1 h, y_0 + b_2 k_1)$$

em torno do ponto  $(x_0, y_0)$ .

Assim teremos:

$$k_2 = \{ f(x_0, y_0) + b_1 (\delta f/\delta x)_0 h + b_2 k_1 (\delta f/\delta y)_0 + \dots \} h$$

Considerando apenas dois termos do desenvolvimento para o valor de  $k_2$  e substituindo em (7.35), temos

$$y_1 = y_0 + (a_1 + a_2) f(x_0, y_0) h + a_2 b_1 (\delta f/\delta x)_0 h^2 + a_2 b_2 f(x_0, y_0) (\delta f/\delta y)_0 h^2 \quad (7.36)$$

O desenvolvimento em série de Taylor de  $y$  em torno de  $(x_0, y_0)$  é

$$y_1 = y_0 + (dy/dx)_0 h + (d^2y/dx^2)_0 h^2 / 2 + \dots \quad (7.37)$$

e

$$(dy/dx)_0 = f(x_0, y_0)$$

$$(d^2y/dx^2)_0 = (\delta f / \delta x) + (\delta f / \delta y)_0 f(x_0, y_0)$$

Assim, a equação (7.37), ficará

$$y_1 = y_0 + f(x_0, y_0)h + (\delta f / \delta x)_0 h^2 / 2 + (\delta f / \delta y)_0 f(x_0, y_0) h^2 / 2 + \dots \quad (7.38)$$

Igualando os coeficientes das equações (7.36) e (7.38), temos:

$$a_1 + a_2 = 1$$

$$a_2 b_1 = 1/2$$

$$a_2 b_2 = 1/2$$

Como temos um sistema de três equações e quatro incógnitas, exprimimos a solução em função de uma das incógnitas. Escolhendo um valor arbitrário para  $a_1$

$$a_1 = 1/2$$

teremos

$$a_2 = 1/2 ; b_1 = 1 ; b_2 = 1$$

Substituindo estes valores na equação (7.35), a fórmula da aproximação de 2ª ordem do método de Runge-Kutta é

$$y_1 = y_0 + 1/2 k_1 + 1/2 k_2$$

onde

$$k_1 = f(x_0, y_0)h$$

$$k_2 = f(x_0+h, y_0+k_1)h$$

logo

$$\Delta y = 1/2 (k_1+k_2)$$

A aplicação do método de Runge-Kutta, com a aproximação de 2<sup>a</sup> ordem requer o cálculo de  $k_1$  e  $k_2$ . O erro nesta aproximação é da ordem de  $h^3$  porque a série foi truncada depois dos termos de 2<sup>a</sup> ordem.

Sob esta forma e com os valores indicados para os coeficientes, o método coincide com o de Euler modificado relativamente ao valor corrigido  $y_1^{(1)}$ .

A aproximação da quarta ordem do método de Runge-Kutta é:

$$y_1 = y_0 + a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3 + a_4k_4 \quad (7.39)$$

onde

$$k_1 = f(x_0, y_0)h$$

$$k_2 = f(x_0 + b_1h, y_0 + b_2k_1) h$$

$$k_3 = f(x_0 + b_3h, y_0 + b_4k_2) h$$

$$k_4 = f(x_0 + b_5h, y_0 + b_6k_3) h$$

Os coeficientes da equação (7.39) podem ser determinados pelo mesmo método de cálculo que foi usado para a determinação dos coeficientes da aproximação de segunda ordem e são, respetivamente:

$$a_1 = 1/6; \quad a_2 = 2/6; \quad a_3 = 2/6; \quad a_4 = 1/6$$

e

$$b_1 = 1/2; \quad b_2 = 1/2; \quad b_3 = 1/2; \quad b_4 = 1/2; \quad b_5 = 1; \quad b_6 = 1$$

Substituindo estes valores na equação (7.39), a aproximação de 4<sup>a</sup> ordem de Runge-Kutta será

$$y_1 = y_0 + 1/6 (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

em que

$$k_1 = f(x_0, y_0) h$$

$$k_2 = f(x_0 + h/2, y_0 + k_1/2) h$$

$$k_3 = f(x_0 + h/2, y_0 + k_2/2) h$$

$$k_4 = f(x_0 + h, y_0 + k_3) h$$

Assim, o cálculo de  $\Delta y$  com esta fórmula requer o cálculo prévio de  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  e  $k_4$  e obtém-se:

$$\Delta y = 1/6 (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

O erro desta aproximação é da ordem de  $h^5$ .

## 7.6 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA A RESOLUÇÃO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE ORDEM SUPERIOR À PRIMEIRA

Os métodos estudados para a resolução de equações diferenciais de primeira ordem, podem ser usados para a resolução de equações diferenciais de ordem superior à primeira, com a introdução de variáveis auxiliares. Assim, dada a equação diferencial de 2ª ordem:

$$a(d^2y/dx^2) + b(dy/dx) + c y = 0 \quad (7.40)$$

e as condições iniciais,  $x_0, y_0$  e  $(dy/dx)_0$ , pode escrever-se como um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem:

$$dy/dx = y'$$

$$d^2y/dx^2 = d y'/dx = -b(y'+cy)/a$$

Qualquer dos métodos estudados pode ser usado para a resolução deste sistema de duas equações diferenciais do primeiro grau.

A aproximação de quarta ordem do método de Runge-Kutta para a resolução de um sistema de duas equações diferenciais de primeira ordem da forma

$$dy/dx = f(x,y,z)$$

$$dz/dx = g(x,y,z)$$

é

$$y_1 = y_0 + 1/6 (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$z_1 = z_0 + 1/6 (l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

onde

$$k_1 = f(x_0, y_0, z_0) h$$

$$k_2 = f(x_0 + h/2, y_0 + k_1/2, z_0 + l_1/2) h$$

$$k_3 = f(x_0 + h/2, y_0 + k_2/2, z_0 + l_2/2) h$$

$$k_4 = f(x_0 + h, y_0 + k_3, z_0 + l_3) h$$

$$l_1 = g(x_0, y_0, z_0) h$$

$$l_2 = g(x_0 + h/2, y_0 + k_1/2, z_0 + l_1/2) h$$

$$l_3 = g(x_0 + h/2, y_0 + k_2/2, z_0 + l_2/2) h$$

$$l_4 = g(x_0 + h, y_0 + k_3, z_0 + l_3) h$$

## 7.7 RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO DE UMA MÁQUINA SINCRONA

Como se viu a equação de oscilação de uma máquina síncrona é

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} = P_m - P_e \quad (7.41)$$

Normalmente considera-se  $P_m$  constante e com o valor obtido de um trânsito de potências antes da ocorrência do defeito.  $P_e$  é obtido a partir das equações nodais do sistema. Eléctrico.

Esta equação diferencial de 2ª ordem pode ser escrita como duas equações diferenciais de 1ª ordem:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= w - w_s \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{1}{M} [(P_m - P_e) - D(w - w_s)] \end{aligned} \quad (7.42)$$

Em que:

M – coeficiente de inércia

$\delta$  - ângulo rotórico

t – tempo

D – coeficiente de amortecimento

$\omega$  - velocidade angular da máquina

$\omega_s$  - velocidade angular síncrona da máquina

Nos estudos de estabilidade transitória normalmente o efeito dos amortecimentos mecânicos são desprezados, bem como as variações dos valores das constantes de inércia, provocadas pela alteração das velocidades angulares das máquinas.

A equação 7.41, ficará então, com a forma simplificada:

$$\frac{H}{\pi f_0} \frac{d^2 \delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (7.43)$$

E as equações (7.42) com a forma

$$\begin{aligned} \frac{d\delta}{dt} &= w - w_s \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{1}{M} (P_m - P_e) \end{aligned} \quad (7.44)$$

Para um sistema com m máquinas teremos então m equações diferenciais de 2ª ordem do tipo da equação 7.43, ou 2m equações diferenciais de 1ª ordem do tipo das equações 7.44.

Para uma máquina síncrona, ligada a um barramento de potência infinita, quando se dá um curto-circuito à saída da máquina, as primeiras equações (7.44) do processo iterativo serão:

$$\left. \frac{d\delta}{dt} \right|_0 = w - w_s = 0$$

$$\left. \frac{dw}{dt} \right|_0 = \frac{1}{M} (P_m - P_e) = \frac{\pi f_0}{H} P_m$$

Uma vez que  $w$  e  $w_s$  são iguais e o valor da  $P_e$  é zero, uma vez que a máquina não está a fornecer potência à rede.

Por exemplo, por aplicação do Método de Euler,

Teníamos

$$\delta_1 = \delta(0) + \Delta t \left. \frac{d\delta}{dt} \right|_0 = \delta(0) + 0 = \delta(0)$$

$$w_1 = w(0) + \Delta t \left. \frac{dw}{dt} \right|_0 = 314 + \Delta t \left. \frac{dw}{dt} \right|_0$$

## 7.8 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS

O método de Euler é o mais simples, mas muito impreciso, a não ser que se utilize um intervalo  $h$  suficientemente pequeno.

O método de Euler modificado é também simples de aplicar e tem a vantagem de se poder controlar o grau de aproximação das sucessivas aproximações obtidas para  $y$ . Tem, contudo, também uma precisão limitada e exige pequenos intervalos  $h$  para a variável independente.

O método de Runge-Kutta (2ª ordem) exige um elevado número de operações aritméticas, mas os resultados são mais precisos.

Nos estudos de estabilidade transitória utilizam-se normalmente os dois últimos métodos, com preferência habitual para o de Runge-Kutta.

Existe também uma outra classe de métodos, conhecida por métodos corretor preditor, que também podem usados para resolver as equações diferenciais. São métodos de passo múltiplo, em oposição aos métodos que vimos, que são de passo simples. Nos métodos de passo múltiplo para calcular o valor de  $y_{n+1}$ , precisamos dos valores de  $y_{n-1}, y_{n-2}, \dots, y_{n-r}$ , com  $r > 1$ . Estes métodos não arrancam por si, pelo que há necessidade de usar outro método, por exemplo o método de R-K, para calcular  $y_i$  para os primeiros pontos e depois mudar para os métodos preditores corretores

## 8. ANÁLISE DA ESTABILIDADE DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE ENERGIA

### 8.1 MODELIZAÇÃO DAS CARGAS EM ESTUDOS DE ESTABILIDADE

As cargas alimentadas por um SEE têm uma composição variada, consistindo de motores, equipamento de aquecimento e iluminação, bem como uma variedade de equipamento eletrónico.

A carga composta é sensível quer á frequência, quer ás flutuações de tensão e a modelização destas cargas torna-se assim bastante complexa.

Durante os estudos de trânsito de potências, as cargas são quase sempre representadas por potências ativas e reativas, consideradas constantes. Esta representação não é contudo a forma mais conveniente para a representação das cargas para estudos de estabilidade. Uma forma muito utilizada em estudos de estabilidade é considerar as cargas como uma admitância à terra constante:



$$Y_{Li} = G_{Li} + jB_{Li} = \frac{P_{Lk} - jQ_{Lk}}{V_k^2}$$

Esta representação das cargas, embora usada com muita frequência, é conservativa, uma vez que a potência absorvida pela impedância, varia com o quadrado da tensão, o que pode não estar de acordo com a realidade.

Esta representação é suficientemente precisa durante o período de defeito, visto que a influência da redução da tensão na potência absorvida é muito superior ao efeito da variação da frequência. No período pós defeito esta modelização é menos precisa, pois a influência da variação da frequência na potência absorvida não pode ser desprezada face à influência das oscilações de tensão.

## 8.2 SEQUÊNCIA DE CÁLCULO PARA OS ESTUDOS DE ESTABILIDADE DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE ENERGIA

Consideremos agora um Sistema Eléctrico de Energia (SEE) de dimensão real com  $m$  alternadores e  $n$  barramentos. Pretende-se estudar a estabilidade do sistema após a ocorrência de uma perturbação. Para exemplificar o procedimento a seguir num problema geral deste tipo, consideremos o sistema com duas máquinas síncronas representado na figura 8.1.

Fig. 8.1 Sistema Eléctrico com três barramentos

Antes de se iniciarem os cálculos necessários para a análise da estabilidade do sistema há necessidade de conhecer o estado do sistema no momento em que se deu a perturbação, pelo que se resolve um problema de trânsito de potências para o instante anterior ao da ocorrência do incidente para se conhecerem as condições iniciais.

Suponhamos que devido à ocorrência de um defeito aos seus terminais, o alternador é retirado do sistema pela respetiva proteção, durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ . O objetivo do estudo será determinar se quando o alternador for religado ao sistema, se mantém ou não a funcionar em sincronismo com a rede. Este mesmo problema foi analisado quando o sistema era apenas constituído por uma máquina síncrona ligada a um barramento de potência infinita. Agora pretende-se analisar o problema para um sistema real que tem  $m$  alternadores e  $n$  barramentos. Durante o período em que o alternador alimenta o defeito e está separado da rede por atuação das proteções, o alternador não tem binário resistente na medida em que alimenta diretamente o defeito ou se encontra em vazio. Designando por período I estes instantes iniciais, o alternador acelerará afastando-se do sincronismo.

A figura 8.2 mostra a sequência de manobras que se verificam no sistema após a ocorrência de um incidente no instante  $t_0$ .

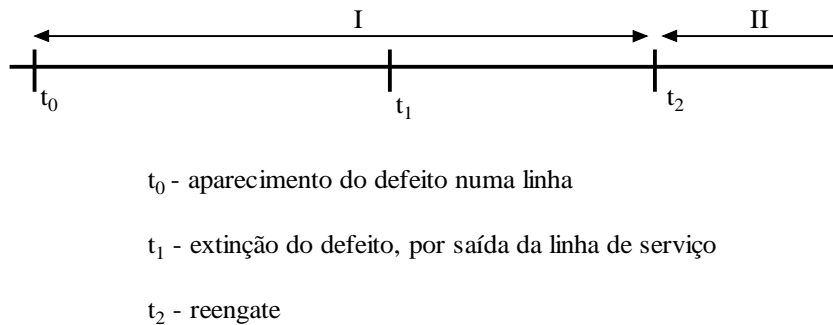


Fig. 8.2 - Sequência de manobras após o aparecimento de um defeito numa linha.

De entre as perturbações a considerar na análise da estabilidade de um S.E.E., salienta-se a de um curto-circuito trifásico simétrico aos terminais de um barramento gerador  $k$ .

Quando o alternador é religado à rede inicia-se o período II. O objetivo do estudo será determinar se após o reengate a velocidade do alternador volta à velocidade de sincronismo imposta pela rede ou, se pelo contrário, se continua a afastar dela, devendo neste caso o alternador ser desligado definitivamente da rede, pela proteção respetiva.

Para simplificar os estudos de estabilidade transitória é usual admitir que no período imediatamente após a ocorrência do defeito a potência mecânica fornecida pelas turbinas se mantém constante, o que equivale a dizer que estamos a desprezar a ação dos reguladores de velocidade das turbinas ou que estes não são de ação suficientemente rápida. Normalmente considera-se que para  $t \leq 1,5s$  os reguladores não atuam. Posteriormente, analisaremos como esta simplificação pode ser eliminada, pela inclusão na análise dos modelos dos reguladores da velocidade das turbinas. Do mesmo modo, suporemos que o módulo de f.e.m. se mantém constante durante o período de defeito, o que significa que não estamos a incluir no estudo os modelos dos reguladores da excitação dos alternadores.

Serão ainda normalmente consideradas mais as seguintes hipóteses simplificativas:

1. As resistências dos alternadores são desprezadas;
2. Não serão considerados binários amortecedores, nomeadamente a ação das bobinas amortecedoras;
3. As variações das constantes de inércia com a variação das velocidades angulares dos alternadores não são consideradas;
4. As cargas são supostas poderem ser representadas por admitâncias constantes ao longo do período em estudo. Variarão com o quadrado da tensão, mas o fator de potência admite-se como se mantendo constante;
5. As flutuações da frequência são pequenas e, portanto, não são consideradas.

Desprezando as resistências, os alternadores de rotor cilíndrico ou os alternadores de polos salientes, não considerando o efeito das saliências, podem ser representados pelo esquema equivalente representado na figura 8.3, que consiste na série de uma f.e.m. constante com uma reactância equivalente  $X'_d$ , também constante, a que corresponde a equação:

$$E_i = V_i + j I_{Gi} X'_d \quad (8.1)$$

em que:

$E_i$  - f.e.m. do alternador  $i$

$V_i$  - tensão nos terminais do barramento onde está ligado o alternador  $i$

$I_{Gi}$  - corrente fornecida pelo alternador  $i$

$X'_d$  - reactância síncrona do alternador

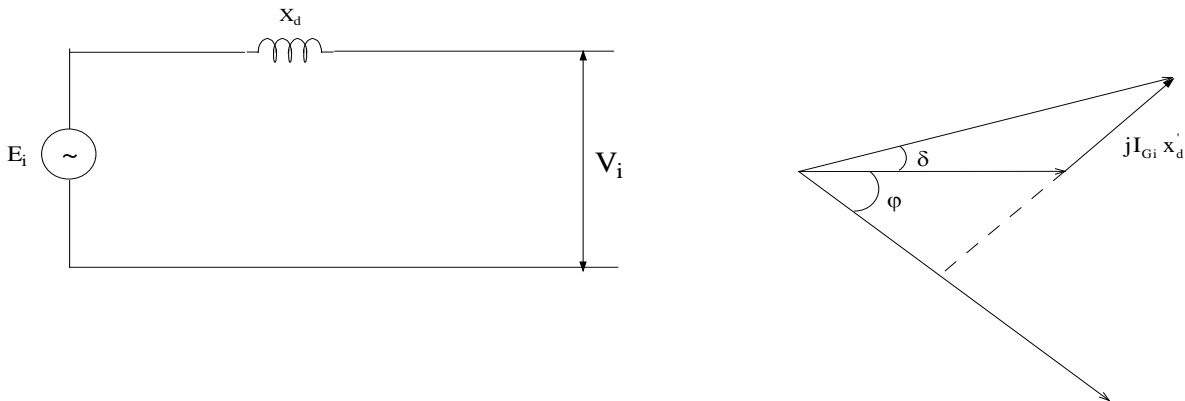


Fig. 8.3 - Esquema equivalente de um alternador

Antes de se iniciar o estudo de estabilidade realiza-se um trânsito de potências para se conhecer a potência fornecida pelos grupos e a tensão nos barramentos no momento anterior ao defeito.

A partir dos resultados obtidos do trânsito de potências e da equação (8.1) podemos calcular a f.e.m. e a posição do rotor, aquando do aparecimento do defeito.

Consideremos o grupo ligado ao barramento  $K$  do sistema representado na fig. 8.4, e suponhamos que se pretende analisar a estabilidade do sistema quando ocorre um curto-circuito trifásico simétrico aos seus terminais.

Fig. 8.4 - Barramento K de um Sistema Eléctrico de Energia

Antes do aparecimento do defeito no barramento K teremos:

Corrente fornecida pelo gerador

$$I_{GK}^0 = (S_{GK}^0/V^0)^* \quad (8.2)$$

$S_{GK}$  - potência que está a ser fornecida pelo alternador quando surge o incidente

$V_k^0$  - tensão no barramento K

As cargas são consideradas constantes ao longo de todo o estudo e reduzidas a admitâncias constantes, calculadas como

$$Y_{DK} = (S_{DK}^0)^*/|V_k^0|^2 = (P_{DK}-jQ_{DK})/|V_k^0|^2 \quad (8.3)$$

A f.e.m. do alternador será

$$E_k^0 = V_k^0 + j I_{GK}^0 \dot{X}_{DK}$$

- A posição inicial do rotor será dada por:

$$\delta_k^0 = \angle E_k^0$$

Como o objetivo dos estudos de estabilidade de um Sistema Eléctrico não é a análise da evolução temporal dos ângulos rotóricos dos alternadores mas sim a análise das diferenças dos ângulos rotóricos entre si, há necessidade de definir um referencial para o sistema em relação ao qual estas diferenças sejam calculadas. Normalmente utiliza-se para referência o ângulo rotórico de uma máquina tomada arbitrariamente para referência, de um modo geral a máquina síncrona de maior potência. Esta máquina está normalmente ligada ao barramento de referência nos estudos de trânsito de potências. Em lugar de se tomar o ângulo rotórico de uma máquina síncrona como referência, pode usar-se o ângulo associado ao centro de inércia do sistema. Na metodologia clássica para a análise da estabilidade é usual utilizar-se como referência o ângulo rotórico da máquina de maior potência. Verifica-se que a utilização do ângulo rotórico da máquina de maior potência não é a melhor escolha.

Define-se ângulo do centro de inércia (*Center of inertia - COI*) do sistema como  $\delta_0$ , dado por:

$$\delta_0 = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^m M_i \delta_i$$

Onde

$$M_T = \sum_{i=1}^m M_i$$

é o momento de inércia do sistema com  $m$  máquinas.

Desta forma os ângulos rotóricos dos alternadores, passam a ser referidos a  $\delta_0$ , sendo representados por  $\theta_i = \delta_i - \delta_0$

Notar que esta formulação do centro de inércia é idêntica ao princípio do centro de massa utilizado em mecânica.

Na resolução do problema do trânsito de potências as cargas são normalmente representadas como geradores que consomem potência e assim a matriz das admitâncias apenas contém informação respeitante às características do sistema de transmissão. Em estudos de estabilidade, como já foi referido, as cargas serão consideradas como admitâncias constantes, pelo que serão incluídas na matriz das admitâncias. A fig. 8.5 representa o sistema da fig. 8.1, com as cargas representadas por admitâncias, a partir do qual facilmente se escreve a matriz das admitâncias do sistema (as admitâncias correspondentes às cargas irão ser incluídas nos elementos da diagonal principal da matriz).

A ocorrência de um defeito origina que a matriz  $[Y]$  se altere, implicando portanto uma alteração no trânsito de potências. Do mesmo modo a matriz das admitâncias sofre alterações quando os disjuntores atuam para isolar a zona do defeito ou posteriormente se verifica o reengate do mesmo. Em qualquer destes períodos o trânsito de potências é calculado a partir da apropriada matriz  $[Y]$ . Os módulos da f.e.m. consideram-se constantes e os argumentos são calculados a partir das equações de oscilação dos grupos.

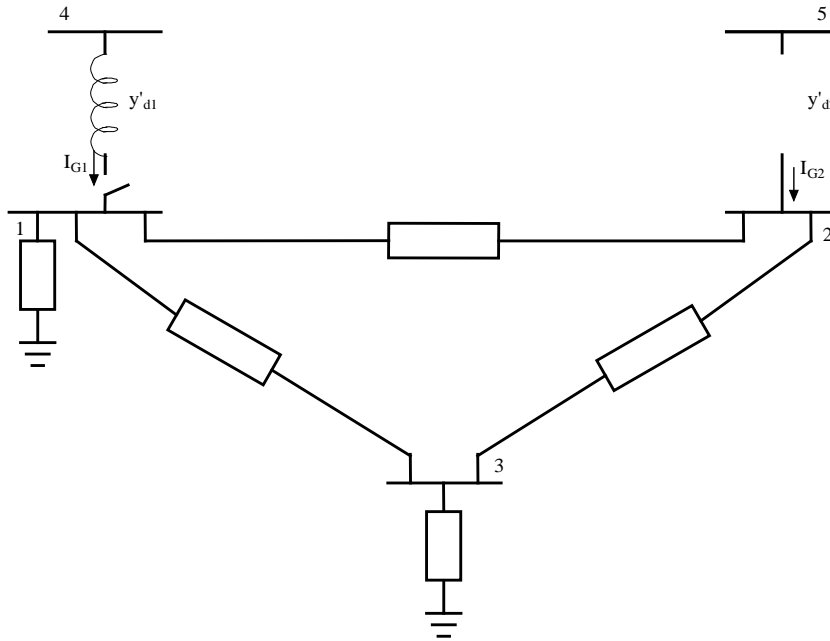


Fig. 8.5 - Sistema equivalente ao da fig. 8.1 após a ocorrência do defeito à saída do alternador 1.

