

UM MODELO DE TURBULÊNCIA $k-\varepsilon$ NÃO-LINEAR PARA ESCOAMENTO VISCOELÁSTICO EM CONDUTAS

Fernando T. Pinho*, **Pedro R. Resende**** e **Daniel O. Cruz*****

* Centro de Estudos de Fenómenos de Transporte
Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade do Minho
Campus de Azurém, 4800-058 Guimarães, Portugal
e-mail: fpinho@dem.uminho.pt, web <http://www.dem.uminho.pt/PEOPLE/FTP/>

** Centro de Estudos de Fenómenos de Transporte
Dep. de Eng. Mecânica e Gestão Industrial, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
Rua Dr. Roberto Frias, s/n, 4200-465 Porto, Portugal
e-mail: resende@fe.up.pt, web <http://www.fe.up.pt/ceft>

*** Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Pará- UFFa
Campus Universitário do Guamá, 66075-900 Belém, Pará, Brasil
e-mail: doac@ufpa.br, web <http://www.ufpa.br>

Palavras-chave: redução do arrasto, fluido viscoelástico, escoamento em conduta, modelo de turbulência.

Resumo. *Propõe-se pela primeira vez um modelo não-linear do tipo $k-\varepsilon$ de baixo número de Reynolds para fluidos viscoelásticos, no que constitui uma melhoria significativa relativamente aos modelos anteriores [4, 5]. A tensão de Reynolds é dada como uma expansão de segunda ordem dos tensores médios da velocidade de deformação e vorticidade e inspira-se no modelo de Park et al [9] para fluidos newtonianos. Além disso, a difusão turbulenta de k e ε adota uma forma variável. Neste trabalho investiga-se o efeito de funções de amortecimento específicas para os termos não-lineares que permitem uma melhor captura do aumento da anisotropia das tensões normais de Reynolds com o aumento da redução do arrasto, mas estas funções necessitam de melhorias para aumentar a sua gama de realizabilidade.*

1. INTRODUÇÃO

Escoamentos de fluidos viscoelásticos diluídos em regime turbulento, acontecem, entre outros, na perfuração de poços de petróleo e gás natural, durante a manutenção de linhas de transporte de fluidos a longa distância, no interior de reactores agitados e noutros sistemas com processos de transferência de calor e massa. Por isso, é extremamente relevante ser capaz de prever com rigor as características hidrodinâmicas desses escoamentos, sendo que o nível de detalhe depende da aplicação pretendida.

A partir da década de 1970 surgiram os primeiros modelos para a previsão de escoamentos turbulentos com fluidos viscoelásticos, que se baseavam quer na aplicação de leis de parede não-universais, quer em modificações *ad-hoc* dos parâmetros de funções de amortecimento no caso de modelos sem leis de parede [1,2]. Em qualquer dos casos, a aferição dessas leis ou parâmetros era feita caso-a-caso e geralmente sem qualquer relação com a reologia dos fluidos.

Os estudos experimentais dos anos 1980 e 1990, e as simulações numéricas directas com fluidos viscoelásticos, sensibilizaram a comunidade científica para a necessidade de se desenvolverem modelos de turbulência acoplados a modelos constitutivos reológicos, como é o caso dos modelos desenvolvidos por Pinho e co-autores [3-5]. Estes modelos baseiam-se numa formulação de baixo número de Reynolds que foi modificada para ter em linha de conta a reologia dos fluidos, mas as tensões de Reynolds são ainda dadas por uma equação linear no tensor velocidade de deformação, sendo por isso incapazes de prever a anisotropia das tensões normais de Reynolds que aumenta com a redução do arrasto.

É objectivo deste trabalho propôr, pela primeira vez, uma formulação não-linear para o cálculo desse tensor no caso de escoamentos turbulentos com fluidos viscoelásticos, aqui aplicado ao escoamento desenvolvido numa conduta de secção circular. Na próxima secção apresentamos as equações a resolver, seguindo-se um estudo paramétrico do comportamento do modelo e a posterior comparação dos resultados das previsões com informações experimentais da literatura da especialidade.

2. EQUAÇÕES GOVERNATIVAS E MODELO DE TURBULÊNCIA

Para escoamento desenvolvido numa conduta de secção circular, alinhada na direcção x e de coordenada radial r , tem de se resolver a equação de conservação da quantidade de movimento (Eq. 1), aqui escrita em coordenadas cilíndricas. No que se segue, as quantidades médias no tempo estão representadas em maiúsculas ou com uma barra superior, enquanto que as flutuações estão representadas por letras minúsculas ou com uma apóstrofe.

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \left(\bar{\mu} \frac{dU}{dr} + 2\overline{\mu' s_{xr}} - \overline{\rho uv} \right) \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Nesta equação, s_{xr} representa a componente xr fluctuante do tensor velocidade de deformação, que aparece combinada com a flutuação de viscosidade definindo assim uma tensão de origem não newtoniana, que foi recentemente modelada por Cruz et al [5]. Quanto à

tensão de corte de Reynolds, $-\overline{\rho uv}$, esta é dada por um modelo adequado. Como um dos objectivos deste trabalho é a quantificação das tensões normais, embora elas não apareçam directamente na equação de conservação de quantidade de movimento para escoamento desenvolvido, o modelo adoptado é não-linear de segunda ordem, sendo dado pela equação (2)

$$-\overline{\rho u_i u_j} = 2\nu_T S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij} - f_{1n}\tilde{\beta}_2 k \left(S_{ik}^* S_{kj}^* - \frac{1}{6} S^{*2} \delta_{ij} \right) - f_{2n} f_{3n} \tilde{\beta}_3 k \left(W_{ik}^* S_{kj}^* - S_{ik}^* W_{kj}^* \right) \quad (2)$$

onde os tensores velocidade de deformação e vorticidade se definem respectivamente como

$$\begin{aligned} S_{ij} &= 0.5 \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \\ W_{ij} &= 0.5 \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

A difusividade turbulenta ν_T é calculada pela equação de Prandtl-Kolmogorov

$$\nu_T = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}} \quad (4)$$

que impõe a necessidade de se determinar k e $\tilde{\varepsilon}$ através de equações de transporte adequadas. Para a energia cinética de turbulência (k) usa-se uma modificação do modelo de baixo número de Reynolds de Cruz et al [5]

$$0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \left(\frac{\bar{\mu}}{\rho} + f_t \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{dk}{dr} \right] - \frac{2}{\rho} \overline{\mu' s_{xr}} \frac{dU}{dr} - \overline{uv} \frac{dU}{dr} - \tilde{\varepsilon} + D \quad (5)$$

onde as novidades são a inclusão de uma nova função f_t na difusão turbulenta, e a alteração dos valores numéricos de σ_k e C_μ . A difusão turbulenta foi anteriormente modelada segundo uma hipótese de gradiente de difusão com coeficiente $\sigma_k = 1.0$. Para fluidos newtonianos, descobriu-se que essa hipótese resultava numa contribuição demasiado baixa da difusão turbulenta para o balanço da energia cinética de turbulência junto a paredes e demasiado elevada longe da parede [6]