Em qualquer período de estudo da estabilidade transitória do sistema, em termos da apropriada matriz  $[Y]$ , podemos escrever:

$$I_{GK} = \sum_{i=1}^n Y_{ki} V_i \quad (8.5)$$

Da fig. 8.4 temos que:

$$I_{GK} = y'_{dk} (E_K - V_K) \quad (8.6)$$

$$V_k = -1/(y_{kk} + y'_{dk}) \left[ \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n Y_{ki} V_i - y'_{dk} E_k \right] \quad k=1,2,\dots,n \quad (8.7)$$

Nesta equação os termos  $y'_{dk} E_k$  não existem nos barramentos que não tenham geradores, ou no período que estão separados da rede devido à atuação das proteções.

O sistema de equações (8.7) pode ser resolvido iterativamente, pelo método de Gauss-Seidel por exemplo. A equação (8.6) dá a corrente fornecida ao sistema pelo gerador ligado ao barramento K. A potência elétrica fornecida, cujo conhecimento é necessário para a resolução da equação de oscilação do grupo, será dada por:

$$P_{GK} = \text{Re} (E_K I_{GK}^*) \quad k=1,2,\dots,m \quad (8.8)$$

m - número de barramentos com geradores

A equação de oscilação para o alternador ligado ao barramento K é

$$d^2\delta_k/dt^2 = \pi f/H_K (P_{GK}^0 - P_{GK}) \quad k=1,2,\dots,m \quad (8.9)$$

Para um sistema com m grupos é conveniente utilizar variáveis de estado para escrever a equação anterior.

Definindo

$$x_{1k} = \delta_k = \angle E_k$$

$$x_{2k} = \dot{\delta}_k$$

teremos

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1k} &= x_{2k} \\ \dot{x}_{2k} &= \pi f/H_k (P_{GK}^0 - P_{GK}) \end{aligned} \quad (8.10)$$

em que as condições iniciais (condições existentes no sistema antes do aparecimento do defeito) são:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1k} &= \dot{\delta}_k^0 = \angle E_k \\ \dot{x}_{2k} &= 0 \end{aligned} \quad (8.11)$$

A equação das oscilações poderá ser resolvida por qualquer um dos métodos numéricos estudados. Analisemos a resolução pelo método de Euler modificado.

A sequência de cálculo pelo método de Euler modificado, pode esquematizar-se nos seguintes passos:

1 - Cálculo de um trânsito de potências (para as condições existentes no sistema antes do aparecimento do defeito) utilizando por exemplo o método de "Newton-Raphson" ou o "Fast Decoupled Load Flow";

2 - Cálculo das correntes fornecidas pelos alternadores antes do aparecimento do defeito usando a

equação 8.2;

3 - Usando a equação 8.4 calcular a f.e.m. para todos os alternadores (em módulo e fase). Obtemos assim o ângulo de carga dos alternadores, em relação a uma referência pré-selecionada (tensão do barramento de referência por exemplo). Obtivemos assim as condições iniciais para o sistema i.e.  $(x_{1k}, x_{2k})$ ,  $k=1,2,\dots,n$  (equação 8.11).

4 – Inicializar contador de tempo ( $r=0$ ), definir  $\Delta t$  e o período de tempo em estudo.

5 - Resolver iterativamente o sistema de equações 8.7. Notar que a matriz  $[Y]$  tem que ser a matriz  $[Y]$  modificada para o período em causa (durante o defeito, depois do isolamento do defeito, depois do reengate). Obtemos assim, para  $t=t^{(r)}$ :

- as tensões nos barramentos  $(V_K^{(r)})$
- as correntes fornecidas pelos grupos  $(I_{GK}^{(r)})$
- as potências fornecidas pelos grupos  $(P_{GK}^{(r)})$

Nota - Depois da ocorrência do defeito, o período é dividido em pequenos intervalos de tempo ( $\Delta t$ ) pelo que teremos  $t^{(0)}, t^{(1)}, \dots$

O método de integração será escolhido atendendo ao grau de rigidez do sistema de equações diferenciais.

6 - Calcular

$$[(x_{1K}^{(r)}, x_{2K}^{(r)}), K = 1,2,\dots,m] \text{ a partir das equações (8.10)}$$

7- Calcular o primeiro valor estimado para  $t=t^{(r+1)}$  por

$$\begin{aligned} x_{1k}^{(r+1)} &= x_{1k}^{(r)} + x_{1k}^{(r)} \Delta t \\ x_{2k}^{(r+1)} &= x_{2k}^{(r)} + x_{2k}^{(r)} \Delta t \end{aligned} \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, m$$

8- Calcular o primeiro valor estimado de  $E_K^{(r+1)}$  como

$$E_K^{(r+1)} = |E_K^0| (\cos x_{1k}^{(r+1)} + j \operatorname{sen} x_{1k}^{(r+1)})$$

9 - Resolver iterativamente o sistema de equações (8.7) para obter

$$V_K^{(r+1)}, I_{GK}^{(r+1)}, P_{GK}^{(r+1)}$$



(usar a matriz [Y] correspondente ao período em causa).

10- Calcular

$$[(\dot{x}_{1k}^{(r)}, \dot{x}_{2k}^{(r)}, k=1,2,\dots,m)] \quad \text{a partir das equações (8.10)}$$

11- Calcular o valor médio dos valores estimados

$$x_{1k,\text{médio}}^{(r)} = \frac{1}{2}(\dot{x}_{1k}^{(r)} + \dot{x}_{1k}^{(r+1)})$$

$$x_{2k,\text{médio}}^{(r)} = \frac{1}{2}(\dot{x}_{2k}^{(r)} + \dot{x}_{2k}^{(r+1)})$$

para  $k = 1, 2, \dots, m$

13- Calcular o valor final de  $E_k$  para  $t=t^{(r+1)}$  usando a relação

$$E_k^{(r+1)} = |E_k^0| (\cos x_{1k}^{(r+1)} + j \operatorname{sen} x_{1k}^{(r+1)})$$

14 – Imprimir

$$x_{1k}^{(r+1)}, x_{2k}^{(r+1)}, \text{ para } k = 1, 2, \dots, m$$

15 - Verificar se o tempo para que se pretende realizar o estudo foi atingido. Se ainda o não foi  $r=r+1$  e voltar para 5.

Pelo algoritmo descrito temos possibilidade de analisar o comportamento do ângulo rotórico de todos os alternadores. No caso de o ângulo rotórico de um alternador começar continuamente a crescer essa máquina será instável para a situação de defeito em análise.

Como será visto posteriormente, o algoritmo descrito pode, facilmente, ser alterado de modo a incluir a ação dos reguladores de velocidade das turbinas e do regulador de tensão do alternador.

A figura 8.6 representa um fluxograma para a análise da estabilidade de um sistema utilizando o método de Euler modificado.

Considere-se o sistema representado na fig. 8.7

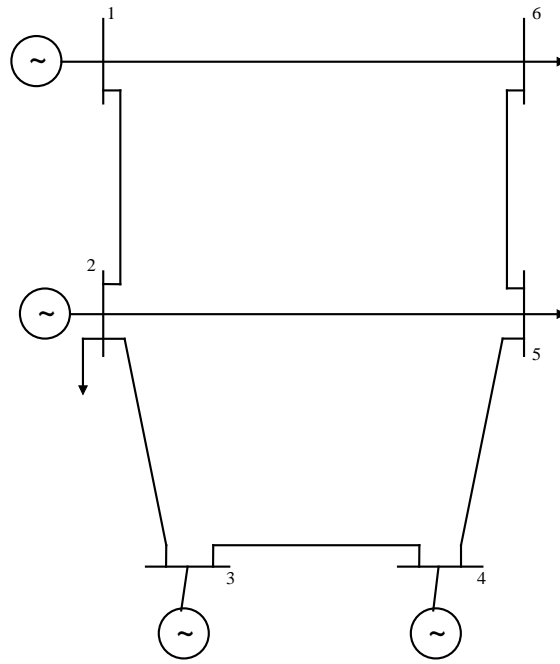


Fig. 8.7 - Sistema eléctrico com 6 barramentos e 4 grupos

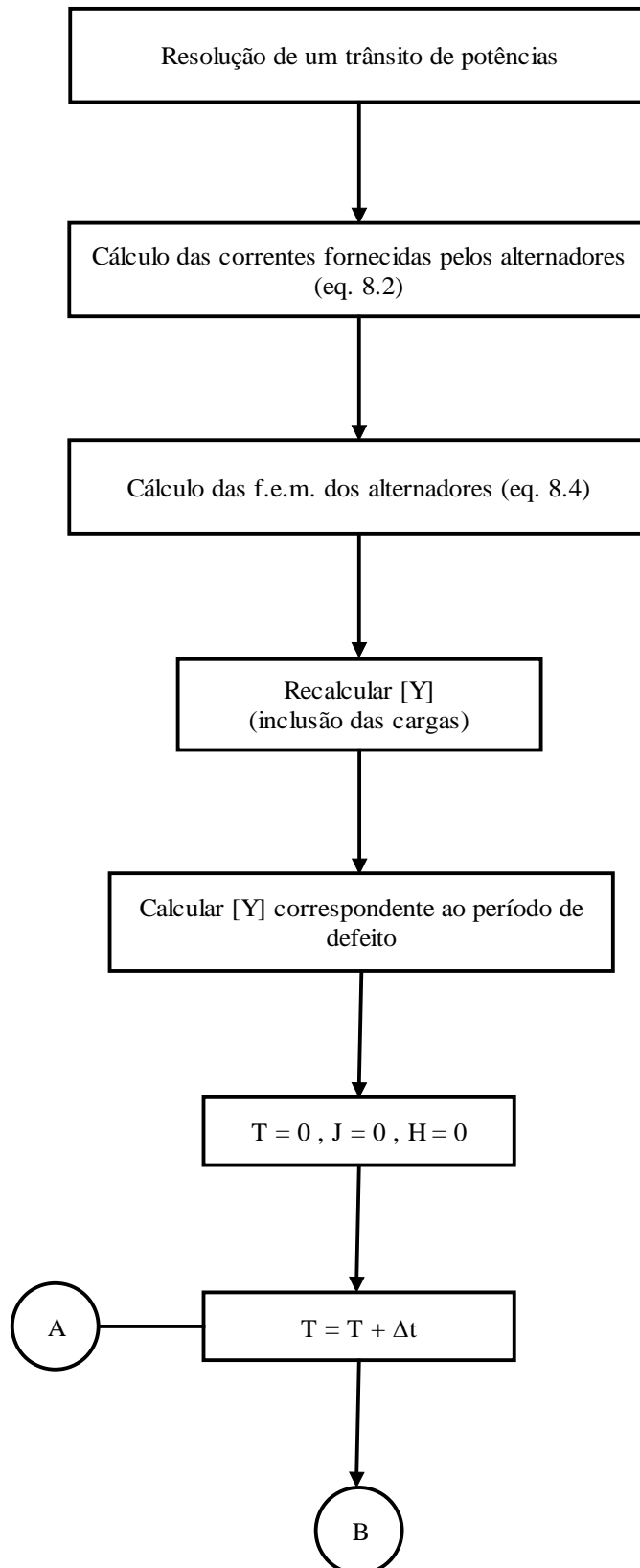


Fig. 8.6 - Fluxograma simplificado para a análise da estabilidade de um Sistema Eléctrico utilizando o método de Euler modificado

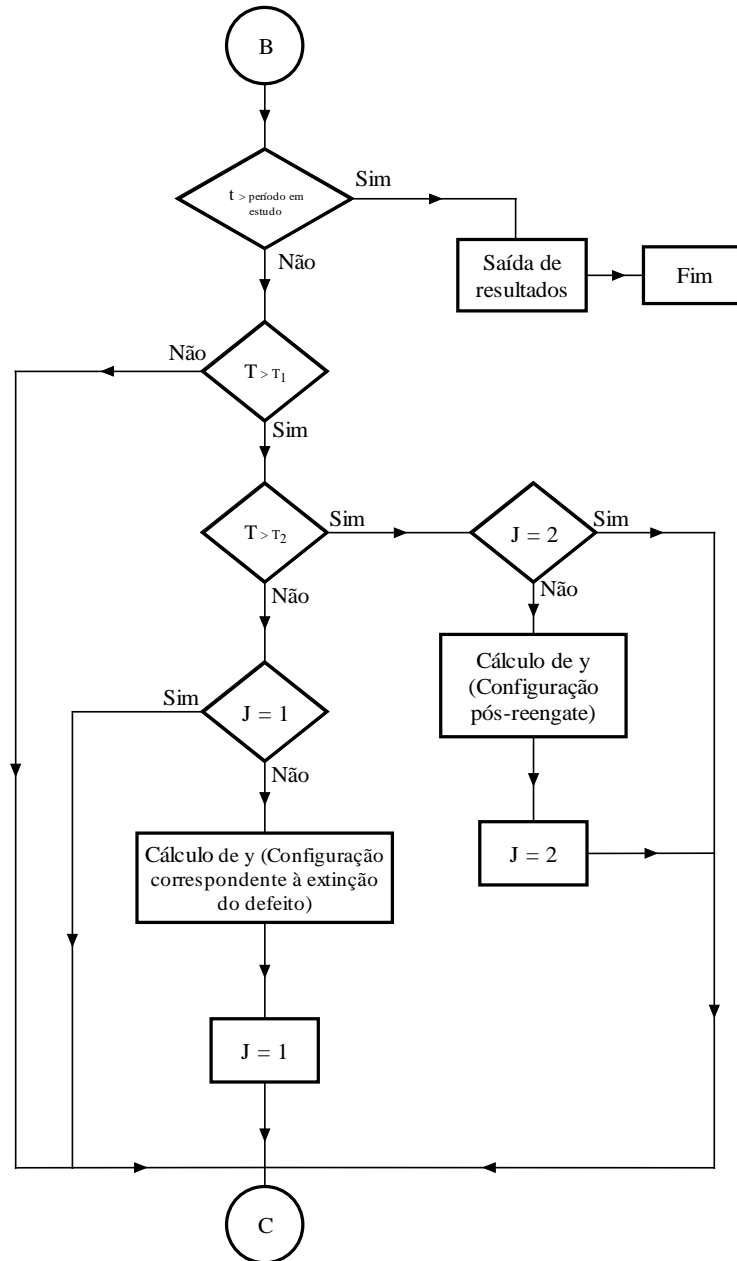


Fig. 8.6 - Fluxograma simplificado para a análise da estabilidade de um Sistema Eléctrico utilizando o método de Euler modificado (continuação)

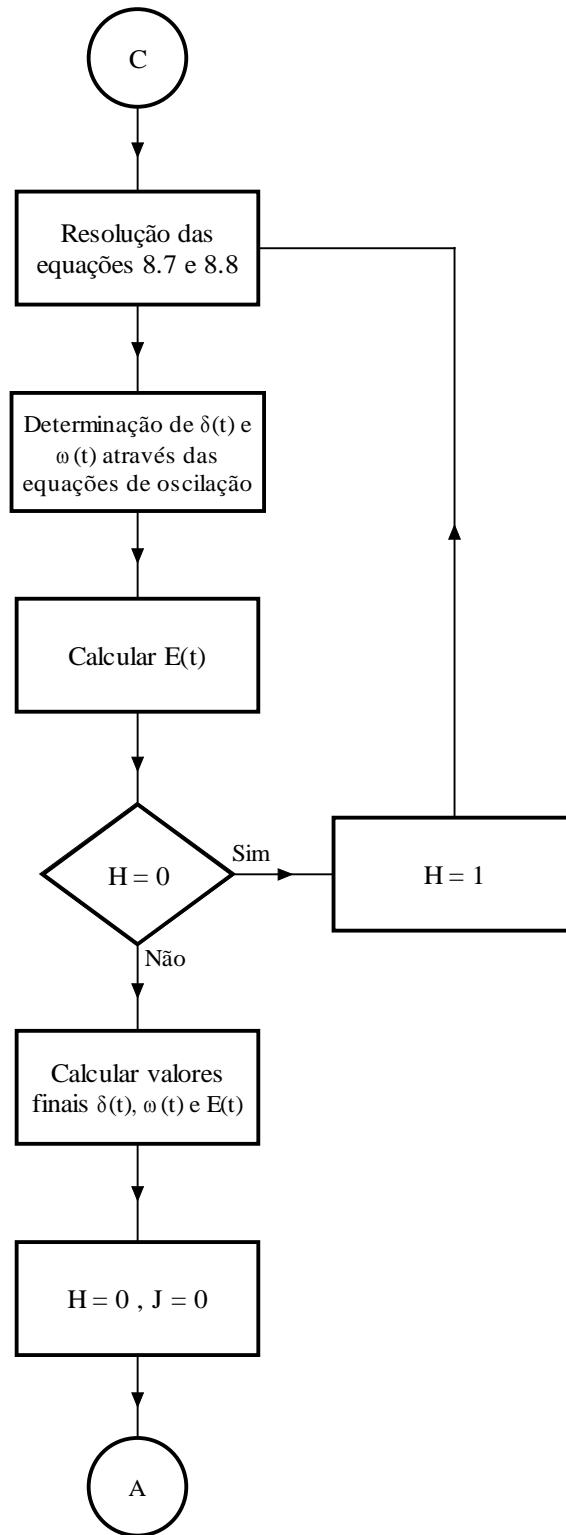


Fig. 8.6 - Fluxograma simplificado para a análise da estabilidade de um Sistema Eléctrico utilizando o método de Euler modificado (continuação)

Para uma dada configuração do sistema de produção e do sistema de consumo, utilizando o método de Euler modificado e um passo de integração de 10 ms foi simulado em curto-circuito trifásico simétrico no barramento 3 com um tempo de extinção do defeito de 120 ms e um tempo de reengate de 200 ms. As figuras 8.8, 8.9 e 8.10 [9] mostram a evolução temporal dos ângulos de carga, das velocidades angulares e das potências ativas geradas pelos alternadores.

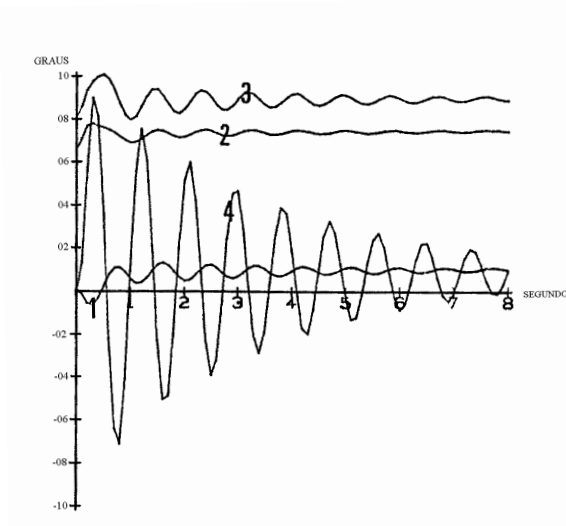


Fig. 8.8 - Evolução dos ângulos rotóricos dos alternadores

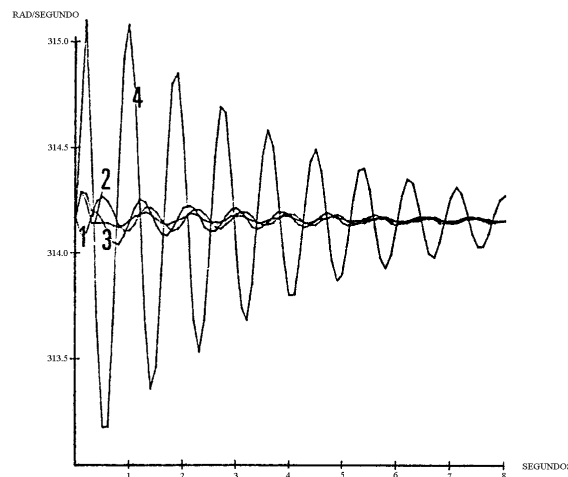


Fig. 8.9 - Evolução das velocidades angulares dos alternadores

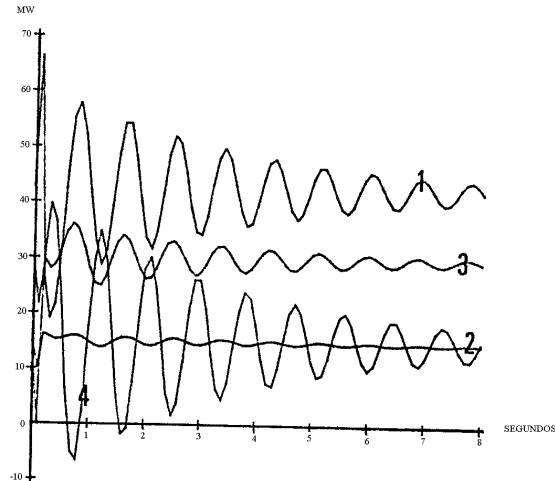


Fig. 8.10 Evolução das potências ativas geradas pelos alternadores

Por análise das figuras 8.8, 8.9 e 8.10 pode concluir-se que a situação em estudo tende para a estabilidade, verificando-se um amortecimento progressivo das oscilações das grandezas sob estudo.

Consideremos agora que o tempo de reengate é aumentado para 400 ms. As figuras 8.11, 8.12 e 8.13 [9] mostram a evolução temporal dos ângulos rotóricos, das velocidades angulares e das potências ativas geradas pelos alternadores.

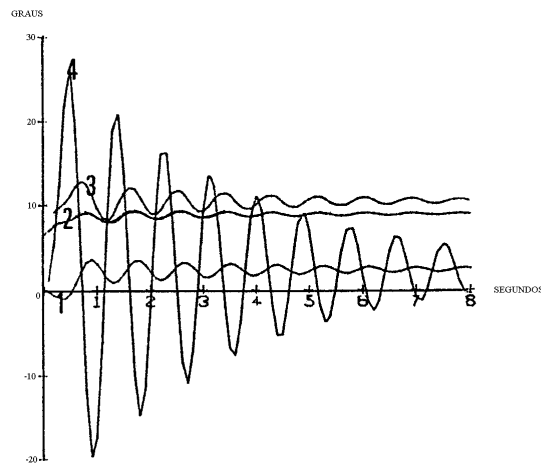


Fig. 8.11 - Evolução dos ângulos do rotor dos alternadores

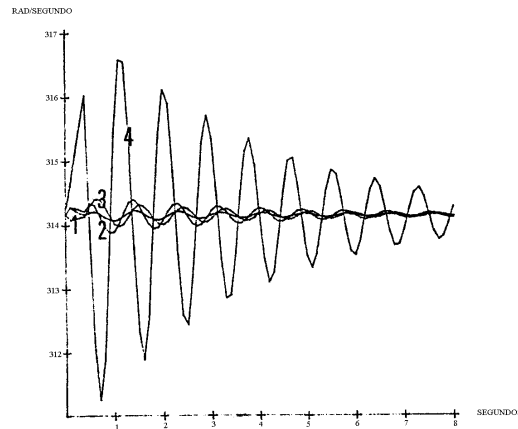


Fig. 8.12 - Evolução das velocidades angulares dos alternadores

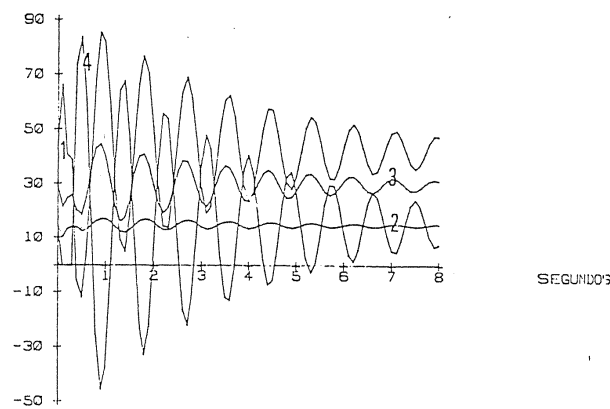


Fig. 8.13 - Evolução das potências ativas geradas pelos alternadores

Nesta situação é de notar que as oscilações existentes são bastante maiores, e que para as máquinas 3 e 5 existe um intervalo de tempo durante o qual estas máquinas absorvem potência ativa da rede. Neste caso, e nomeadamente para a máquina 3, tal daria lugar à atuação dos relés de retorno de potência, sendo a máquina retirada definitivamente da rede, o que originaria uma situação ainda mais crítica. Assim, esta situação é considerada instável.

De notar que os relés de retorno de potência atuam para valores de 1 a 5% da potência nominal da máquina e com uma temporização cujo limite inferior chega aos 0.5 s.

Por um processo de bissecções sucessivas, tendo em atenção que para tempos de reengate de 200 ms e 400 ms o sistema é respetivamente estável e instável, pode determinar-se o tempo crítico de reengate para que o sistema se mantenha estável.

### 8.3 EXEMPLO NUMÉRICO

Considere o sistema representado na figura 8.14.

Para as linhas  $y_L = j 0.01$  p.u. e  $Z_L = j 0.01$  p.u.



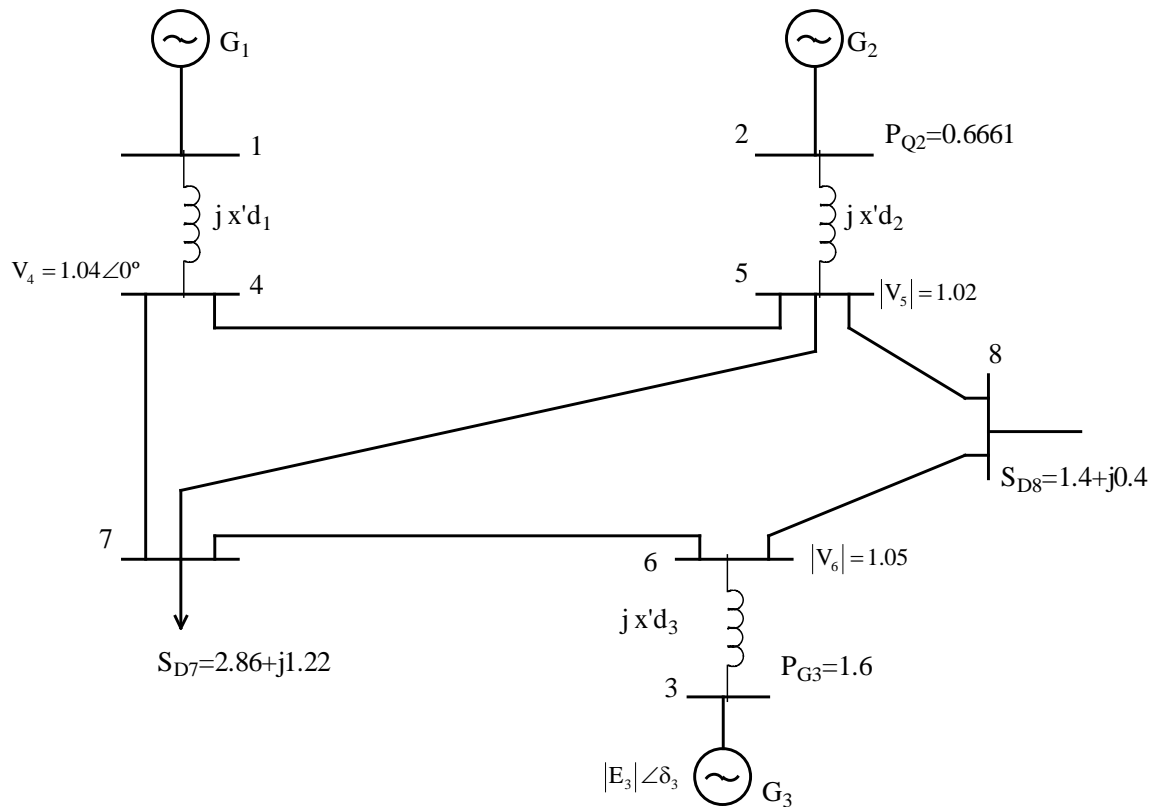


Fig. 8.14 – SEE com 5 barramentos

Características dos geradores ( $S_b = 100$  MVA)

Gerador	$x_d$	H
1	$j 0.08$	10 s
2	$j 0.18$	3.01 s
3	$j 0.12$	6.4 s

Os resultados do trânsito de potências são:

$$\begin{bmatrix} V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.04 \angle 0^\circ \\ 1.02 \angle -3.55^\circ \\ 1.05 \angle -2.90^\circ \\ 0.9911 \angle -7.48^\circ \\ 1.0135 \angle -7.05^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_{G_1} \\ P_{G_2} \\ P_{G_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.9991 \\ 0.6661 \\ 1.6000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Q_{G_1} \\ Q_{G_2} \\ Q_{G_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8134 \\ 0.2049 \\ 1.051 \end{bmatrix}$$

Considere um c.c. trifásico simétrico no início da linha 7-6, e que a linha foi retirada de serviço ao fim de 0.1 s. Determine as equações diferenciais do modelo clássico do sistema. Represente os ângulos relativos em relação ao gerador.

Resolução:

As cargas podem ser representadas por admitâncias

$$\begin{aligned} y_{77} &= \frac{I_{L7}}{V_{L7}} = \frac{S_{L7}^*}{|V_{L7}|^2} = \frac{P_{L7} - jQ_{L7}}{|V_{L7}|^2} = \\ &= \frac{2.8653}{(0.9911)^2} - j \frac{1.2244}{(0.9911)^2} = 2.9170 - j1.2465 \end{aligned}$$

$$y_{88} = 1.3630 - j0.3894$$

Cálculo dos f. e m. dos alternadores ( $|E_i| \angle \delta_i^0$ )

Alternador 2

$$P_2 + jQ_2 = 0.6661 + j0.2049 \quad V_5 = 1.02 \angle -3.55^\circ$$

$$x'd_2 = j0.18$$

$$|E_i| \angle \delta_i' = |V_{ai}| + jx_d I_i$$

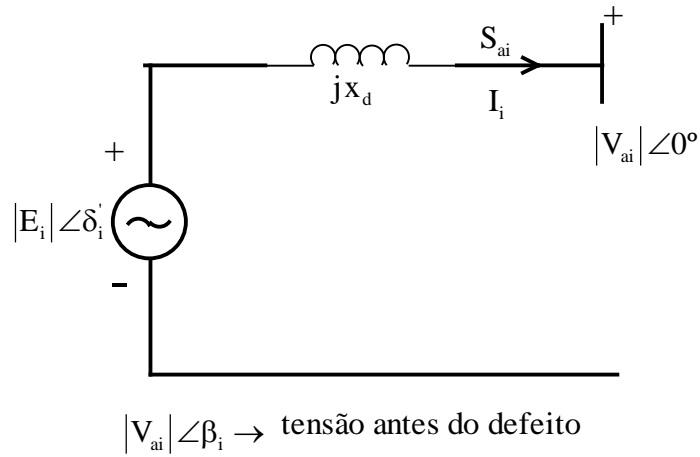


Fig. 8.15 – Esquema equivalente do alternador

Exprimindo  $I_i$  em termos de  $S_{Gi}$  e  $V_{ai}$ , temos

$$\begin{aligned} |E_i| \angle \delta_i' &= |V_{ai}| + j \frac{x_{d2} \delta_{Gi}^*}{|V_{ai}|} = |V_{ai}| + j \frac{x_{d2} (P_{Gi} - jQ_{Gi})}{|V_{ai}|} = \\ &= (|V_{ai}| + Q_{Gi} x_{d2} / |V_{ai}|) + j(P_{Gi} x_{d2} / |V_{ai}|) \end{aligned}$$

A diferença angular entre a tensão interna e a tensão nos terminais é  $\delta_i'$ .

Quando o ângulo da tensão terminal é  $\beta_i$  obtêm-se o ângulo do gerador inicial  $\delta_i^0$  adicionando o ângulo da tensão antes do defeito  $\beta_i$  ao ângulo  $\delta_i'$  ou seja:

$$\delta_i^0 = \delta_i' + \beta_i$$

Para o alternador 2, teremos

$$\begin{aligned} |E_2| \angle \delta_2' &= (1.02 + 0.2049 \times 0.18 / 1.02) + j(0.6661 \times 0.18 / 1.02) = \\ &= 1.0562 + j0.1175 = 1.0627 \angle 6.3507^\circ \\ \delta_2^0 &= 6.3507 - 3.55 = 2.8006^\circ \end{aligned}$$

De uma forma análoga

$$|E_1| \angle \delta_1^0 = 1.1132 \angle 7.9399^\circ$$

$$|E_3| \angle \delta_3^0 = 1.1844 \angle 5.9813^\circ$$

Determinação de matriz das admitâncias

Antes do defeito

$$Y^{\text{Pre-defeito}} = \begin{bmatrix} -j12.5 & 0 & 0 & j12.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j5.556 & 0 & 0 & j5.556 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j8.333 & 0 & 0 & j8.333 & 0 & 0 \\ j12.5 & 0 & 0 & -j32.48 & j10.0 & 0 & j10.0 & 0 \\ 0 & j5.556 & 0 & j10.0 & -j35.526 & 0 & j10.0 & j10.0 \\ 0 & 0 & j8.333 & 0 & 0 & -j28 & j10.0 & j10.0 \\ 0 & 0 & 0 & j10.0 & j10.0 & j10.0 & 2.917 - j31 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j10.0 & j10.0 & 0 & 1.3 - j20.3 \end{bmatrix}$$

$$Y^{\text{defeito}} = \begin{bmatrix} -j12.5 & 0 & 0 & j12.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j5.5 & 0 & 0 & j5.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j8.3 & 0 & 0 & j8.3 & 0 & 0 \\ j12.5 & 0 & 0 & -j32.4 & j10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j5.556 & 0 & j10 & -j35.526 & 0 & 0 & j10.0 \\ 0 & 0 & j8.33 & 0 & 0 & -j28.3 & 0 & j10.0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j10.0 & j10.0 & 0 & 1.3 - j20.3 \end{bmatrix}$$

Notar que a linha e a coluna correspondente ao barramento 7 contem apenas zeros

$$Y^{\text{depois-defeito}} = \begin{bmatrix} -j12.5 & 0 & 0 & j12.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -j5.5 & 0 & 0 & j5.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j8.3 & 0 & 0 & j8.3 & 0 & 0 \\ j12.5 & 0 & 0 & -j32.48 & j10 & 0 & j10 & 0 \\ 0 & j5.5 & 0 & j10 & -j35 & 0 & j10 & 0 \\ 0 & 0 & j8.3 & 0 & 0 & -j18 & 0 & j10 \\ 0 & 0 & 0 & j10 & j10 & 0 & 2.917 - j21 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j10 & j10 & 0 & 1.3 - j20 \end{bmatrix}$$

Nesta última matriz a linha 7-6 foi retirada

Vamos agora eliminar os nós não correspondentes aos nós internos dos geradores utilizando a redução de Kron

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}_{\text{bus}} \mathbf{V}$$

$\mathbf{I}$  é o Vector das correntes injetadas. Existem correntes injetadas apenas nos nós internos dos geradores.

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \dots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

Teremos então

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_n \\ \dots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{nn} & \vdots & \mathbf{Y}_{ns} \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{Y}_{sn} & \vdots & \mathbf{Y}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{E}_n \\ \dots \\ \mathbf{V}_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_n &= \mathbf{Y}_{nn} \mathbf{E}_n + \mathbf{Y}_{ns} \mathbf{V}_s \\ \mathbf{0} &= \mathbf{Y}_{sn} \mathbf{E}_n + \mathbf{Y}_{ss} \mathbf{V}_s \end{aligned}$$

Eliminando  $\mathbf{V}_s$

$$\mathbf{I}_n = (\mathbf{Y}_{ns} - \mathbf{Y}_{ns} \mathbf{Y}_{ss}^{-1} \mathbf{Y}_{sn}) \mathbf{E}_n = \hat{\mathbf{Y}} \mathbf{E}_n$$

$\hat{\mathbf{Y}}$  matriz reduzida, com a dimensão  $n \times n$  em que  $n$  é o número de geradores

A potência injetada no sistema, no nó  $i$ , é a potência fornecida pela máquina  $i$ , que é dada por

$$P_{Gi} = R_e E_i I_i^*$$

Esta equação em termos de matriz das admitâncias reduzida, pode ser escrita como

$$P_{Gi} = |E_i|^2 \hat{G}_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |E_i| |E_j| \left[ \hat{B}_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + \hat{G}_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \right]$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Substituindo esta expressão na equação de oscilação da máquina síncrona, temos

$$M_i \ddot{\delta}_i = P_{Mi} - P_{Gi} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Equação esta que pode ser integrada, por qualquer um dos métodos estudados.

## 9. CONTROLO DE UM SISTEMA ELÉTRICO DE ENERGIA

A potência fornecida por um grupo é controlada através da potência fornecida pela máquina primária (turbina hidráulica, turbina a gás, turbina a vapor,...). No caso de uma central com turbinas a vapor ou hidráulicas, por exemplo, a potência fornecida aos alternadores pode ser controlada através da maior ou menor abertura das válvulas de admissão do vapor ou da água.

Como um Sistema Eléctrico de Energia não é um sistema estático, isto é, a potência eléctrica que está a ser pedida ao sistema de produção está continuamente a variar devido às flutuações do consumo, também a potência produzida tem que estar continuamente a variar, de modo a que haja um equilíbrio perfeito entre a potência produzida e a potência consumida. Assim, se o consumo aumenta, as válvulas de admissão das turbinas terão que abrir de modo a que a potência mecânica fornecida pela máquina primária aumente. No caso de haver uma diminuição de potência pedida à rede, devido a uma diminuição do consumo, a abertura das válvulas de admissão terá que diminuir, para que haja uma diminuição da potência mecânica produzida.

O equilíbrio entre as potências produzidas e consumidas é verificado através do controlo da velocidade dos alternadores e, conseqüentemente, da frequência da rede. Se houver uma potência produzida superior à potência consumida a velocidade dos alternadores aumenta, o mesmo sucedendo à frequência. Se houver um défice de potência eléctrica produzida em relação à potência eléctrica consumida, haverá uma diminuição da velocidade dos alternadores e, por consequência, uma diminuição da frequência da rede. Notar também que a velocidade de funcionamento das turbinas é extremamente importante porque, um funcionamento a uma velocidade diferente, pode originar problemas de fadigas de materiais e, conseqüentemente, avarias graves nos grupos. Assim todas as turbinas estão munidas de sistemas de protecção que os desligará no caso de desvios exagerados da frequência nominal.

Os desvios da frequência da rede podem ser utilizados para um controlo automático da rede, nomeadamente da posição das válvulas de admissão das turbinas. É esta a razão porque o controlo da frequência da rede é muito apertado, não sendo normalmente admissíveis desvios de frequência superiores a  $\pm 0.5$  Hz. Por outro lado a frequência condiciona a velocidade dos motores síncronos, logo de muitos processos industriais e dos relógios síncronos. Assim se justifica todo o interesse que há, em que a frequência se mantenha dentro de limites muito apertados.

O controlo da tensão dos alternadores também deve ser continuamente realizado para que a tensão nos barramentos se mantenha dentro dos limites estipulados.

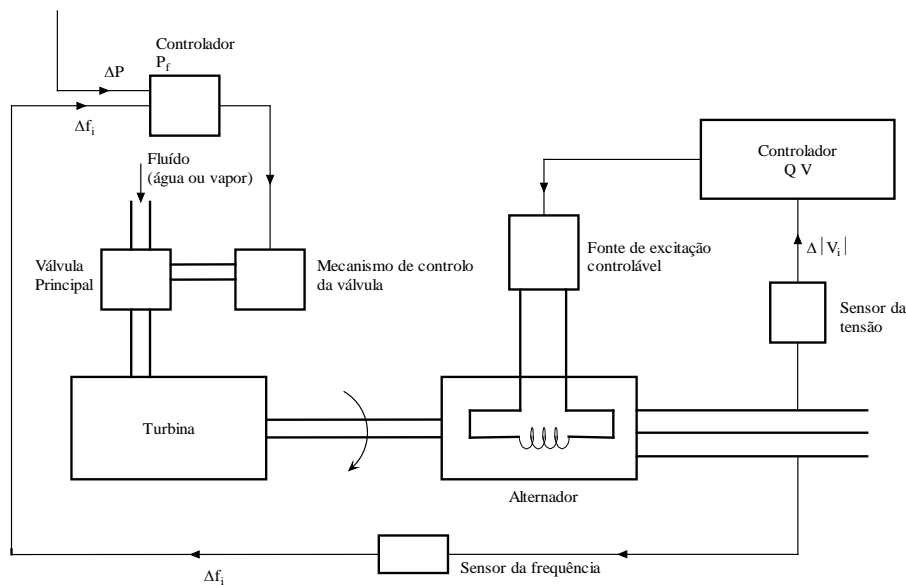


Fig. 9.1 – Aspeto global do sistema de controlo de um grupo turbina/alternador

A figura 9.1 mostra, de uma forma muito simplificada, a estrutura do sistema de regulação de um grupo turbina/alternador.

Os reguladores são regulados para condições de funcionamento pré-definidas e atuam automaticamente de modo a que a tensão e a frequência se mantenham dentro dos valores pré-estipulados. As condições de funcionamento de um alternador são quase estacionárias, ou seja podem considerar-se como estacionárias em períodos de tempo limitados, mas vão-se alterando ao longo do tempo através de pequenas variações

Como se sabe há uma estreita dependência entre a potência ativa e os ângulos de carga dos alternadores, sendo as tensões nos barramentos praticamente independentes da potência ativa. Por outro lado, a tensão nos barramentos depende da excitação dos grupos (por consequência da potência reativa produzida) e é praticamente independente do ângulo de carga. Assim, para pequenas variações, os sistemas de controlo da frequência e da tensão de excitação, podem ser modulados e analisados de uma forma independente. Notar que, ao contrário dos sistemas de excitação, os sistemas de controlo de frequência têm constantes de tempo elevadas, devido aos elevados momentos de inércia das turbinas e dos alternadores.

## 9.1 CONCEITO DE ESTADO

Os sistemas dinâmicos, na sua generalidade, podem ser representados por um sistema de equações diferenciais da forma

$$d x_1/d t = f_1 (x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n)$$

⋮

$$d x_n/d t = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_n)$$

ou, de uma forma mais concisa:

$$\dot{X} = f(X, U)$$

em que:

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

é o Vector estado do sistema, ligado com conceitos de observabilidade e controlabilidade.

$$U = [u_1, u_2, \dots, u_n]$$

é o Vector de controlo do sistema (variáveis independentes de controlo sobre os quais se pode atuar).

e, a saída do sistema é medida por n grandezas

$$y_1 = g_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$y_2 = g_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

⋮

$$y_n = g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

que estão, de certa forma relacionadas com o estado do sistema. Sob a forma matricial teremos:

$$Y = g(X)$$

em que

$$Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$$

é o Vector saída do sistema.

Esquemáticamente o sistema dinâmico está representado na figura 9.2



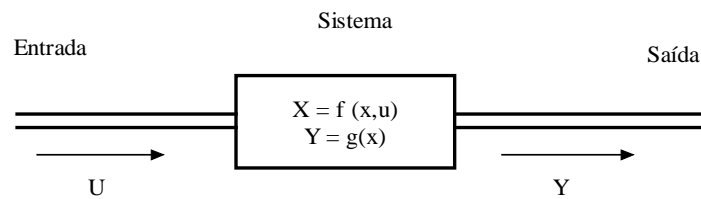


Fig. 9.2 Representação esquemática de um sistema dinâmico

Para um sistema linear, o modelo anterior apresentará a forma

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX \end{aligned} \quad (9.1)$$

em que A,B e C são matrizes. Em diagrama de blocos pode ser representado pelo esquema da fig. 9.3

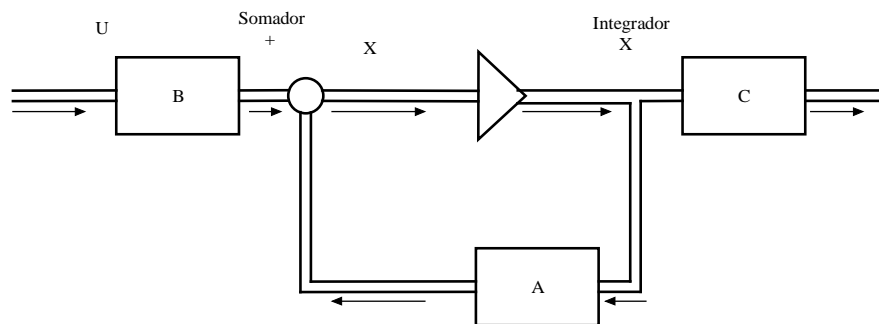


Fig. 9.3 - Representação esquemática de um sistema dinâmico linear

As equações 9.1 mostram que o Vector de saída do sistema é uma função linear apenas do Vector estado do sistema.

A característica entrada-saída de um sistema pode ser representada por meio de uma função de transferência, podendo a mesma função de transferência corresponder a sistemas diferentes.

Os componentes do sistema e as interligações existentes entre eles, podem ser descritas através de um sistema de equações diferenciais, que reduzidas a uma determinada forma canónica constituem o modelo de estado do sistema. A função de transferência para um sistema com uma entrada e uma saída (fig.9.4) é definida pela relação entre as transformadas de Laplace da saída e da entrada.

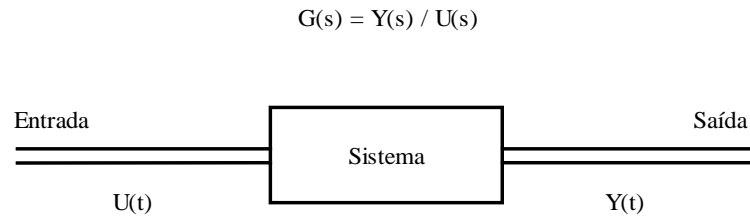


Fig. 9.4- Sistema com uma entrada e uma saída onde  $s$  é o operador de Laplace.

As variáveis de estado do sistema são continuamente medidas, sendo os seus valores devidamente controlados de modo a que se mantenham dentro dos valores pré-fixados. Algumas das variáveis de estado, caso dos módulos das tensões nos barramentos, podem ser lidas diretamente. Outras, tais como os ângulos das tensões nos barramentos, não podem ser lidas diretamente, sendo os seus valores calculados, por exemplo, através das potências que circulam nos elementos da rede.

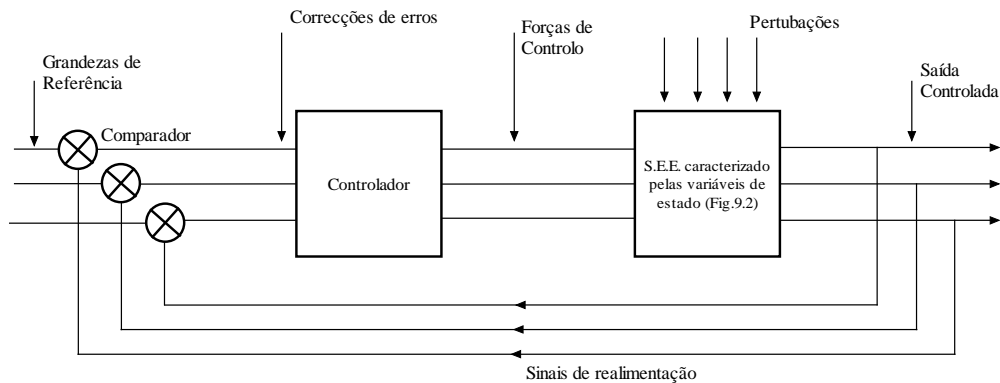


Fig. 9.5-Estrutura global do controlo de um sistema, com entradas e saídas múltiplas.

O esquema geral de um sistema de controlo para um S.E.E. encontra-se representado na fig. 9.5.

## 9.2 SISTEMAS DE CONTROLO DE FREQUÊNCIA -POTÊNCIA ACTIVA

Como é sabido, uma frequência constante num dado sistema, significa que a potência produzida é igual em cada instante à potência consumida mais as perdas do sistema (perdas óhmicas nos diversos componentes do sistema, perdas por efeito de coroa e perdas magnéticas nas chapas dos transformadores). Como a energia elétrica não é armazenável, em cada instante deve verificar-se a igualdade entre a produção e o consumo. Porque há que fazer permanentemente a adaptação da produção ao consumo, estamos em presença de um problema de controlo.

Embora os diagramas de carga, para os diversos centros produtores, tenham sido previstos com antecedência, a potência efetivamente pedida afasta-se sempre, num ou noutro sentido, das previsões feitas. Há então variações na frequência da rede resultantes desta desigualdade entre a potência produzida e a potência consumida. A partir destas variações da frequência os reguladores de velocidade das máquinas primárias das turbinas, atuam sob as válvulas de admissão do vapor, nas turbinas a vapor, ou no distribuidor, nas turbinas hidráulicas, para repor a frequência no seu devido valor.

Há normalmente duas malhas de controlo:

- malha primária, que responde proporcionalmente à variação de velocidade, fazendo variar o binário motor inversamente à variação da velocidade;

- malha secundária, que faz o ajustamento da frequência, ao valor nominal, por anulação do integral das variações ocorridas.

Nasce assim o problema do controlo da regulação frequência-potência ativa. O sistema global do controlo de um grupo de potência está esquematicamente representado na figura 9.1.

Há várias soluções para resolver o problema do controlo da potência ativa frequência (Pf).

Regra geral a solução pode ser incluída num dos três tipos:

- Regulação do tipo proporcional
- Regulação do tipo integral
- Regulação do tipo proporcional/integral

Consideremos o sistema de controlo, representado por diagramas de blocos, esquematizado na figura 9.6

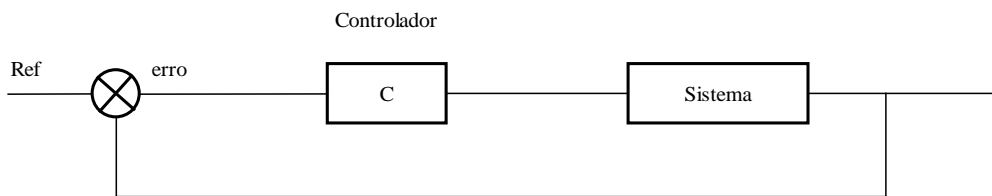


Fig. 9.6 - Diagrama de blocos de um sistema de controlo

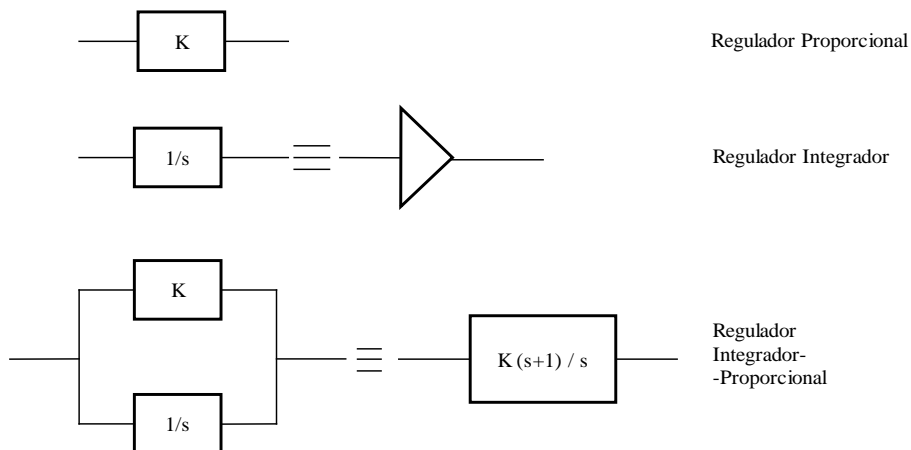


Fig. 9.7 - Representação em blocos dos três tipos de reguladores

No caso de uma regulação do tipo proporcional, o erro nunca pode ser zero, porque nesse caso não há força de controlo. No caso de uma regulação do tipo integral já se torna possível que o sistema de controlo continue a atuar após a anulação do erro, uma vez que atua para o integral do desvio ao longo

do tempo. O regulador tipo proporcional integral inclui simultaneamente as duas ações, tipo de regulação esta que melhora as condições de estabilidade do sistema em relação à regulação puramente integral.

O objetivo do sistema de controlo frequência-potência ativa é então regular a frequência do sistema e a potência fornecida pela unidade em causa. Assim, é medido o erro da frequência e o erro da potência fornecida, que indiretamente fornecem informação acerca do erro no argumento da tensão.

Qualquer das soluções apresentadas anteriormente para a resolução do problema do controlo pode ser usada com os três tipos possíveis de controlo: de frequência pura, de potência pura ou de frequência-potência ativa.

No controlo de frequência pura o sistema de controlo é apenas sensível às variações de frequência não sendo portanto sensível às variações da potência ativa fornecida pelo grupo.

No controlo de potência pura o controlo só é sensível à potência ativa fornecida pelo grupo. Os grupos com este tipo de controlo não participam na regulação da frequência do sistema. Limitam-se a manter a potência produzida nos valores pré-definidos. Este sistema de controlo só é usado para unidades de pequena capacidade.

O controlo de potência-frequência é o mais utilizado, pelo menos nas unidades de maior potência, para que assim todas estas unidades participem na tarefa de regulação de frequência.

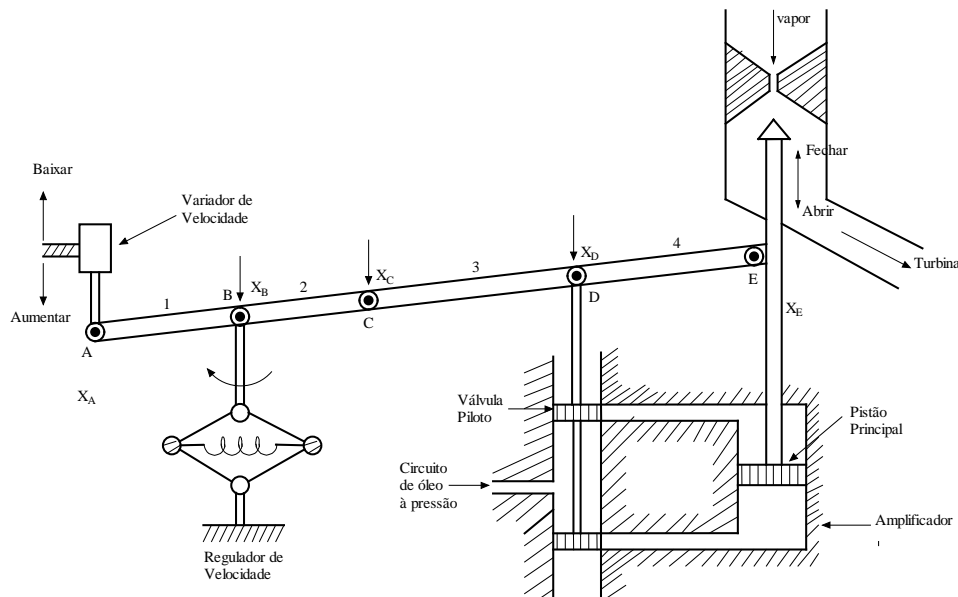


Fig. 9.8 - Representação esquemática de um sistema de controlo de uma turbina. As rótulas A,B,C,D e E são livres

A figura 9.8 representa, esquematicamente, o clássico regulador de Watt de uma turbina. Como o regulador por si só não dispõe de energia suficiente para acionar a válvula de admissão temos que

considerar a ação de um servomotor hidráulico interposto entre o regulador e a válvula.

Pelo controlo da posição da válvula de admissão do fluido através da união  $X_E$ , pode-se atuar na potência mecânica fornecida pela turbina.

No esquema simplificado que se está a considerar,  $X_D$  será a entrada do sistema de controlo (posição da válvula piloto do circuito hidráulico) e  $X_E$  será a saída do sistema de controlo (posição da válvula principal do circuito de admissão de fluido).

A posição da válvula piloto pode ser alterada pelo sistema articulado de ligação de três maneiras:

- 1 - Diretamente, pelo movimento do ponto de articulação A, devido à subida ou descida deste ponto por ação do variador de velocidade;
- 2 - Indiretamente, por uma ação de realimentação devido à alteração na posição do pistão que atua na válvula principal de admissão do fluido;
- 3 - Indiretamente, por uma ação de realimentação, devido aos movimentos do ponto de articulação B, imposto por flutuações na velocidade da turbina. Se a velocidade aumenta acima da velocidade do sincronismo, as esferas do regulador de Watt afastam-se e a união B desce.

### 9.2.1 Modelo matemático de um regulador de velocidade de uma turbina

O modelo matemático linearizado que se vai desenvolver aplica-se apenas para pequenos desvios em torno de um ponto de funcionamento estável. Assim, admite-se a seguinte cadeia de acontecimentos:

- 1 - O sistema está inicialmente num estado de funcionamento estável, caracterizado por uma velocidade nominal constante a que corresponde a frequência  $f^0$ , uma abertura constante da válvula de admissão do fluido caracterizada por  $x_E^0$ , e uma potência ativa constante fornecida pelo alternador  $P_G^0$ .
- 2 - Por intermédio do regulador de velocidade aumenta-se a potência fornecida pela turbina  $\Delta P_C$ . Como resultado deste aumento a união A desloca-se para baixo uma pequena distância  $\Delta x_A$ , proporcional a  $\Delta P_C$ .
- 3 - O movimento da união A, origina pequenas alterações nas posições das uniões C e D, respetivamente de  $\Delta x_C$  e  $\Delta x_D$ . Como ainda não houve alteração na velocidade da turbina o ponto B não se desloca. Assim, os pontos C e D deslocam-se para cima. À medida que o óleo penetra no circuito hidráulico, a válvula de admissão do fluido desloca-se de uma pequena distancia  $\Delta x_E$ , o que origina um aumento da potência mecânica fornecida pela turbina e, conseqüentemente, um aumento da potência eléctrica fornecida pelo alternador  $\Delta P_G$ .
- 4 - O aumento da potência mecânica fornecida pela turbina origina a existência momentânea de uma potência aceleradora no sistema. No caso do sistema ser bastante grande ("infinito") este aumento de potência não afetará a velocidade do alternador, logo a frequência. Porém, no caso de um sistema de reduzida dimensão, a velocidade e a frequência sofrerão um

ligeiro aumento  $\Delta f$ , o que obrigará a que a união B se desloque para baixo uma pequena distância  $\Delta x_B$ , proporcional a  $\Delta f$ . Para os reguladores de velocidade de ação rápida, é possível desprezar a inércia do sistema. Podemos assim considerar  $\Delta x_B$  proporcional a  $\Delta f$ .

Todos os deslocamentos são considerados positivos nas direções indicadas na figura 9.8.

Como todos os movimentos das uniões são pequenos, temos as seguintes relações lineares

$$\begin{aligned}\Delta x_C &= k_1 \Delta f - k_2 \Delta P_c & (9.2) \\ \Delta x_D &= k_3 \Delta x_C + k_4 \Delta x_E\end{aligned}$$

As constantes positivas  $k_1$  e  $k_2$  dependerão dos comprimentos dos braços 1 e 2 e das características do variador de velocidade e do regulador. As constantes positivas  $k_3$  e  $k_4$  dependerão dos comprimentos dos braços 3 e 4.

Admitindo que o fluxo de óleo no circuito hidráulico é proporcional à posição  $x_D$  da válvula piloto, obtém-se a seguinte relação para a posição do pistão principal:

$$\Delta x_E = k_5 \int (-\Delta x_D) dt \quad (9.3)$$

A constante  $K_5$  dependerá das características do circuito hidráulico (geometria do cilindro e pressão do óleo).

Aplicando a transformação de Laplace às equações (9.2) e (9.3) e eliminando as variáveis  $\Delta x_C(s)$  e  $\Delta x_D(s)$  obtemos a equação:

$$\Delta x_E(s) = (k_2 k_3 \Delta P_c(s) - k_1 k_3 \Delta F(s)) / (k_4 + s/k_5) \quad (9.4)$$

Em que foram introduzidas as transformadas de Laplace.

$$\Delta F(s) = \mathcal{L} [\Delta f]$$

$$\Delta X_E(s) = \mathcal{L} [\Delta x_E]$$

$$\Delta P_C(s) = \mathcal{L} [\Delta P_C]$$

A equação (9.4) pode ser reescrita como:

$$\Delta x_E(s) = [K_G/(1+sT_G)] [\Delta P_C(s) - \Delta F(s)/R] = G_G(s) [\Delta P_C(s) - \Delta F(s)/R] \quad (9.5)$$

em que

$R=k_2/k_1$  regulação de velocidade devido à ação do regulador

$K_G=k_2k_3/k_4$  ganho estático do regulador de velocidade

$T_G=1/(k_4k_5)$  constante de tempo do regulador de velocidade

$G_G(s)=K_G/(1+sT_G)$  função de transferência do regulador de velocidade.

A constante de tempo  $T_G$  é uma medida da velocidade de resposta do sistema de regulação. Valores normais são inferiores a 100 ms. As constantes de tempo do regulador de velocidade são de um valor mais elevado que as constantes de tempo dos reguladores de tensão.

### 9.2.2 Modelo matemático de uma turbina

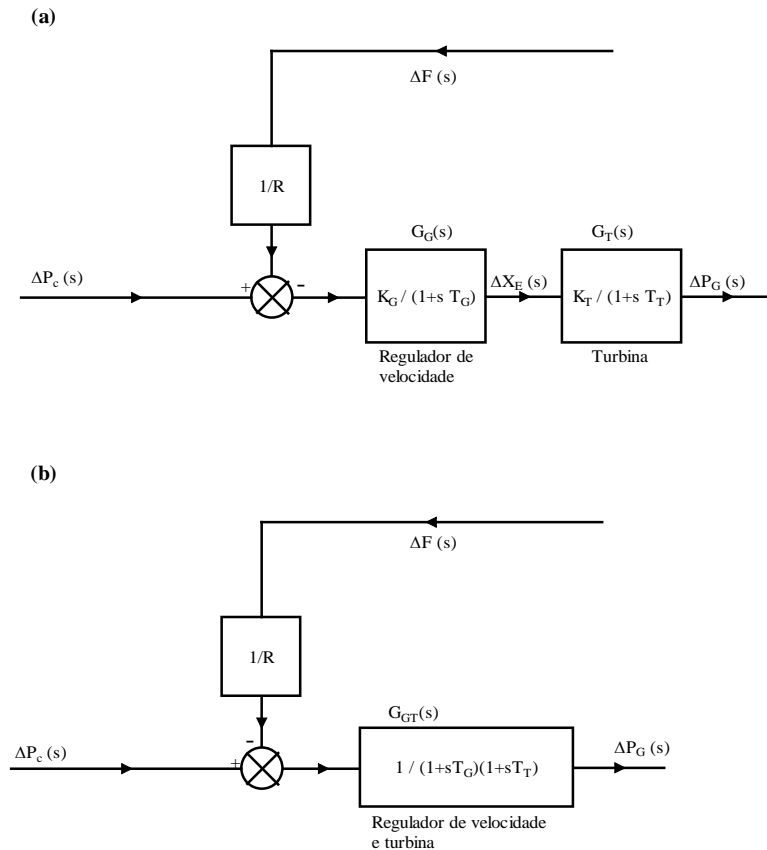
A equação (9.5) dá-nos a posição da válvula principal da turbina, porém nós estamos interessados nas variações da potência fornecida pela turbina,  $\Delta P_G$ , quando há alterações na posição da válvula de admissão.

A alteração na posição da válvula de admissão de  $\Delta x_E$ , é responsável pela variação da potência fornecida pela turbina de  $\Delta P_T$ , que origina uma variação da potência fornecida pelo alternador de  $\Delta P_G$ .

Considerando que a tensão é constante e que as variações da posição da válvula são pequenas, é possível determinar uma relação simples entre  $\Delta x_E$  e  $\Delta P_G$ . Esta relação é porém diferente, consoante se trata de turbinas a vapor ou turbinas hidráulicas e no caso de turbinas a vapor será diferente para os diferentes tipos de turbinas a vapor (com ou sem reaquecimento, por exemplo). No modelo mais simples de uma turbina sem reaquecimento, com um fator de ganho  $K_T$  e uma constante de tempo  $T_T$ , temos uma função de transferência do tipo

$$G_T(s) = \Delta P_G(s) / \Delta x_E(s) = K_T / (1+sT_T) \quad (9.6)$$

onde  $K_T$  tem as características de um ganho e  $T_T$  é a constante de tempo, em geral com um valor entre 0,2 e 2s. Sob a forma de diagrama de blocos o modelo linearizado da turbina térmica, sem reaquecimento, incluindo o regulador de velocidade, está representado na figura 9.9 a.



(a) Modelo do regulador de potência (eq. 9.5)

(b) Modelo de uma turbina sem reaquecimento

Fig. 9.9 Diagrama de blocos representando o sistema de regulação de um alternador, para uma turbina sem reaquecimento

Uma turbina com reaquecimento pode ser representada pela função de transferência

$$G_T(s) = \Delta P_G(s) / \Delta X_E(s) = K_T(1+sK_rT_r) / [(1+sT_T)(1+sT_r)] \quad (9.7)$$

A constante de tempo  $T_r$  tem um valor da ordem de 10s.  $K_r$  é um coeficiente de sobreaquecimento igual à proporção do binário desenvolvido no andar de alta pressão da turbina. Assim, quando não há reaquecimento,  $K_r=0$  e a expressão (9.7) reduz-se à expressão (9.6). As funções de transferência referidas são uma boa representação do sistema nos primeiros 20s após a perturbação, não tendo contudo em consideração a dinâmica da caldeira.

### 9.3 ALTERNADOR LIGADO A UMA REDE DE POTÊNCIA INFINITA

Consideremos que o alternador está ligado a uma rede de potência infinita, pelo que a velocidade e a frequência do grupo se podem considerar independentes da potência que o grupo está a produzir.

Neste caso teremos então:



$$\Delta F(s)=0$$

Da figura 9.9a tira-se que

$$\Delta P_G(s)=(K_G/(1+sT_G)) (K_T/(1+sT_T))\Delta P_C(s) \quad (9.8)$$

Considerando uma variação da potência em degrau, de amplitude  $\Delta P_C$ , pretendemos calcular o valor final da potência do alternador.

Para um acréscimo da potência em degrau, será então

$$\Delta P_C(s) = \Delta P_C/s \quad (9.9)$$

Assim,

$$\Delta P_G(s) = [K_G/(1+sT_G)][K_T/(1+sT_T)](\Delta P_C/s) \quad (9.10)$$

Depois de o regime transitório se ter extinguido, o valor final da potência  $P_{G,est}$ , pode ser obtido pelo teorema do valor final,

$$\Delta P_{G,est} = \lim_{s \rightarrow 0} [s\Delta P_G(s)] = K_G K_T \Delta P_C \quad (9.11)$$

Para um gerador, funcionando com uma velocidade constante, existe proporcionalidade entre a potência de referência e a potência fornecida pelo alternador. Na prática é muito usual fazer-se

$$K_G K_T \approx 1$$

pelo que

$$\Delta P_{G,est} = \Delta P_C \quad (9.12)$$

Face a esta simples relação de ganho, e atendendo a que estamos sempre interessados na resposta combinada do regulador e da turbina, combinamos as funções de transferência  $G_G$  e  $G_T$ , em  $G_{GT}$ , como está representado na figura 9.9a.

Suponhamos que um alternador de 100 MW está a funcionar ligado a um barramento de potência infinita. Como é que se pode aumentar a potência do grupo de 5 MW? Atendendo à equação 9.12, o aumento de potência pretendida consegue-se através da variação correspondente a 5 MW no variador de velocidade.

## 9.4 ALTERNADOR A ALIMENTAR UMA CARGA ISOLADA

Consideremos agora a situação em que o alternador está a alimentar uma carga, que por simplicidade vamos admitir que é resistiva. Analisemos o comportamento do alternador, admitindo que a carga sofre abruptamente um acréscimo de  $\Delta P_D$  e que a potência de referência não se altera, i.e., admitimos que  $\Delta P_C=0$ . Como não há uma alteração imediata da potência fornecida pela turbina, haverá uma deficiência momentânea de potência, na medida em que o alternador está a fornecer mais potência do que a que recebe. Esta diferença de energia tem que ser fornecida pela energia cinética armazenada na massa girante turbina-alternador, que começa portanto a diminuir. À medida que esta energia cinética começa a ser consumida, a velocidade do alternador começa a baixar e, por conseguinte, a frequência também diminui. À medida que o tempo passa, a velocidade vai diminuindo, e o mecanismo de controlo da fig.9.8 entra em ação. A rótula B sobe, do que resulta uma abertura da válvula principal de admissão da turbina e um aumento da potência produzida pelo grupo. Como o grupo passa a produzir mais potência, menos energia cinética terá que ser fornecida para equilibrar o sistema e a velocidade diminuirá a menor ritmo. O sistema estabilizará a uma velocidade mais baixa, com um valor mais elevado da potência gerada. O aumento da potência gerada coincidirá com o aumento inicial da carga.

Consideremos o modelo matemático, para encontrar o novo ponto de equilíbrio.

Como  $\Delta P_C=0$ , do diagrama da figura 9.9 obtém-se

$$\Delta P_G(s)=[1/(1+sT_G)(1+sT_T)](-\Delta F(s)/R) \quad (9.13)$$

Usando o teorema do valor final teremos

$$\Delta f_{est}/\Delta P_{G,est} = -R \text{ Hz/MW} \quad (9.14)$$

Este resultado evidencia o significado do parâmetro de realimentação R, denominado "estatismo" ou regulação de velocidade, que não é mais do que a taxa de variação da frequência com a potência ativa gerada. As unidades de R serão hertz por megawatt.

### Exemplo 9.4.1

Consideremos um turbo alternador à frequência de 50Hz. A figura 9.10 representa a variação da frequência com a potência gerada para um turbo alternador, que experimenta uma variação de frequência de 4% do valor nominal, desde a carga nula até à plena carga.

Considerando uma carga de 100 MW, o estatismo R do alternador será:

$$R = (0.04 \times 50)/1 = 2.0 \text{ Hz/p.u.}$$

Um aumento de carga de 0.05 p.u. origina uma diminuição de frequência de

$$2.0 \times 0.05 = 0.1 \text{ Hz}$$

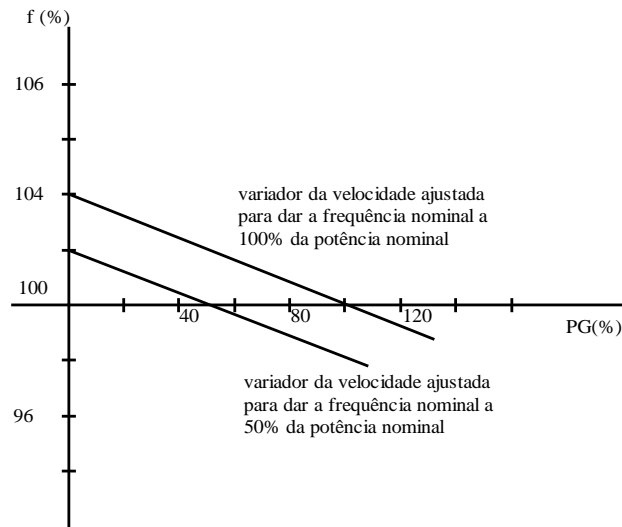


Fig. 9.10 - Característica frequência/potência em regime estático

A frequência pode posteriormente ser ajustada até ao valor nominal atuando no variador de velocidade, o que permite deslocar a característica frequência/potência para baixo e/ou para cima. Na fig. 9.10 estão representadas duas posições possíveis que correspondem a obter a frequência nominal a 100% e a 50% da potência nominal.

#### Exemplo 9.4.2

Suponhamos que dois grupos, respetivamente de 50 e 500 MW estão a alimentar um sistema à frequência de 50 Hz e que estão a funcionar a meia carga. A carga do sistema aumenta de 110 MW do que resulta a frequência passar para 49.5 Hz. Qual deve ser a regulação dos grupos de modo a que o aumento de potência dos grupos seja proporcional à respetiva potência do grupo?

Os grupos deverão aumentar as potências fornecidas respetivamente de 10 e 100 MW.

Atendendo à equação (9.14) teremos que

$$\Delta P_{\text{Gest}} = -1/R \Delta f_0$$

pelo que podemos calcular a regulação (estatismo) dos grupos

$$R_1 = -(-0.5)/10 = 0.05 \text{ Hz/MW}$$

$$R_2 = -(-0.5)/100 = 0.005 \text{ Hz/MW}$$

Se exprimirmos a regulação em p.u. Hz por p.u. MW o valor de R (estatismo) será 0.05 p.u. (ou 5%) para ambas as unidades, atendendo a que:

$$R_{\text{pu}} = \frac{\Delta f / \Delta f_0}{\Delta P_M / P_M}$$

Este resultado mostra que os grupos a funcionar em paralelo devem ter a mesma regulação (expressa em p.u.) para que as flutuações de potência sejam divididas de uma forma proporcional à potência dos grupos.

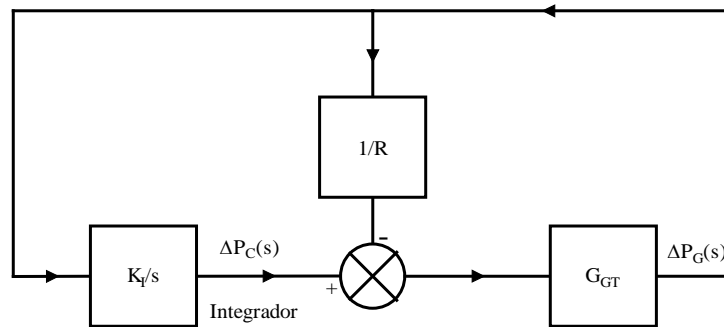


Fig. 9.11 – Diagrama de blocos, do modelo linearizado de uma turbina a vapor sem reaquecimento, do regulador de velocidade e do regulador integrador de frequência

A fig. 9.11 representa um sistema de regulação de frequência do tipo integrador sob a forma de um diagrama de blocos.

No caso da existência de um regulador integrador de frequência, a velocidade do alternador, e portanto a potência fornecida pela turbina é controlada pelo sinal obtido ampliando primeiro o erro da frequência e depois integrando este erro. Teremos então:

$$\Delta P_c = -K_I \int \Delta f dt$$

e a transformada de Laplace é

$$P_C(s) = -K_I/s \Delta F(s)$$

Enquanto existir erro, a saída do integrador aumentará, originando a atuação do regulador de velocidade. A saída do integrador, logo o regulador de velocidade, só estabilizará para um dado valor, a partir do momento em que o erro da frequência se anular. A constante de ganho  $K_I$  do integrador controla a velocidade de resposta do sistema.

## 9.5 VARIAÇÃO DINÂMICA DAS VARIÁVEIS DE ESTADO

Um Sistema Eléctrico é caracterizado por uma frequência, a qual em regime estável é

$$\omega_0 = 2 \pi f_0$$

constante para todo o sistema.

A tensão instantânea, no barramento  $i$  do sistema, é

$$v_i = \sqrt{2} |V_i^0| \text{sen} (\omega^0 t + \delta_i^0)$$

Quando o sistema fica sujeito a perturbações dinâmicas, as variáveis de estado ficam sujeitas a pequenas alterações. A velocidade angular (logo a frequência) e o desvio angular deixam de ser constantes e teremos então

$$\delta_i = \delta_i^0 + \Delta \delta_i$$

$$|V_i| = |V_i^0| + \Delta |V_i|$$

e a tensão no barramento  $i$  passará então a ser da forma:

$$v_i = \sqrt{2} (|V_i^0| + \Delta |V_i|) \text{sen} (\omega^0 t + \delta_i^0 + \Delta \delta_i)$$

A velocidade angular  $\omega_i$  do barramento  $i$  será então

$$\omega_i = d/dt (\omega^0 t + \delta_i^0 + \Delta \delta_i) = \omega^0 + d/dt \Delta \delta_i$$

deixando portanto de ser constante, devido à existência da perturbação. Teremos assim

$$\Delta \omega_i = d/dt \Delta \delta_i \text{ rad/s}$$

ou, em termos de frequência,

$$\Delta f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Delta \delta_i}{dt} \text{ Hz} \quad (9.15)$$

Devido à elevada inércia dos grupos, de um modo geral

$$|\Delta f_i| \ll f^0 = 50 \text{ Hz}$$

A energia cinética armazenada numa máquina síncrona ligada a um barramento varia com o quadrado

da velocidade. Como um barramento, em dois instantes diferentes, pode ser caracterizado por idênticas perturbações do ângulo de carga  $\delta$ , mas velocidades diferentes, é óbvio que a variável  $\delta$  apenas, não nos pode dar toda a informação acerca do estado do sistema. Haverá assim necessidade de considerar  $\omega$  como uma variável de estado além de  $|\mathbf{V}_i|$  e  $\delta$ .

## 9.6 EFEITO DO CONTROLO POTÊNCIA ATIVA FREQUÊNCIA NOS ESTUDOS DE ESTABILIDADE

Nos estudos de estabilidade que se fizeram até agora, não se considerou o efeito dos reguladores potência ativa frequência (Pf). Admite-se normalmente que a potência fornecida pela turbina  $P_T$  e a f.e.m. se mantêm constantes no período em estudo. É porém uma aproximação que só é possível no caso de a estabilidade do sistema ser determinada pelos acontecimentos no período inicial do fenómeno transitório. No caso de se pretender fazer um estudo que ultrapasse este período inicial, normalmente para tempos superiores a 1.5 s, há necessidade de considerar o efeito dos reguladores das turbinas. A fig. 9.12 representa o diagrama de blocos do modelo linearizado de uma turbina a vapor, sem reaquecimento, do regulador de velocidade e do regulador integrador de frequência.

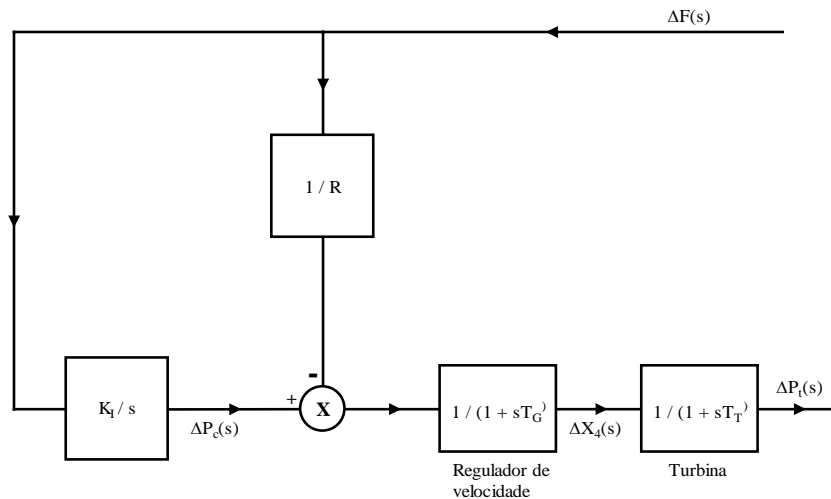


Fig. 9.12 Diagrama de blocos do modelo linearizado de uma turbina a vapor, sem reaquecimento, com regulador de velocidade e regulador (integrador) de frequência.

A partir do diagrama de blocos da fig. 9.12 podemos obter as seguintes equações :

$$\Delta P_C(s) = -K_i/s \Delta F(s)$$

$$\Delta X_4(s) = (\Delta P_C(s) - \Delta F(s)/R)/(1+sT_G) \quad (9.16)$$

$$\Delta P_T(s) = (1/(1+sT_T)) \Delta X_4$$

Fazendo a transformação inversa destas três equações obtemos as seguintes três equações diferenciais:

$$d\Delta P_C/dt = -K_i \Delta f$$

$$d\Delta x_4/d t = (\Delta P_c - \Delta f/R - \Delta x_4) / T_G$$

$$d\Delta P_T/d t = (\Delta x_4 - \Delta P_T) / T_T \quad (9.17)$$

Nos estudos de estabilidade em que não é considerado o efeito dos reguladores Pf, o estado do sistema, quando sujeito a uma pequena perturbação, é caracterizado pela equação diferencial de 2ª ordem para cada máquina:

$$M d^2\delta/d t^2 = P_a$$

ou, pelo sistema de duas equações diferenciais de 1ª ordem

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{P_a}{M} = \frac{\pi f}{H} (P_T - P_G) = P_a \frac{\pi f}{H} \end{aligned}$$

em que

$x_1 = \delta$  ângulo rotórico em radianos eléctricos

$x_2 = \dot{\delta}$  velocidade angular do rotor em radianos eléctricos por segundo

pelo que o sistema será definido pelo Vector de estado

$$[X] = [x_1, x_2] = [\delta, \dot{\delta}]$$

Não desprezando o efeito dos reguladores Pf, temos que definir mais três variáveis de estado:

$$x_3 = x_3^0 + \Delta x_3 = P_C^0 + \Delta P_c = P_c$$

$$x_4 = x_4^0 + \Delta x_4$$

$$x_5 = x_5^0 + \Delta x_5 = P_T^0 + \Delta P_T = P_T$$

$P_c^0, x_4^0$  e  $P_t^0$  antes do defeito são os valores das variáveis  $x_3, x_4$  e  $x_5$  e são todos iguais, com um valor igual à potência antes do defeito da turbina (ou alternador). Temos assim:

$$x_3^0 = x_4^0 = x_5^0 = P_T^0 = P_C^0 = P_G^0$$

em que

$P_T$  - potência produzida pela turbina

$P_c$  - potência ativa consumida pelo sistema

$P_G$  - potência ativa fornecida pelo alternador

Substituindo as novas variáveis de estado, considerando as equações (9.16) e fazendo uso da equação (9.17), obtemos:

$$\dot{x}_3 = -K_1 x_2 / (2\pi) \quad (9.18)$$

$$\dot{x}_4 = (x_3 - x_2 / (2\pi R) - x_4) / T_G$$

$$\dot{x}_5 = (x_4 - x_5) / T_T$$

Assim, o sistema passará a ser definido por um Vector estado com cinco variáveis.

Devemos ter em atenção que o Vector estado definido anteriormente, apenas caracteriza o sistema, tendo em atenção a ação do regulador Pf, na região em que o diagrama de blocos da fig. 9.12 for válido, isto é, apenas para os primeiros segundos que se seguem ao aparecimento da perturbação. É porém possível, à custa da introdução de mais variáveis de estado para representar o comportamento dinâmico mais lento, aumentar o período de tempo para o qual o modelo é exato.

Devido à ocorrência de um fenómeno transitório o nível de comando da turbina pode ser de tal intensidade que leve a turbina a funcionar fora dos seus limites de capacidade. A válvula da turbina tem porém que estar numa posição  $x_4$  compreendida entre zero e a que corresponde à potência máxima que a turbina pode fornecer, ou seja

$$0 < x_4 < P_{\text{máx.}}$$

## 9.7 CONTROLO DA POTÊNCIA REATIVA TENSÃO PARA UM ALTERNADOR

Foi estudado o problema do controlo da potência ativa-frequência. Em todo esse estudo foi suposto que a f.e.m.  $E_o$  do alternador se mantém constante durante o período em estudo. Na realidade não é o que se passa devido à ação do regulador de tensão do alternador. Vejamos então como considerar o controlo da tensão nos barramentos, a qual como já vimos, depende essencialmente do trânsito das potências



reativas. Um desequilíbrio entre a potência reativa produzida e a potência reativa consumida origina desvios nas tensões dos barramentos. Há obviamente muita semelhança no controlo entre a potência ativa-frequência e a potência reativa-tensão nos barramentos. Teremos então que

$$\Delta Q = K_I \int \Delta|V| dt$$

em que  $\Delta|V|$  é o desvio da tensão em relação ao valor de referência.

Notar que não há razão nenhuma de carácter prático para controlar a tensão com o mesmo rigor com que é controlada a frequência. Enquanto na tensão são admissíveis flutuações de 5 % na frequência não se admitem flutuações superiores a  $\pm 0.05\%$ .

O "despacho" da potência ativa é baseado em considerações de carácter económico (custo dos diversos tipos de combustível e custo incremental das diversas unidades). Embora não se possa falar em custos de produção da potência reativa há que não esquecer que as fontes de potência reativa (condensadores síncronos ou estáticos) e as bobinas ligadas em paralelo, exigem custos de instalação e de manutenção.

O despacho da potência reativa, embora também seja feito por considerações de carácter económico (o trânsito da potência reativa afetar as perdas de potência ativa nos sistemas de transmissão, logo os custos da transmissão) tem também que ter em atenção outros fatores. Assim, o problema do controlo da potência reativa durante as horas cheias do diagrama é totalmente diferente do problema posto durante as horas de vazio do diagrama. Durante as horas de maior consumo de potência ativa, também se verifica o maior consumo de potência reativa, sendo então o nosso objetivo minimizar as perdas no sistema. Nas horas de vazio, no caso do sistema possuir longas linhas de transmissão aéreas ou cabos subterrâneos, pode acontecer que a potência reativa produzida por estes elementos tenha que ser absorvida por elementos a isso destinados, por a potência reativa consumida pelo sistema ser inferior à potência reativa disponível. Assim, temos que desexcitar os alternadores, de modo a absorverem potência reativa, estando assim a diminuir a estabilidade das máquinas, ou então o sistema tem que dispor de bobinas em paralelo de modo a absorverem parte da potência reativa que estiver em excesso no sistema. Neste caso, a política do despacho da potência reativa tem por fim eliminar a potência reativa que existe a mais no sistema e não a minimização das perdas nas linhas de transmissão. O controlo da potência reativa-tensão mais generalizado tem em atenção, os seguintes pontos:

- 1 - A tensão nos terminais de cada alternador é controlada individualmente;
- 2- O nível de tensão nos diversos barramentos é pré-selecionada, com base num trânsito de potência.
- 3- O nível de tensão nos barramentos é alterado periodicamente para ter em atenção as flutuações no diagrama de cargas do sistema.

### 9.7.1 Modelo matemático do sistema de excitação de um alternador

Há muitos tipos de sistemas para a excitação de um alternador. A figura 9.13 mostra esquematicamente o princípio de funcionamento de um sistema de excitação de um alternador. Normalmente o campo de excitação é criado a partir de uma excitatriz, a qual está montada no mesmo veio da turbina e do

alternador. O sistema de excitação é constituído por um alternador auxiliar (excitatriz) com excitação no estator, cuja corrente rotórica é retificada no próprio veio, e é usada na excitação do alternador principal. O campo magnético de excitação é controlado por intermédio de um amplificador. Embora no esquema esteja representado um andar do amplificador, em regra, devido à potência em causa, é constituído por mais de um andar. A figura 9.14 mostra o diagrama de blocos correspondente ao regulador de tensão representado na figura 9.13.

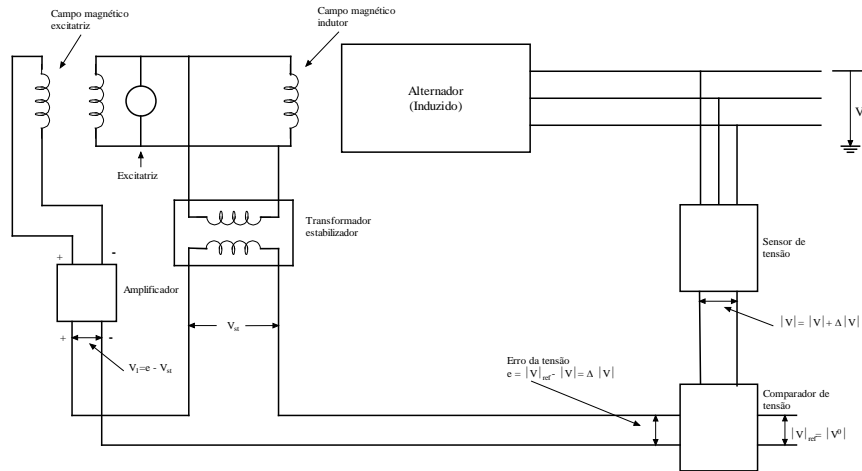


Fig.9.13 - Sistema típico de excitação de um alternador.

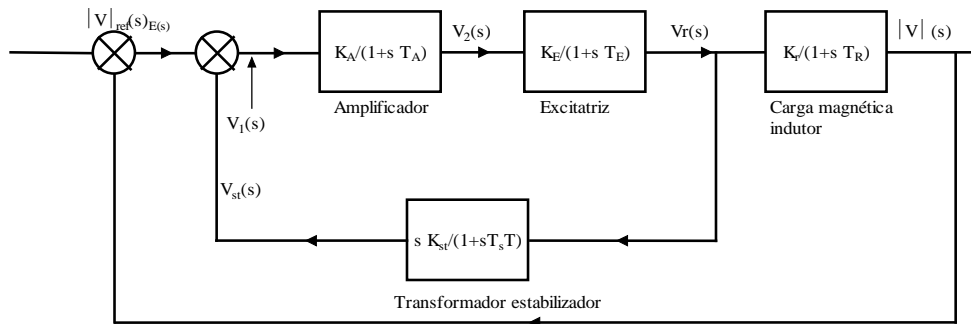


Fig. 9.14 – Diagrama de blocos correspondente ao regulador de tensão representado na figura 9.13.

O comparador de tensão compara o módulo da tensão de saída  $|V|$  com a tensão de referência  $|V^0|$ . O erro da tensão será então:

$$e = |V_{ref}| - |V| = |V^0| - (|V^0| + \Delta|V|) = -\Delta|V|$$

O amplificador pode ser caracterizado por um fator de ganho  $K_A$  e uma constante de tempo  $T_A$ , que normalmente tem um valor inferior a 100 ms. A função de transferência do amplificador será então

$$V_2(s)/V_1(s) = K_A/(1+sT_A)$$

A excitatriz, basicamente um amplificador, terá uma função de transferência análoga

$$V_r(s)/V_2(s) = K_E/(1+sT_E)$$

$T_E$ , a constante de tempo da excitatriz, tem normalmente o valor de 1s.

Para o gerador podemos considerar a função de transferência

$$|V|(s)/V_r(s) = K_r/(1+sT_r)$$

Que relaciona a tensão aos terminais do alternador  $|V|$ , com a tensão  $v_r$  no rotor.

O circuito estabilizador, existente devido à existência de pelo menos 3 constantes de tempo, tem uma função de transferência do tipo:

$$V_{st}(s)/V_r(s) = sK_{st}/(1+sT_{st})$$

## 9.8 CONTROLO DA POTÊNCIA REATIVA - TENSÃO PARA UM ALTERNADOR EM ESTUDOS DE ESTABILIDADE

A partir do diagrama de blocos representado na figura 9.14 é possível escrever as seguintes equações:

$$V_r(s)/V_2(s) = K_E/(1+sT_E)$$

$$V_2(s)/V_1(s) = K_A/(1+sT_A)$$

$$V_{st}(s)/V_r(s) = sK_{st}/(1+sT_{st})$$

$$V_1(s) = |V|_{ref}(s) - |V|(s) - V_{st}(s)$$

Por uma transformação inversa, obteremos as seguintes três equações diferenciais:

$$\begin{aligned} \dot{v}_r &= (K_E v_2 - v_r)/T_E \\ \dot{v}_2 &= [K_A(|V|_{ref} - |V| - v_{st}) - v_2]/T_A \end{aligned} \quad (9.19)$$

$$\dot{v}_{st} = (K_{st}K_E v_2 - k_{st}v_r - T_E v_{st}) / (T_E T_{st})$$

Definindo mais três variáveis de estado,  $x_6, x_7$  e  $x_8$  as equações (9.19) tomarão a forma :

$$\begin{aligned} \dot{x}_6 &= (K_E x_7 - x_6) / T_E \\ \dot{x}_7 &= [K_A (|V|_{ref} - |V| - x_8) - x_7] / T_A \\ \dot{x}_8 &= (K_{st}K_E x_7 - k_{st}x_6 - T_E x_8) / (T_E T_{st}) \end{aligned} \quad (9.20)$$

em que

$$\dot{x}_6 = v_r \quad \dot{x}_7 = v_2 \quad \dot{x}_8 = v_{st}$$

Em condições estáveis de funcionamento a tensão  $v_{st}$  é zero e as tensões  $v_r$  e  $v_2$  têm respetivamente os valores  $v_r^0$  e  $v_2^0$  que são conhecidos, a partir do conhecimento do estado de funcionamento estável em questão.

## 9.9 MODELO COMPLETO DO ALTERNADOR PARA ESTUDOS DE ESTABILIDADE

A consideração da ação dos reguladores Pf e QV na modelização da máquina síncrona levou a que de um Vector de estado com duas variáveis se passasse para um Vector de estado com nove variáveis, a que correspondem as seguintes 9 equações diferenciais de primeira ordem:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \pi f^0 (x_5 - P_G) / H^0 \\ \dot{x}_3 &= -K_I x_2 / (2\pi) \\ \dot{x}_4 &= (x_3 - x_2 / (2\pi R) - x_4) / T_G \\ \dot{x}_5 &= (x_4 - x_5) / T_T \\ \dot{x}_6 &= (K_E x_7 - x_6) / T_E \\ \dot{x}_7 &= [K_A (|V|_{ref} - |V| - x_8) - x_7] / T_A \\ \dot{x}_8 &= (K_{st}K_E x_7 - k_{st}x_6 - T_E x_8) / (T_E T_{st}) \\ \dot{x}_9 &= (K_v x_6 - |E_i|) / T_r \end{aligned}$$

Facilmente se percebe o enorme esforço computacional que a inclusão dos reguladores Pf e QV, acarreta em estudos de estabilidade.

## 10. FORMAS DE MELHORAR A ESTABILIDADE DE UM SISTEMA ELÉTRICO

A estabilidade de um sistema eléctrico pode ser melhorada atuando nas características das centrais, da rede de transporte e dos centros de controlo.

Como se viu a estabilidade de um Sistema Eléctrico é fortemente condicionada pelo tipo e localização do defeito. Vejamos agora outros aspetos que afetam a estabilidade.

Como se pode ver na figura 10.1 a manutenção da estabilidade de um S.E.E. é tanto mais fácil quanto

$$P_{\max} = \frac{VE}{X} \quad (10.1)$$

$P_{\max}$  tem um valor mais elevado, porque para um dado nível de carga  $P_1$ ,  $\delta$  será mais pequeno e para qualquer aumento de carga  $\Delta P$ ,  $\delta_2 - \delta_1$  será mais pequeno.

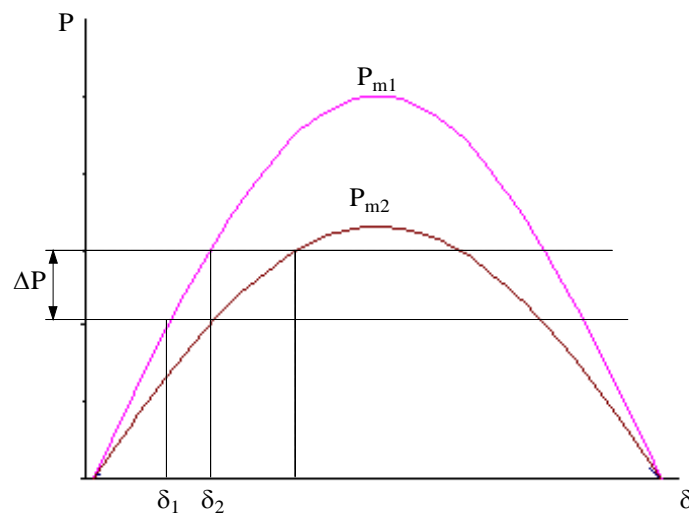


Fig. 10.1 - Relação entre  $P_m$  e o ângulo de carga para um dado nível de carga. Variação do ângulo de carga com acréscimo da carga

Por este facto os alternadores de polos salientes são mais estáveis do que os alternadores de rotor cilíndrico, como facilmente se pode ver por análise das equações (3.1) e (3.2). A figura 10.3 mostra a relação entre a potência fornecida por um alternador de polos salientes e um alternador de rotor cilíndrico com o ângulo de carga.

A partir da equação (10.1) vê-se que  $P_m$  pode ser aumentado, ou pelo aumento da tensão acima do valor nominal, ou pela diminuição da reactância de transferência. A reactância de transferência pode ser diminuída pelo uso de condutores múltiplos (sendo condutores duplos, triplos ou quádruplos as configurações mais frequentes) ou pelo uso de condensadores em série nas linhas (compensação série).

As condições de estabilidade do sistema também podem ser melhoradas pela redução do tempo de eliminação do defeito (tempo de atuação da aparelhagem de proteção, mais o tempo de atuação do disjuntor), para que o defeito seja eliminado, antes de o ângulo crítico ter sido atingido.

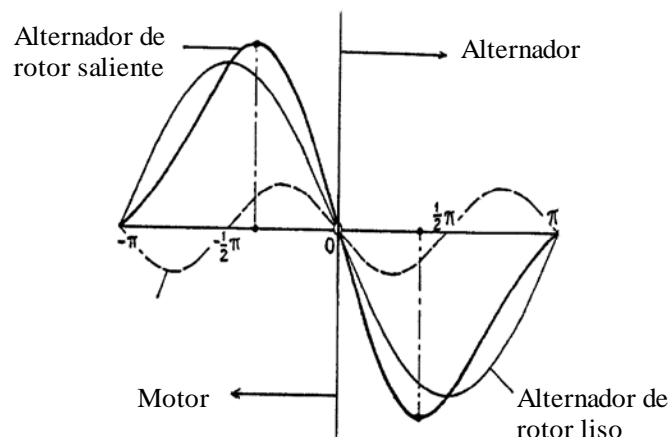


Fig. 10.2 Variação da potência fornecida por um alternador, com o ângulo de carga para um alternador de rotor liso e para um alternador de rotor saliente

Para o caso de uma máquina síncrona ligada a um barramento de potência infinita da equação 7.10, vê-se que um aumento na constante de inércia  $M$ , diminui o ângulo de oscilação num dado intervalo de tempo, pelo que é um método de melhorar a estabilidade. Este método não pode todavia ser usado na prática por razões económicas e razões que se prendem com o excessivo peso do rotor.

- Os métodos que normalmente se utilizam na prática para melhorar a estabilidade do sistema são:
- Aumento da tensão do sistema, nomeadamente com o uso de AVR (*Automatic Voltage Regulators*)
- Redução das reactâncias de transferência
- Uso de disjuntores extremamente rápidos, com reengate automático e corte independente nas três fases.
- Emprego de transmissão ou interligações em c.c.

Da equação 10.1 vê-se facilmente que a potência pode ser aumentada subindo os valores de  $V$  ou  $E$  ou reduzindo as reactâncias de transferência.

Por análise da fig. 5.15, verifica-se que qualquer destas ações aumenta  $P_{mI}$ ,  $P_{mII}$  e  $P_{mIII}$ . Facilmente se vê

desta figura que para uma potência de mecânica de entrada  $P_1$ ,  $\delta_0$  diminui e  $\delta_m$  cresce. Para um ângulo de atuação crítico  $\delta_c$  pode ser argumentado que  $A_1$  não se altera e pode, de facto, decrescer. O efeito da diminuição de  $\delta_0$  é contudo maior do que o correspondente a um aumento de  $P_{mII}$ .

Isto significa que o sistema permanecerá estável mesmo quando o ângulo crítico é aumentado ligeiramente ou podemos dizer que para um ângulo crítico há uma maior margem de estabilidade.

O emprego de transmissão em corrente contínua também pode ser uma forma de limitar a possibilidade de instabilidade de um sistema, quando não for fácil, por outros meios, reduzir a reactância de transferência. A importância da transmissão em corrente contínua (c.c.) como forma de melhorar as características de estabilidade do sistema deve-se ao facto de uma ligação em c.c. ser assíncrona. Diz-se que uma ligação em c. c. é assíncrona na medida em que os dois sistemas de corrente alternada interligados podem ser explorados a frequências diferentes, os desfasamentos das tensões nos barramentos dos dois sistemas serem independentes, e ser fácil controlar a potencia que circula na ligação em c.c.. Assim não há o perigo de incidentes num dos sistemas causarem problemas de instabilidade no outro.

O emprego de corrente contínua pode ser por vezes a única solução para evitar problemas de instabilidade, quando temos linhas de grandes comprimentos e já se não torna económico reduzir mais a reactância equivalente da linha (Fig. 10.3), nem controlar a tensão em subestações intermédias, pelo emprego de condensadores ou reactâncias saturáveis.

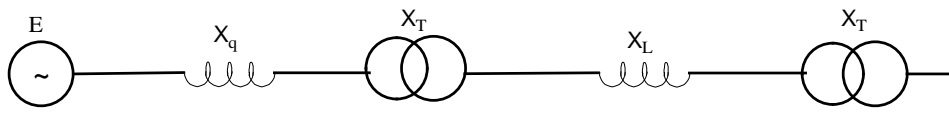


Fig. 10.3 Representação esquemática de um sistema de produção/transporte para estudos de estabilidade (linha longa)

O emprego no sistema de bobinas limitadoras de corrente, os reguladores de tensão dos alternadores e os reguladores automáticos das turbinas também influenciam as condições de estabilidade do sistema. Vejamos então como é que as características destes três tipos de elementos componentes influenciam as condições de estabilidade.

## 10.1 - CIRCUITOS RESSONANTES

A primeira publicação sobre o uso do circuito LC para a limitação das potências do curto circuito foi feita por Kalkner em 1966. Posteriormente várias publicações surgiram fazendo referência a diferentes montagens de circuitos LC para a limitação das potências de curto-circuito e analisando as suas implicações na estabilidade dos sistemas.

As bobinas limitadoras de corrente para reduzir o nível das correntes de defeito, aumentam a reactância de transferência, fazendo portanto piorar a estabilidade do sistema.

O emprego de condensadores em série nas linhas para reduzir a reactância total da linha, tem, como se sabe, o inconveniente de originar sobretensões nos terminais dos condensadores aquando da circulação de uma corrente de defeito. O circuito ressonante reúne, com vantagem, numa montagem uma bobina e um condensador. A figura 10.4 mostra três tipos de montagens de circuitos ressonantes, representando

a evolução que este tipo de montagem tem sofrido. Vejamos então qual a influência do uso de circuitos ressonantes nas condições de estabilidade de um S.E.E. Por razões de ordem técnica, até ao momento, este tipo de montagem tem sido apenas usado em instalações industriais e na ligação de redes privadas com produção própria, ao sector público.

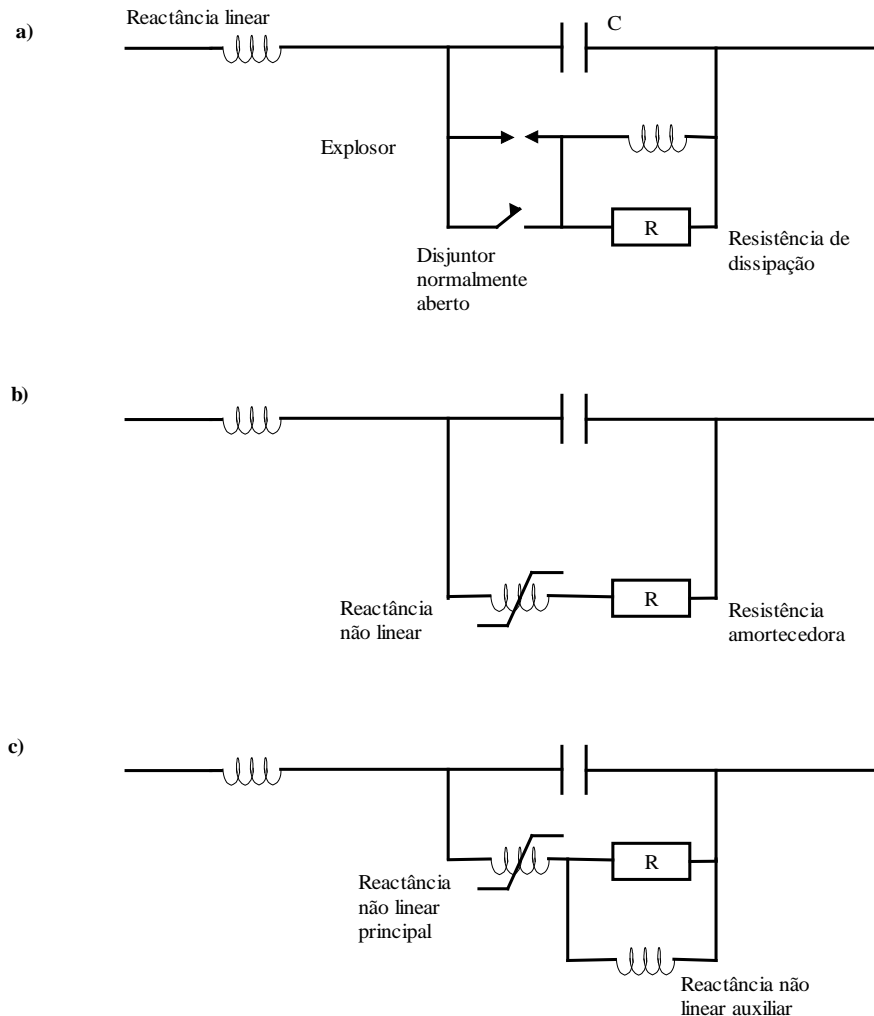


Fig. 10.4 - Três montagens de circuitos ressonantes

A figura 10.4 a) mostra uma montagem com um descarregador de sobretensões na qual a bobina e o condensador C formam um circuito ressonante à frequência industrial. A tensão nos terminais do condensador está aplicada aos terminais do descarregador de sobretensões, o qual foi dimensionado de tal modo que a tensão de escorvamento não seja atingida para as correntes normais de funcionamento, incluindo os picos de corrente devidos ao arranque de motores. Assim, o circuito ressonante apresenta uma impedância praticamente nula, a todos os níveis de carga do sistema. Quando surge um defeito, devido ao aparecimento de uma sobretensão nos terminais do condensador, o descarregador de sobretensões escorva, o condensador C é parcialmente curto-circuitado e a impedância do circuito sobe quase instantaneamente, limitando assim a corrente de defeito. O circuito de descarga constituído por uma resistência e uma bobina em paralelo limitam e amortecem a corrente de descarga.

Esta corrente de descarga é detetada por um relé, que fecha o disjuntor, permitindo assim que o descarregador de sobretensões se desionize e volte à posição inicial, rapidamente.



Quando o defeito é eliminado pelo disjuntor respectivo, o circuito ressonante é repostado na sua posição inicial manualmente pela abertura do disjuntor. Porém, a inclusão súbita do condensador C no circuito, pode originar uma tensão transitória que pode ser suficiente para o descarregador de sobretensões escorvar novamente, pelo que na prática é necessário reduzir a corrente no circuito, para que seja possível inserir novamente o condensador C no circuito. O tempo que demora a refazer o circuito ressonante e a necessidade de reduzir o nível de cargas para a sua reinserção na ligação, o que pode afetar a estabilidade do sistema depois da eliminação do defeito, torna esta montagem pouco usada, apesar de ser bastante económica.

Na figura 10.4 b) está uma outra montagem, em que o disjuntor e o descarregador de sobretensões foram substituídos por uma reactância saturável, cujo ponto de inflexão é superior à tensão nos terminais de C, para todos os níveis de carga, pelo que as perdas na resistência amortecedora são desprezáveis. A figura 10.5 mostra a curva característica para uma reactância não linear.

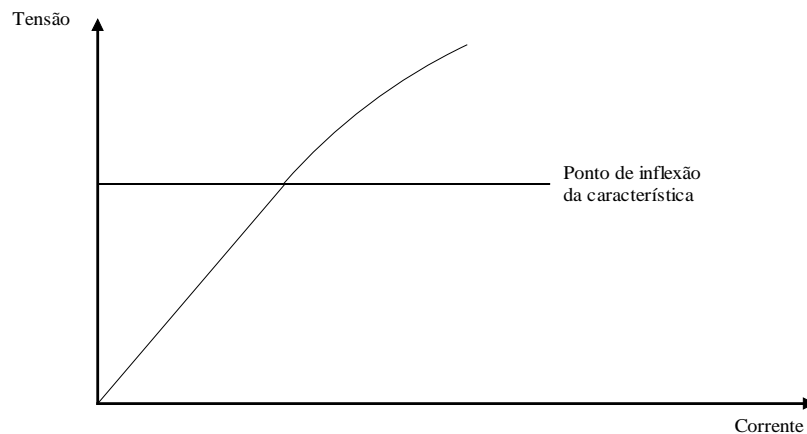


Fig. 10.5 - Característica de uma reactância não linear

Quando surge um defeito no circuito, a bobina satura, e o condensador C fica parcialmente curto-circuitado, ficando então a impedância do circuito ressonante principalmente resistiva. A resistência amortecedora tem porém o inconveniente de ser um elemento bastante caro devido ao valor elevado que tem. Os problemas resultantes da utilização do circuito ressonante com uma reactância não linear, podem em parte ser eliminados pelo uso de uma montagem para o circuito ressonante com duas reactâncias não lineares (Fig. 10.4 c). Para as condições normais de funcionamento, o circuito em paralelo com C tem uma impedância de valor bastante elevado. Quando surge uma corrente de defeito, a principal reactância não linear satura numa fração de um ciclo e passa a circular uma corrente elevada através da resistência amortecedora R, que amortece a componente contínua e reduz a assimetria da corrente transitória de defeito. A tensão através de R, origina que a reactância não linear auxiliar sature e curto-circuita R. O circuito ressonante é constituído de tal modo que o circuito paralelo LC tenha uma reactância indutiva equivalente que adicionada à reactância linear, limite a corrente de defeito, ao mesmo tempo que minimiza a energia dissipada por aquecimento em R (logo o custo de R), durante a parte final do período de defeito. Quando o defeito é eliminado, a reactância não linear auxiliar volta à zona de não saturação e a resistência R é novamente introduzida no circuito, amortecendo assim os fenómenos transitórios que surgem no momento em que C é novamente inserido no circuito. O circuito

fica novamente ressonante ao fim de um ou dois ciclos, melhorando assim as condições de estabilidade do sistema no período que se segue à eliminação do defeito. As variações de impedância do circuito ressonante são completamente automáticas e quase instantâneas.

Por razões de ordem tecnológica os circuitos ressonantes são apenas usados em situações em que as correntes normais de carga que os atravessam são pequenas e em que se pretende uma redução significativa das correntes de defeito. Uma situação deste tipo é a que existe entre barramentos numa subestação e na ligação de uma rede industrial com produção própria à rede pública. Outra aplicação é na ligação de uma parte nova de uma central à parte antiga, de tal modo que os níveis de curto-circuito na instalação antiga não sejam aumentados, para que seja possível a utilização da aparelhagem de corte que existia na instalação antiga.

As figuras 10.6 e 10.7 mostram duas montagens de circuitos ressonantes.

A presença de um circuito ressonante entre uma rede privada e a rede pública limita a circulação da potência de curto-circuito em ambas as direções, bem como da potência sincronizante, pelo que dificulta as condições de estabilidade durante o período do defeito.

Se a potência da ligação ressonante for elevada, comparada com a potência instalada na rede privada, a potência disponível para a sincronização é elevada. A ligação ressonante poderá então manter o sincronismo, caso a temporização seja rápida por parte da instalação privada. Caso os tempos de atuação das proteções não sejam suficientemente reduzidos podem surgir problemas de estabilidade.

A instalação de circuitos ressonantes pode ser uma forma de num futuro próximo melhorar a estabilidade entre "áreas" de um Sistema Eléctrico.

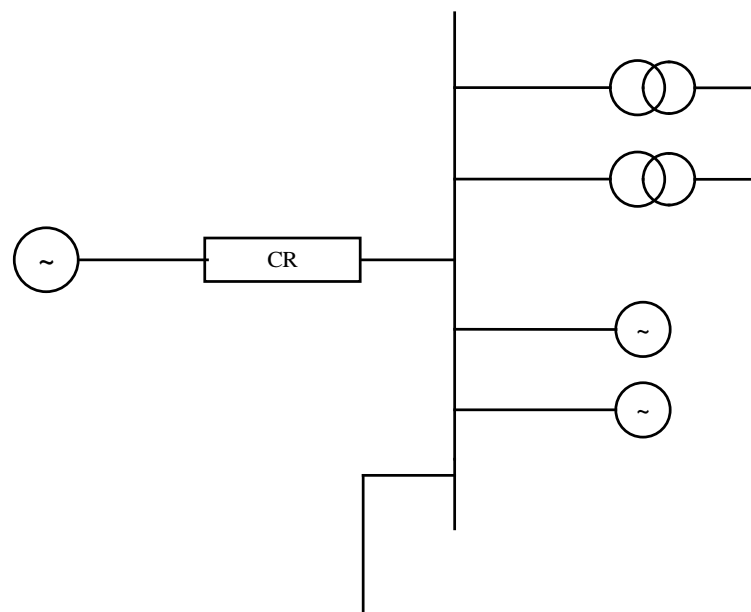


Fig. 10.6 Inclusão de um novo grupo numa central com o emprego de um circuito ressonante (CR)

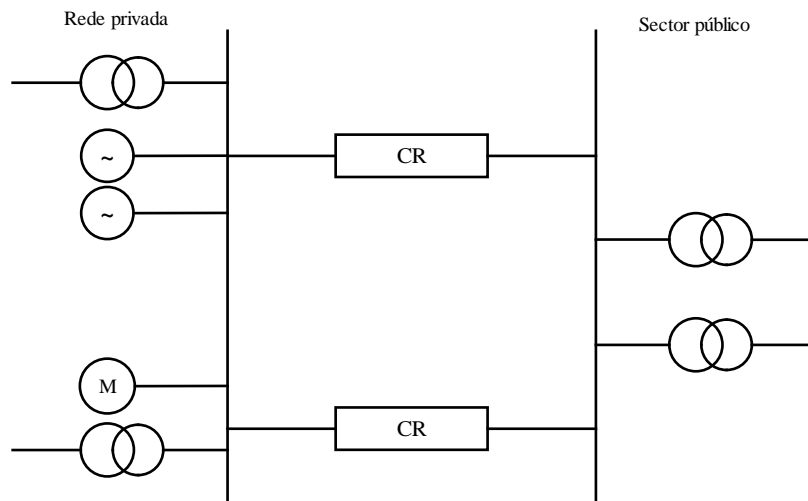


Fig. 10.7 Esquema de ligação de uma rede privada com produção ao sector público, com o emprego de circuitos ressonantes (CR)

## 10.2 - REGULADORES AUTOMÁTICOS DE TENSÃO

As condições de estabilidade de um Sistema Eléctrico de Energia são fortemente influenciadas pelas características dos Reguladores Automáticos de Tensão (RAT) dos grupos, designados na literatura saxónica por *Automatic Voltage Regulator* (AVR).

Há um conjunto de características que um RAT/AVR deve satisfazer, as quais são em certa medida antagónicas, pelo que terá que haver um compromisso, nomeadamente entre a regulação, resposta em circuito aberto e estabilidade em regime permanente e em regime transitório. Vejamos, de uma forma sucinta, estas características dos RAT/AVR.

**Regulação** - as variações da tensão nos terminais do regulador são originadas por causas com origem no próprio regulador e por causas originadas pelo sistema. As variações originadas no próprio regulador podem ter por origem as flutuações de tensão de alimentação, não linearidade nos amplificadores magnéticos, efeitos resultantes de variações de temperatura etc.. Estas variações poderão ser reduzidas por um desenho cuidadoso do regulador e por uma escolha adequada dos componentes e suas tolerâncias de fabrico.

As variações resultantes do sistema resultam essencialmente de variações nas condições de carga, as quais exigirão diferentes níveis de tensão.

Basicamente um regulador automático de tensão compara a tensão previamente retificada obtida nos terminais do alternador  $V_t$ , com uma tensão contínua de referência  $V_r$ . O erro existente entre estas duas tensões é amplificado e uma tensão relacionada com este erro é aplicada ao indutor do alternador. O amplificador poderá ser um amplificador magnético ou um amplificador com tiristores, ou uma excitatriz no mesmo veio do alternador.

A equação de excitação de uma máquina, em condições estáveis de funcionamento é da forma

$$V_f = \mu (V_r - V_t)$$

em que

$V_f$  - tensão aplicada ao indutor do alternador

$V_t$  - tensão nos terminais do alternador

$\mu$  - ganho do sistema de excitação

Seja  $V_f = 1$  p.u. a tensão nominal do alternador e  $V_f = 1$  p.u. a tensão do circuito de excitação para que a tensão nos terminais do alternador em circuito aberto seja a tensão nominal. No caso do alternador ser excitado com a tensão de referência  $V_r$ , então, em circuito aberto,  $V_f = V_t$ , pelo que

$$V_t = \mu (V_r - V_t)$$

$$V_t = V_r (\mu / (1 + \mu))$$

Assim  $V_t$  será ligeiramente mais pequeno que  $V_r$  e no caso de  $\mu$  ser bastante grande  $V_t \approx V_r$ .

Quando o alternador está a funcionar à plena carga, a tensão no indutor é várias vezes a tensão aquando em circuito aberto, sendo 3 p.u. um valor típico. Nestas condições, teremos então

$$3 = \mu (V_r - V_t)$$

$$V_t = V_r - (3/\mu)$$

Assim, de funcionamento em circuito aberto para o funcionamento a plena carga, a tensão nos terminais do alternador baixa de  $3/\mu$ . A especificação típica é que este valor não deve exceder  $1\% \pm 0.5\%$  (pelo que  $\mu = 300$ ). Assim, por uma conveniente escolha de ganho do regulador, é possível manter a tensão nos terminais do alternador, durante o seu funcionamento, dentro dos valores requeridos.

**Resposta em circuito aberto** - O comportamento do regulador de tensão deve ser tal, que em situações de circuito aberto não origine sobretensões elevadas nos enrolamentos do estator.

**Estabilidade em regime estático** - Consideremos um alternador a alimentar uma carga estática. O circuito equivalente pode ser representado por uma tensão de excitação  $V_f$  atrás de uma reactância e com uma tensão  $V_f$  nos terminais da carga. No caso de se considerar uma tensão de excitação constante, a corrente absorvida pela carga é proporcional à tensão nos terminais do alternador. Quando

a corrente consumida pela carga aumenta, a tensão nos terminais do alternador diminui, devido à queda de tensão na reactância síncrona  $X$ .

No caso de se usar um regulador de tensão, as variações da tensão nos terminais do alternador são bastante reduzidas. Um RAT não pode porém dar uma resposta instantânea devido às constantes de tempo dos diversos componentes constituintes do regulador.

**Resposta transitória** No caso da ocorrência de defeito é desejável que, a excitação do alternador aumente rapidamente, de tal modo que a potência sincronizante seja máxima quando o defeito é eliminado, para impedir a perda de sincronismo.

Consideremos a figura 10.8. A curva (a) representa a relação  $P(\delta)$  antes do aparecimento do defeito. O alternador está a funcionar com um ângulo de carga correspondente ao ponto 1. Durante a existência do defeito, o rotor acelera (curva (b)). Sem o RAT, quando o defeito é eliminado, o ponto de funcionamento do alternador passará a ser o ponto 3 na curva (a) figura 10.8 (admitindo que não houve alteração na reactância de transferência).

Fig. 10.8 - Acção do regulador automático de excitação

No caso da eliminação do defeito se ter efetuado num tempo superior ao tempo crítico, devido à energia cinética armazenada no rotor do alternador, o ângulo de carga poderá ultrapassar o valor correspondente ao ponto 4, o que levará a que o rotor acelere novamente e o sincronismo seja perdido definitivamente. Porém, se devido à existência do RAT o ponto de funcionamento for o ponto 5 na curva (c) e não o ponto 3 na curva (a) a potência desaceleradora é muito maior, o ângulo limite aumentou, pelo que a probabilidade de ser excedido pelo ângulo de carga diminui. A capacidade do sistema de excitação para que a curva  $P(\delta)$  (representada na figura 10.8 pela curva (a) seja rapidamente substituída por uma outra "forçada", representada na figura 10.8 pela curva (c), depende enormemente do tempo de resposta dos diversos componentes dos reguladores, pelo que será desejável reduzi-los a um mínimo.

A fig.10.9 representa o esquema simplificado de um RAT/AVR, baseado num controlo em malha fechada. A tensão de saída é convertida, normalmente através de um transformador, para uma tensão reduzida, normalmente retificada e comparada com um valor de referência, para se obter o erro do sinal. O erro do sinal é processado por um compensador antes de ser amplificado para controlar a corrente de excitação do rotor. A alteração na corrente de excitação produz uma alteração na tensão de saída, fechando a malha de controlo. Se o ganho da malha de controlo é elevado, então um erro pequeno é suficiente para originar uma alteração suficiente na corrente de excitação, mas um ganho elevado pode originar instabilidade no circuito com oscilações na tensão de saída. O objetivo do

circuito de compensação é o de permitir que pequenos erros sejam manuseados de uma forma estável. A forma mais comum de um compensador é um circuito PID no qual o erro é amplificado proporcionalmente (P), integrado (I) e diferenciado (D) em três circuitos paralelos antes de serem todos adicionados. Muitos AVR's têm potenciômetros de ajuste que permitem que os ganhos de cada canal sejam ajustados por forma a se conseguirem as melhores características. O termo integral permite que a saída do compensador seja obtida com erro nulo, o que garante o erro mínimo na tensão de saída. A evolução permanente na eletrônica de potência está continuamente a originar avanços nos sistemas de controlo de tensão e de frequência dos alternadores.

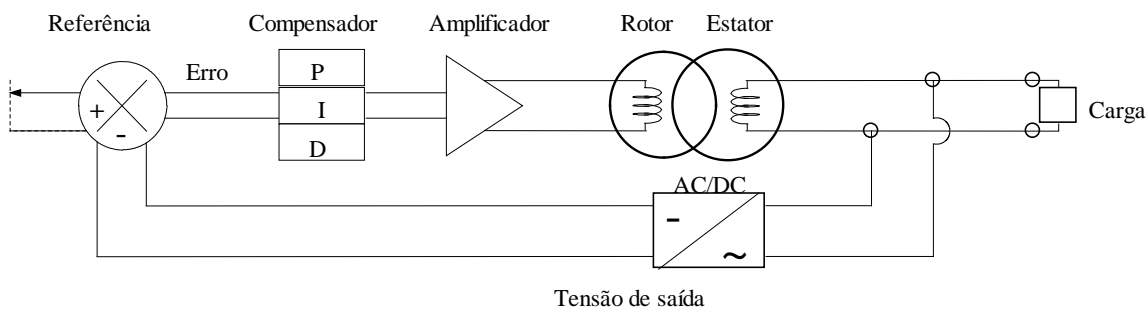


Fig. 10.9 Malha fechada do sistema de controlo

### 10.3 - REGULADORES DE TURBINAS

As variações da carga de um Sistema Elétrico de Energia originam flutuações na frequência do sistema, as quais têm que ser eliminadas alterando a potência produzida pelo sistema. As variações na potência produzida por cada alternador são comandadas pelo controlo da potência mecânica fornecida pela turbina, a qual é controlada através da posição da válvula de admissão de fluido. Cada regulador das turbinas tem então uma curva característica, para que de acordo com as flutuações da frequência automaticamente controle a potência mecânica produzida pela turbina, através da posição da válvula de admissão de fluido. Há vários sistemas de regulação das válvulas de admissão das turbinas, diferindo essencialmente os vários sistemas na velocidade de atuação (na abertura e no fecho) e nas válvulas que são atuadas para controlar a potência mecânica fornecida ao alternador.

### 10.4 - RESISTÊNCIAS AMORTECEDORAS

A utilização de resistências amortecedoras, junto de uma central é uma forma de reduzir a potência aceleradora resultante da desigualdade entre a potência mecânica e a potência elétrica aquando do aparecimento de um defeito. Utilizando o critério das áreas iguais (figura 10.10) facilmente se vê que, devido à energia dissipada na resistência introduzida aquando do aparecimento do defeito, a área de aceleração  $A$  é diminuída, pelo que a estabilidade do sistema é melhorada.

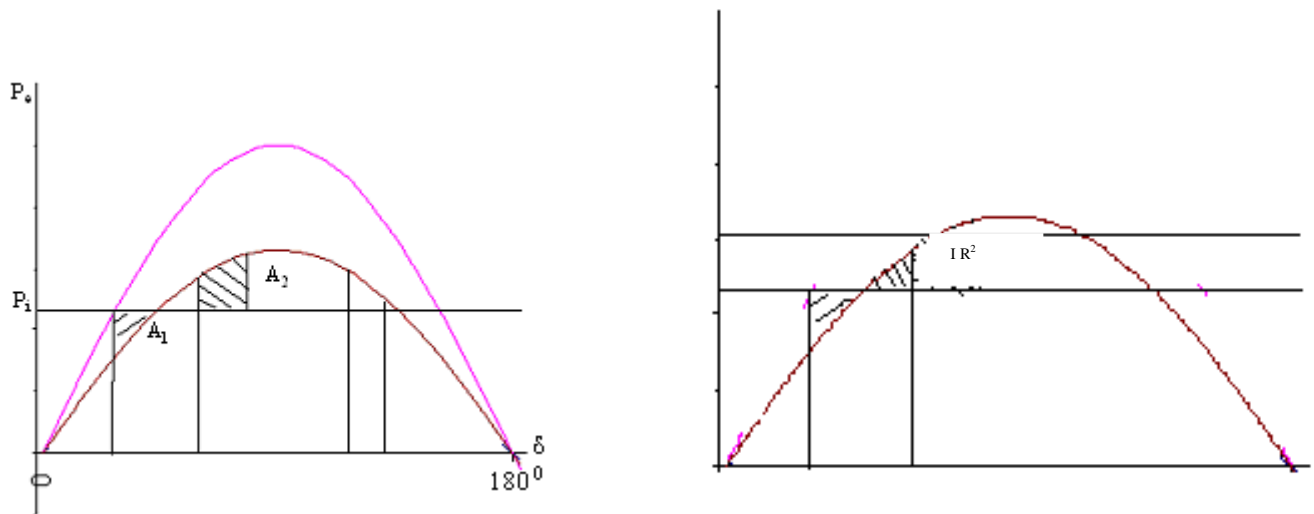


Fig. 10.10 Critério das áreas aplicado à análise da estabilidade do sistema aquando da introdução de uma resistência dissipadora

O valor da resistência a introduzir e a sequência da sua introdução e da sua saída tem que ser cuidadosamente estudada, utilizando programas de análise de transitórios.

### 10.5 - A REDE DE TRANSPORTE E INTERLIGAÇÃO

O reforço da rede de transporte e interligação permite melhorar a estabilidade de um sistema eléctrico. Há porém outras alternativas mais económicas que poderão melhorar a estabilidade do sistema, de entre as quais se salienta:

- Utilização de disjuntores de ação rápida e com atuação independente dos polos;
- Redução da reactância das linhas;
- Inserção de condensadores em série nas linhas de forma a reduzir a reactância (compensação longitudinal das linhas) (fig. 10.11);
- Utilização de disjuntores com atuação independente nas três fases;
- Regulação da tensão utilizando compensadores síncronos ou estáticos;
- Utilização de ligações em corrente contínua.

A vantagem da utilização de disjuntores de ação rápida é bem conhecida. Quando um defeito surge numa linha de transmissão, os disjuntores de ambas as extremidades atuam, isolando assim o troço em que se deu o defeito, mantendo-se a linha fora de serviço o tempo necessário para se dar a desionização (0.2 a 0.3 s), sendo realizado o reengate após este período. Se o defeito for um defeito fugitivo, o que

sucede normalmente em 80% das situações, a linha mantém-se em serviço e o sistema continua em funcionamento após o reengate. Caso o tempo de isolamento do defeito tenha sido pequeno o sistema continuará a funcionar no seu ponto de equilíbrio, porque os ângulos rotóricos não se afastaram muito. Pelo contrário se o defeito persiste, a linha é mantida fora de serviço até que a anomalia seja reparada. Em algumas situações, após um período de isolamento mais longo, procede-se a um novo reengate da linha para se verificar se o defeito persiste ou não; caso o defeito persista a linha é colocada definitivamente fora de serviço. O problema que se põe com a atuação rápida dos disjuntores é o dos binários de torsão que se verificam nos conjuntos alternadores/turbinas próximos das linhas equipadas com disjuntores de ação rápida.

A técnica da utilização de disjuntores com atuação independente dos três polos consiste na redução rápida dos defeitos que envolvem mais do que uma fase. Numa atuação independente dos três polos, os polos são abertos e fechados, independentemente uns dos outros, pelo, que uma avaria num dos polos não se propaga aos outros polos. No caso de um defeito de uma fase terra apenas o polo do disjuntor da fase em que surgiu o defeito atuará.

No caso de um curto-circuito envolvendo as três fases, atuarão os três polos do disjuntor, elétrica e mecanicamente, independentemente uns dos outros.

Se um polo do disjuntor não for capaz de interromper, com sucesso, um curto circuito trifásico, este ficará reduzido a um defeito fase terra que é muito menos severo para o sistema.

A utilização de disjuntores com atuação independente dos polos será assim muito mais favorável para o sistema, caso se verifique a incapacidade de corte de um dos polos de um disjuntor. Esta situação origina porém um desequilíbrio no comportamento das três fases do sistema de que podem resultar esforços mecânicos elevados nos veios do conjunto turbina alternador.

Reduzir a reactância é outra forma de aumentar a limite de estabilidade. Como efeito colateral haverá um aumento do perfil de tensão.

A reactância de transmissão de um circuito pode ser diminuída:

- Reduzindo o espaçamento dos condutores
- Aumentando o diâmetro dos condutores

Normalmente o espaçamento dos condutores é controlado por outras razões, como proteções contra sobrecargas atmosféricas e a distância mínima para impedir que os arcos elétricos atinjam mais do que uma fase. O diâmetro dos condutores pode ser aumentado, usando material de baixa condutividade ou condutores ocos. De um modo geral a configuração dos condutores é definida por considerações económicas, independentemente de condições de estabilidade.

A inserção de baterias de condensadores, em série nas linhas, tem por objetivo reduzir a reactância de transferência, podendo estas estar inseridas permanentemente na linha ou serem só inseridas durante o período do defeito. A inclusão permanente da compensação série é não económica na medida em que tem que ser dimensionada para suportar a elevação da tensão nos terminais do condensador nas situações de curto-circuito. Curto-circuitar os condensadores no período do curto-circuito significa encurtar eletricamente a linha precisamente nos momentos críticos em que periga a estabilidade síncrona.

A compensação série é uma forma eficiente e económica para melhorar os limites de estabilidade das linhas com mais de 350 km.

A inclusão dos condensadores, apenas no período do curto-circuito, origina um funcionamento desequilibrado no sistema no período de religação, o que pode originar binários de torsão elevados nos



veios das máquinas mais próximas.

O objetivo da compensação estática ou dos compensadores síncronos colocados ao longo das linhas é o de controlar a tensão da linha em pontos intermédios de forma à estabilidade do sistema ser melhorada.

O uso das compensações série levanta dificuldades por aumentar a amplitude das sobretensões de manobra. Como no domínio das extremamente altas tensões (escalão de 500 kV e acima) as sobretensões internas, quer à frequência industrial quer a frequências superiores, são as que condicionam as distâncias de isolamento, fica sublinhada a prudência com que devem ser adotados dispositivos que agravem o fator de sobretensão.

A figura 10.11 mostra a montagem de um condensador em série na linha.

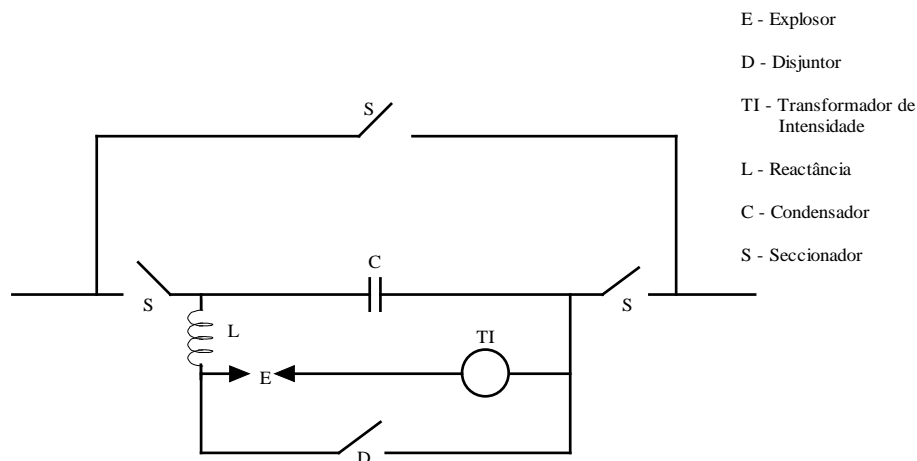


Fig. 10.11 - Montagem do condensador em série

Como não é económico projetar a compensação série para suportar a elevação da tensão entre os terminais do condensador em situações de curto-circuito, o condensador é curto-circuitado durante o defeito por um explosor em paralelo com o condensador. A corrente derivada através do explosor provoca o fecho de um disjuntor que anula a tensão aos terminais do condensador enquanto dura o defeito. A necessidade de curto-circuitar os condensadores durante o defeito afetar porém as proteções de distância.

## 10.6 - OS CENTROS DE CONTROLO E A ESTABILIDADE

A atuação dos centros de controlo é extremamente importante no sentido de facilitar a estabilidade do sistema. De facto, num centro de controlo, os meios disponíveis para atuar no sistema e o manter, tanto quanto possível, em zonas de estabilidade são extraordinariamente importantes. De entre os meios disponíveis, nos Centros de Controlo, para melhorar a estabilidade do sistema salientam-se :

1. Telecomando dos disjuntores;
2. Telecomando de centrais hidráulicas;
3. Telecomando de centrais com turbinas a gás;
4. Controlo regional;
5. Telemedida;

## 6. Estimação do estado do sistema.

Os meios disponíveis no Centro de Controlo permitem-nos analisar em tempo real o estado do sistema e, caso seja necessário, tomar rapidamente medidas corretivas no sentido que o sistema seja mantido a funcionar em zonas o mais estáveis possíveis. Como foi referido na introdução, no sentido de se analisar, em tempo real, a estabilidade de uma dada configuração de um sistema, os trabalhos na área dos métodos de Lyapunov e de reconhecimento de formas parecem fornecer caminhos promissores. A área da análise da estabilidade de sistemas eléctricos, nomeadamente os estudos para serem realizados em tempo real nos centros de controlo, é uma das áreas atuais de investigação, esperando-se pela qualidade dos trabalhos que têm vindo a ser publicados francos progressos a curto prazo.

## APÊNDICE I

### REVISÃO DE ALGUMAS NOÇÕES DE MECÂNICA

A **quantidade de movimento** de uma partícula  $k$  é definida como:

$$P_k = m_k v_k$$

em que  $m_k$  é a massa da partícula e  $v_k$  é a velocidade da partícula num dado instante.

A quantidade de movimento de um sistema de partículas num dado instante é dada por:

$$P = \sum_k P_k$$

O **momento cinético** ( $\mathcal{L}$ ) de um sistema de partículas é dado por:

$$\mathcal{L} = \sum_{k=1}^n \mathcal{L}_k = \sum_{k=1}^n r_k \wedge p_k = \sum_{k=1}^n m_k r_k \wedge \frac{dr_k}{dt}$$

Demonstra-se que a derivada do momento cinético dum sistema de partículas num dado instante é igual ao momento das forças exteriores aplicadas

$$\frac{d\mathcal{L}}{dt} = \sum_{k=1}^n M_k = \sum_{k=1}^n r_k \wedge F_k$$

O **momento de inércia** ( $I$ ) de um sistema de partículas em relação a um eixo é a soma dos produtos da massa de cada partícula pelo quadrado da sua distância ao eixo

$$I = \sum_{k=1}^n m_k d_k^2$$

As dimensões do momento de inércia serão

$$[I] = [M] [L^2]$$

e a unidade no S.I. (Sistema Internacional) é  $\text{kgxm}^2$ .

Define-se **momento axial de uma força em relação a um eixo** (T) como um Vector que tem a direcção do eixo e a grandeza da projecção sobre o eixo dado do momento da força em relação a um ponto qualquer do eixo.

Demonstra-se que

$$I d^2 \theta / dt^2 = T \quad (AI.1)$$

em que  $\theta$  é o ângulo de rotação e T é o momento axial das forças exteriores em relação ao eixo de rotação.

A energia cinética de um sistema animado de movimento de rotação é

$$W_c = \frac{1}{2} I \omega^2$$

em que I é o momento de inércia do sistema em relação ao eixo de rotação e  $\omega$  é a velocidade angular.

As dimensões da energia são

$$[W] = [M] [L^2] [T^{-2}]$$

e a unidade no S.I. é o Joule.

Quando uma força é aplicada a um corpo com um eixo de rotação, este fica sujeito a uma aceleração angular  $\alpha$ . Cada partícula do sistema de partículas fica sujeita a uma aceleração tangencial  $a = r\alpha$  em que r é a distância ao eixo de rotação. Se a massa da partícula for dm, a força tangencial necessária para a acelerar será

$$dF = a dm = r \alpha dm$$

O momento da força requerida pela partícula para a sua aceleração será

$$dT = r dF = r^2 \alpha dm$$

e o binário para o corpo será

$$T = \alpha \int r^2 dm = I\alpha$$

em que

$$I = \int r^2 dm$$

é o momento de inércia do corpo. Notar a analogia entre  $T=I\alpha$  para o movimento de rotação e  $F=ma$  para o movimento de translação.

Como o momento total aplicado ao corpo resulta do momento de um certo número de forças tangenciais, temos

$$T = \sum r F$$

Com cada uma das forças atuando na distância  $r$  teremos

$$ds = r d\theta$$

O trabalho realizado será então

$$dW = \sum F ds = \sum F r d\theta = d\theta \sum F r = d\theta T$$

$$W = \int T d\theta$$

e então

$$\frac{dW}{d\theta} = T$$

As dimensões de  $T$  são

$$[T] = [M][L^2][T^{-2}]$$

Que são as mesmas de W; para se distinguir do trabalho, em unidades de S.I. é costume exprimir-se em joule/radiano.

Como a potência (P) é definida como

$$P = \frac{dW}{dt}$$

temos

$$P = T \frac{d\theta}{dt} = T\omega$$

o **Momento angular** (M) é definido como

$$M = I\omega$$

Multiplicando ambos os membros da equação (A1.1) por  $\omega$  e atendendo às igualdades anteriores, a equação toma a forma

$$I\omega \frac{d^2\theta}{dt^2} = T\omega$$

$$M \frac{d^2\theta}{dt^2} = P$$

## APÊNDICE II

### REDUÇÃO DE UM SISTEMA A UMA MÁQUINA LIGADA A UM BARRAMENTO DE POTÊNCIA INFINITA

Quando há várias máquinas síncronas a funcionar em paralelo ligadas a um mesmo barramento para efeito de estudos de estabilidade essas máquinas podem ser reduzidas a uma máquina equivalente.

A constante de inércia da máquina equivalente ( $H_{eq}$ ) pode se calculada da seguinte forma:

- para a máquina 1 a constante de inércia é  $H_1 = \frac{W_c}{S_1}$  pelo que a energia cinética armazenada na máquina é  $W_c = S_1 H_1$

- de uma forma análoga, para as outras máquinas  $S_2 H_2 \dots S_n H_n$

A máquina equivalente terá então uma energia cinética armazenada, tal que:

$$S_{eq} H_{eq} = S_1 H_1 + S_2 H_2 + \dots + S_n H_n$$

Em que  $S_{eq}$  é a potência aparente da máquina equivalente.

Assim:

$$H_{eq} = H_1 S_1 / S_{eq} + H_2 S_2 / S_{eq} + \dots + H_n S_n / S_{eq}$$

em que  $H_{eq}$  é a constante de inércia da máquina equivalente.

Quando há vários geradores interligados por uma rede de transporte (Figura AII.1a) é possível reduzir o sistema, no caso das reactâncias de interligação das máquinas síncronas serem desprezáveis em face da reactância de transferência da rede de transporte, a duas máquinas síncronas interligadas pela reactância de transferência (Fig. AII.1b).

Admitamos que a potência transferida do centro de produção para o centro de consumo, decresce  $\Delta P$ , por um aumento da reactância de transferência. A aceleração do alternador será então  $\Delta P / M_g$  e a desaceleração do motor, que representa o consumo,  $\Delta P / M_m$ . A aceleração do alternador em relação ao motor, será a diferença algébrica destas acelerações, a qual deverá ser igual à aceleração da máquina síncrona equivalente, ligada ao barramento de potência infinita.

Assim:

$$1/M_e = 1/M_g + 1/M_m$$

e como:

$$M' = M/S_b = H/180 f$$

Teremos:

$$1/H_e = 1/H_g + 1/H_m$$

com todos os H referidos à mesma potência de base.

Assim, quando as reactâncias de interligação são desprezáveis, é possível reduzir um sistema a uma máquina síncrona ligada a um barramento de potência infinita.

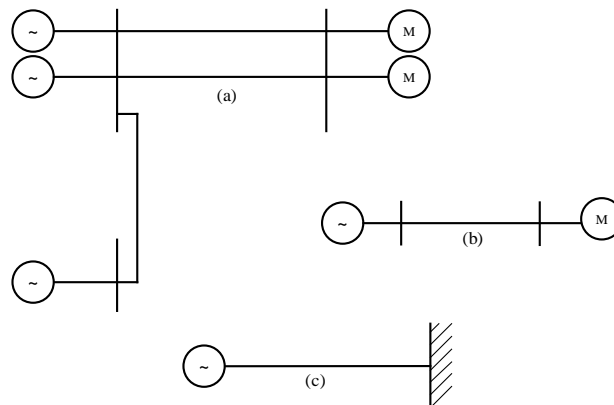


Fig. All-1- Redução de um sistema a uma máquina ligada a um barramento



### APENDICE III

## COMPARAÇÃO DAS GRANDEZAS E UNIDADES USADAS EM ESTUDOS DE MOVIMENTOS DE ROTAÇÃO E DE TRANSLAÇÃO

#### MOVIMENTO DE TRANSLAÇÃO

Grandeza	Símbolo	Equação	Unidades SI
Comprimento	s		m
Massa	m		kg
Tempo	t		s
Velocidade	v	$v = ds / dt$	m/s
Aceleração	a	$a = dv/dt$	$m/s^2$
Força	F	$F = m a$	N
Momento	M'	$M' = mv$	N.s
Trabalho	W	$W = \int F ds$	J
Potência	P	$P = dW/dt$	W

#### MOVIMENTO DE ROTAÇÃO

Grandeza	Símbolo	Equação	Unidades SI
Deslocamento angular	$\theta$	$\theta = s/r$	rad.
Momento de inércia	I	$I = \int r^2 dm$	kg.m <sup>2</sup>
Tempo	t		s
Velocidade angular	$\omega$	$\omega = d\theta/dt$	rad/s
Aceleração angular	$\alpha$	$\alpha = d\omega/dt$	rad/s <sup>2</sup>
Momento de torsão	T	$T = F.r = I\delta$	N.m ou J/rad.
Momento angular	M	$M = I\omega$	J.s/rad
Trabalho	W	$W = \int T d\theta$	J
Potência	P	$P = dW/dt = T \omega$	W

## APÊNDICE IV

### DEFINIÇÕES RELATIVAS À ESTABILIDADE <sup>(1)</sup>

#### Exploração em regime estacionário

O regime de exploração de um Sistema Eléctrico em que as variáveis de estado do sistema são constantes (ou podem ser consideradas como constantes).

#### Funcionamento em sincronismo

Uma máquina síncrona ligada a outras máquinas síncronas através de uma rede, diz-se em sincronismo com a rede (ou com outras máquinas) se a sua frequência (produto da velocidade angular pelo número de pares de polos) for igual à frequência angular da tensão da rede no ponto de interligação (ou à frequência das outras máquinas).

Um sistema é dito em funcionamento síncrono se todas as máquinas síncronas ligadas ao sistema estiverem em sincronismo.

Uma máquina síncrona manterá o sincronismo após a ocorrência de uma perturbação se não houver "deslizamento".

#### Funcionamento fora do sincronismo

Uma máquina síncrona estará a funcionar fora de sincronismo se se verificar deslizamento.

Um sistema estará em funcionamento fora de sincronismo se uma ou mais máquinas síncronas estiverem fora de sincronismo.

#### Ressincronização

Passagem ao funcionamento em sincronismo de uma ou mais máquinas que tenham saído de sincronismo.

#### "Hunting" (Bombagem)

Oscilação de baixa frequência do rotor em relação a uma posição média.

#### Estabilidade estacionária

Um Sistema Eléctrico de Energia é considerado em regime de estabilidade estacionária se após a ocorrência de "pequenas" perturbações evolui para o seu ponto de funcionamento inicial ou para um ponto junto do ponto inicial.

Uma perturbação é considerada "pequena" se puder ser analisada através da linearização das equações do sistema. Na condição de estabilidade estacionária pode considerar-se "instabilidade estacionária aperiódica" e "instabilidade estacionária periódica", dependendo da forma como a instabilidade ocorre. Se a instabilidade ocorrer através de uma variação aperiódica das variáveis do sistema estamos perante uma "instabilidade estacionária aperiódica", caso a instabilidade ocorra devido a uma variação periódica das variáveis de sistemas então estamos perante "instabilidade estacionária periódica".

Matematicamente estes dois tipos de instabilidade são caracterizados pelo sinal das raízes da equação característica da matriz de estado do sistema. O primeiro tipo de instabilidade é caracterizado pela existência de uma raiz real positiva e o segundo por um par de raízes complexas conjugadas com partes reais positivas.

### **Estabilidade transitória**

Um Sistema Eléctrico de Energia é considerado em regime de estabilidade transitória em relação a uma perturbação grave se depois de "perturbado" evolui para um ponto de funcionamento no qual se verifica estabilidade estacionária.

As condições iniciais do sistema e a sequência de perturbações, incluindo as alterações topológicas do Sistema, têm que estar bem definidas.

### **Estabilidade de longo termo**

A estabilidade de longo termo, anteriormente designada por estabilidade dinâmica, corresponde à situação particular do sistema que, embora se mantendo em sincronismo, há um abaixamento progressivo da frequência, isto é, a instabilidade está relacionada com o valor médio da frequência. Normalmente situações de estabilidade de longo termo resultarão de maus sistemas de controlo (por exemplo sistemas de controlo carga-frequência ou de caldeiras) ou falta de equilíbrio entre a potência produzida e consumida (por exemplo baixa reserva girante).

(1) C. Barbier, L. Carpentier e F. Saccomanno "Tentative Classification and Terminologies Relating to Stability Problems of Power Systems", CIGRE, Electra, nº. 56, pp. 57-67, January 1978.

## BIBLIOGRAFIA

- 1 – Kimbark, E.W., “Power System Stability”, Vol. 1,2 e 3 Wiley, Nova Yorque, 1948
- 2 – “Electrical Transmission and Distribution Reference Book”, Westinghouse Electric Corp., East Pittsburgh, Pennsylvania, 1964
- 3 – Stagg, C.W. and A.H.El – Abiad, “Computer Methods in Power System Analysis”, McGraw-Hill, Nova Yorque, 1968
- 4 – Fitzgerald, Kingsley, Kusko, “Electric Machinery”, 3ª edição, McGraw-Hill, 1971
- 5 – “Stability of Large Electric Power Systems”, edited by Byerly, R, and Kimbark, E., I.E.E.E. Press, 1974
- 6 – Guille, A. E. e Paterson, W. “Electrical Power Systems”, Vol. 1 e 2, 2ª edição, Pergamon Press, 1977
- 7 - C. Barbier, L. Carpentier e F. Saccomanno "Tentative Classification and Terminologies Relating to Stability Problems of Power Systems", CIGRE, Electra, nº. 56, pp. 57-67, January 1978
- 8 – Elgerd, O., “Electric Energy Systems Theory: An introduction”, McGraw-Hill, Nova Yorque, 1983 (2ª edição)
- 9 – Lopes, J. Peças “Análise da Estabilidade de Sistemas Eléctricos de Energia”, Trabalho de síntese para as provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica, FEUP, 1983
- 10 – Barbosa, F. Maciel e Lopes, J.A.Peças “Métodos directos para a análise da estabilidade de um Sistema Eléctrico de Energia”, FEUP, 1984
- 11 – Bergen, Arthur R., “Power System Analysis”, Prentice-Hall Series, 1986
- 12 – Lopes, J. Peças “Estabilidade Transitória de Sistemas de Produção e Transporte de Energia – Monitorização e Definição de Medidas de Controlo Preventivo em Ambientes de Tempo Real”, Dissertação de Doutoramento, Porto, FEUP 1988
- 13 – Taylor, C.W.: “Power System Voltage Stability” New York, McGraw-Hill, 1994.
- 14 – Kundur, Prabha “Power System Stability and Control”, Electric Power Research Institute, Power System Engineering Series, McGraw-Hill Inc., 1994
- 15 – Pavella, M. e Murthy, P. G. “Transient Stability of Power Systems Theory and Practice”, John Wiley & Sons, 1994.
- 16 – Padiyar, K. R. “Power System Dynamics – Stability and Control”, John Wiley & Sons, 1996
- 17 – Machowski, John,. Bialek, Jamusy W e Bumby, James R. “Power System Dynamics and Stability”, John Wiley & Sons, 1997
- 18 – Weedy B.M., “Electric Power Systems”, 4ª edição, John Wiley and Sons, 1999
- 19 - Hadi Saadat, “Power System Analysis”, McGraw-Hill, 1999
- 20 – Manilla Pavella, Damien Ernest, Daniel Ruiz-Vega, “Transient Stability of Power Systems – A unified Approach to Assessment and Control “, Kluwer's, 2000.
- 21 – Gómez A.E. Editor, “Análisis y Operación de Sistemas de Energía Eléctrica”, McGrawHill, 2002.
- 22 – Anderson e Fouad, “Power System Control and Stability”, Iowa State University Press,2003 (2ª

edição)

- 23 - Kundur P., Paserba J., Ajarapu V., G. ; Bose A. ; Canizares C., Hatziargyriou N., D. ; Stankovic A. , Taylor C. , Van Cutsem T. , Vittal V., “Definition and Classification of Power System Stability”, IEEE/CIGRE Joint Task Force on Stability Terms and Definitions, IEEE/CIGRE Task Force, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 19, No 2, May 2004, pg. 1387- 1401.
- 24 - Paiva, José Pedro Sucena, “Redes de energia eléctrica - Uma análise sistémica”, IST Press, Lisboa, 2005.
- 25 – Ferreira, Carlos Machado, “Análise da Estabilidade Transitória de Sistemas Eléctricos de Energia, Utilizando Formulações Híbridas”, Dissertação de Doutoramento, FEUP, Porto, 2006.
- 26 - <http://www.ucte.org/>

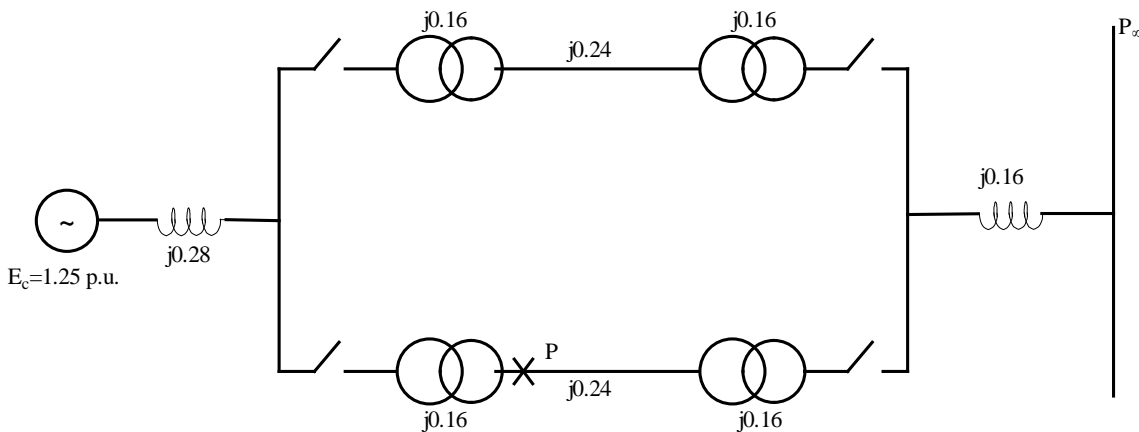
## PROBLEMAS

1- Considere um alternador com uma constante de inércia (H) de 2 MJ/MVA, a fornecer uma potência de 0.75 p.u. a um barramento de potência infinita. Se, devido ao aparecimento de um defeito, o alternador ficar isolado do barramento de potência infinita, calcule a evolução no tempo, do ângulo rotórico do alternador. A reactância transversal do alternador é de 0.9 p.u., e a reactância da linha que liga o alternador ao barramento de potência infinita é de 0.1 p.u.. A f.e.m. do alternador é de 1.5 p.u. A potência de base é a potência do alternador.

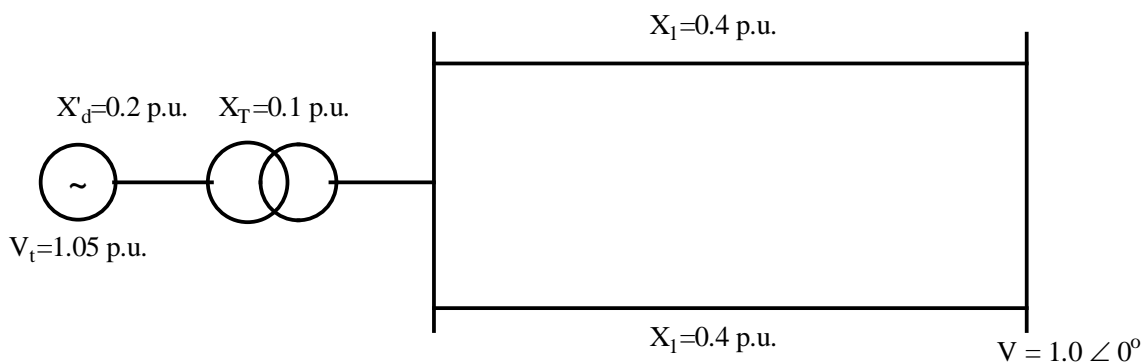
2- No esquema está representado um alternador ligado a um barramento de potência infinita por intermédio de duas linhas em paralelo. No diagrama estão indicados em p.u. as reactâncias dos diversos componentes do sistema.

a) Calcule o ângulo crítico, para um curto-circuito trifásico simétrico no ponto P no momento em que a potência fornecida pelo alternador era de 1.0 p.u.

b) Determine o tempo máximo de actuação da protecção para que após a retirada de serviço da linha em que se deu o defeito, o sistema continue estável. Verifique o resultado que obteve, recorrendo à curva de oscilação da máquina, para esse tempo de actuação da protecção.



3 - Considere um alternador ligado a um barramento de potência infinita, através de um transformador e duas linhas em paralelo. O alternador que tem uma constante de inércia  $H=5\text{MJ/MVA}$  inicialmente tem uma tensão de 1.05 p.u. nos terminais e está a fornecer uma potência de 0.8 p.u.. Todas as reactâncias dos componentes estão dadas no diagrama em p.u. e a potência de base é igual a potência nominal do alternador.



- Calcule a equação de oscilação do alternador
- Calcule a equação de oscilação do alternador no caso do aparecimento de um curto circuito trifásico simétrico, com uma impedância de  $j 0.1$  p.u., na extremidade emissão de uma das linhas
- Calcule a aceleração inicial do rotor no fenómeno transitório referido na alínea b)
- Calcule a equação de oscilação do alternador, quando a linha em que se deu o curto-circuito tiver sido isolada pelas protecções.

#### 4 - Resolva a equação diferencial

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - y$$

no intervalo  $0 \leq x \leq 0.3$ , com um passo de integração de 0.05 e valores iniciais  $x_0 = 0$  e  $y_0 = 1$  pelos seguintes métodos de integração numérica:

- Método de Euler
- Método de Euler modificado
- Método de Runge-Kutta ( $2^a$  ordem)

#### 5 - Resolva a seguinte equação diferencial de $2^a$ ordem

$$y'' = y + xy'$$

para  $0 \leq x \leq 0.4$ , com passo de integração de 0.1 e valores iniciais

$$x_0 = 0, y_0 = 1 \text{ e } y_0' = 0$$

#### 6 - Resolva pelo método de Euler e Euler modificado o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 2y \\ \frac{dy}{dt} &= -\frac{x}{2} \end{aligned}$$

para  $0 \leq t \leq 1.0$ , com um passo de integração de 0.2 e valores iniciais  $t_0 = 0$ ,  $x_0 = 0$  e  $y_0 = 1$

7 - Um alternador está a fornecer 1 p.u. a um barramento de potência infinita através de uma rede de resistência desprezável. Devido a um defeito na rede, a máxima potência que pode ser fornecida à rede passa a ser de 0.4 p.u.. Antes do defeito a potência máxima que pode ser fornecida à rede é de 1.8 p.u. e depois da eliminação da parte do circuito onde se deu o defeito passa a ser de 1.3 p.u.

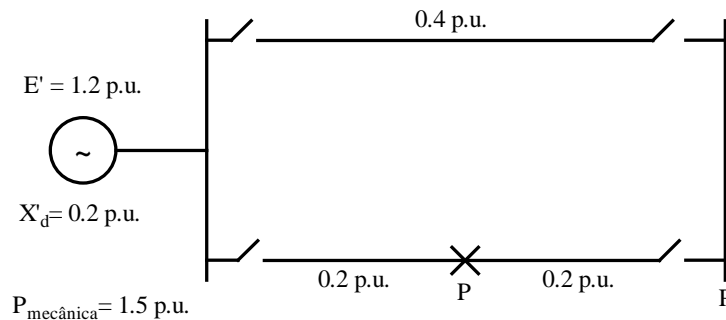
- a) Pelo critério das áreas iguais determine o ângulo crítico;
- b) Determine a curva de oscilação do alternador, admitindo que a protecção eliminou o defeito ao fim de 125 ms, utilizando o método:
  - b.1) Passo a passo (Variante II);
  - b.2) Método de Euler modificado;
  - b.3) Método de Runge Kutta, de 2ª ordem;
  - b.3) Método de Runge Kutta, de 4ª ordem;

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$H = 2.7 \text{ p.u.}$$

$$\Delta t = 0.05 \text{ s}$$

8 - Considere o sistema



Usando o método de Runge-Kutta para a resolução de equações diferenciais de 2ª ordem, verifique se o sistema é ou não estável, quando surge um curto-circuito trifásico simétrico no ponto P e a linha é isolada em 0.15 s. O alternador tem uma constante de inércia (H) de 8MJ/MVA, uma f.e.m. de 1.2 p.u. e uma reactância de 0.2 p.u.. A potência mecânica fornecida pela turbina ao alternador tem por valor 1.5 p.u.

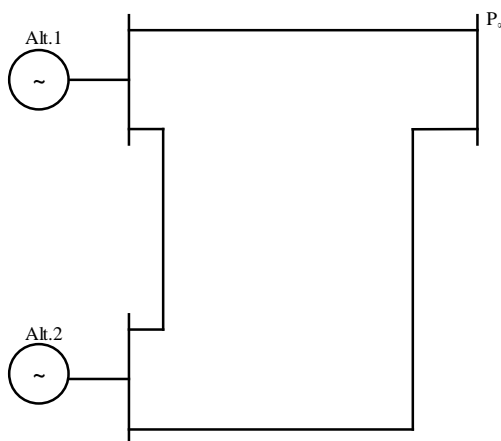


9 - Um alternador A, 50 Hz, 60 MW, 75 MVA, 1500 r.p.m. tem uma constante de inércia  $H = 7.5$  MJ/MVA. Um alternador B, 50 Hz, 120 MW, 133.3 MVA, 3000 r.p.m., tem uma constante de inércia  $H = 4.5$  MJ/MVA.

- Calcule a constante de inércia do alternador equivalente, numa base de 100 MVA, no caso dos dois alternadores estarem a funcionar em paralelo na mesma central.
- Calcule a constante de inércia do alternador equivalente, ligado a um barramento de potência infinita no caso desta central estar ligada a outra central, com dois alternadores iguais a A e dois alternadores iguais a B.

10 - No sistema a 50 Hz representado na figura, quando há um aumento da carga, este aumento tem que ser produzido pelos alternadores 1 e/ou 2. Calcule a nova potência produzida por cada um dos alternadores e a nova frequência do sistema, quando ocorrem os seguintes aumentos na carga:

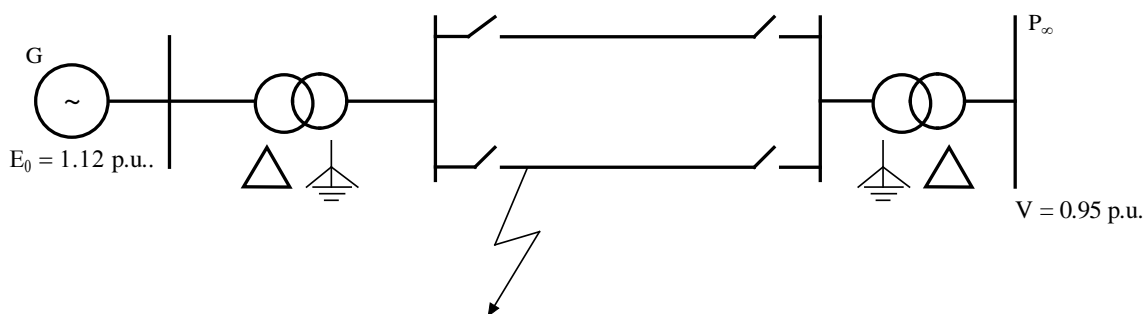
- 45 MW
- 55 MW
- 65 MW



	Potência produzida	Potência máxima	Regulação/ Estatismo R
Alt.1	90 MW	120 MW	2 %
Alt.2	90 MW	120 MW	4 %

R – Regulação/Estatismo na base da máquina

**11** - Considere o sistema representado na figura no qual se deu um defeito, curto-circuito entre duas fases e a terra, no início de uma das linhas.



Características dos elementos do sistema:

Linha simples:  $X_1 = X_2 = 0.547$  p.u.;  $X_0 = 1.90$  p.u

Transformador:  $X_1 = X_2 = X_0 = 0.08$  p.u

Linha dupla:  $X_1 = X_2 = 0.274$  p.u ;  $X_0 = 1.49$  p.u

Alternador:  $X_d' = 0.254$  p.u;  $X_i = 0.289$  p.u ;  $H = 3$  MW/MVA

Calcule o tempo máximo admissível de isolamento da linha onde se deu o defeito para que o sistema se mantenha estável após a actuação das protecções da linha defeituosa.

**12** - Considere um alternador com o respectivo transformador a alimentar um barramento de um S.E.E., que pode ser considerado como um barramento de potência infinita. O conjunto alternador transformador está ligado ao barramento do sistema por duas linhas paralelas. No caso de se verificar um curto-circuito no ponto médio de uma das linhas, calcule a reactância de transferência e a potência transmissível para o sistema durante os seguintes tipos de defeito:

- Curto-circuito trifásico simétrico
- Curto-circuito fase-terra
- Curto-circuito entre duas fases
- Curto-circuito entre duas fases e a terra

O alternador e o barramento de potência infinita têm o neutro ligado à terra.

Características das linhas:

$$X_d = X_i = X_0/2 = j 0.5 \text{ p.u.}$$

Características do conjunto alternador/transformador

$$E = 1.2 \text{ p.u.} \quad X_d = 0.2 \text{ p.u.} \quad X_d = X_i = 4 X_0$$

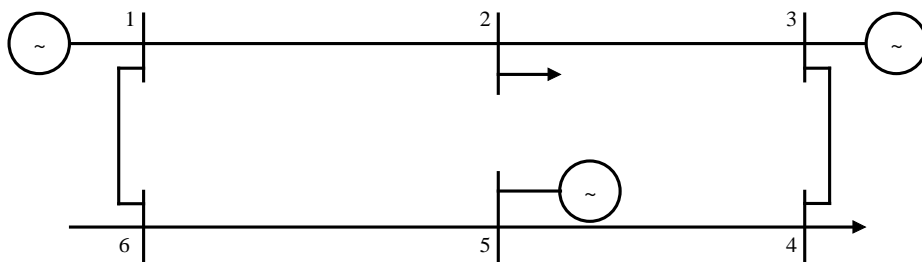
Tensão do barramento de potência infinita -1 p.u.

Compare, sob o aspecto de estabilidade, os diferentes tipos de defeito

**13** - Considere dois alternadores de 200 MW e 400 MW de capacidade a funcionar em vazio à frequência de 50 Hz. As regulações das turbinas que estão a accionar os alternadores são, respectivamente, de 4% e 5%. No caso de o sistema passar a alimentar uma carga de 600 MW calcule a nova frequência do sistema e a divisão dessa carga pelos dois alternadores. Compare o resultado com o que obteria no caso de as duas turbinas terem uma regulação de 4%.

14 - Um alternador de 100 MVA está a funcionar a plena carga, à frequência de 50 Hz. No caso de a carga ser bruscamente reduzida para 50 MW e a válvula de admissão só começar a fechar ao fim de 0.4 s devido à sua constante de tempo, calcule a variação da frequência que ocorre nesse período.  
 $H = 5 \text{ kW sec/kVA}$

15 - Considere o sistema representado na figura



Na tabela I são dadas as características dos elementos do sistema

Elemento	Z(p.u)	Y/2
1-2	$0.008 + j0.072$	0.074
1-6	$0.032 + j0.161$	0.153
2-3	$0.011 + j0.100$	0.104
3-4	$0.039 + j0.170$	0.179
4-5	$0.017 + j0.092$	0.079
5-6	$0.010 + j0.085$	0.088

Tabela I

Na tabela II são dadas as tensões nos barramentos, a configuração do sistema de produção e a carga antes do aparecimento do defeito

Barramento	Tensão (p.u.)	Produção		Carga	
		MW	MVAR	MW	MVAR
1	1.025	163	-	0	0
2	1.0	0	0	100	35
3	1.0	85	-15	0	0
4	1.0	0	0	90	30
5 REF.	1.026	-	-	0	0
6	1.0	0	0	125	50

Tabela II

Na tabela III são dadas as características dos geradores tendo como base 100 MVA

Barramento	H	$X_d'$
1	150	0.15
3	30	0.15
5	15	0.20

Tabela III

Utilizando o método de Euler modificado analise a estabilidade de um sistema a um curto-circuito trifásico simétrico no barramento 1.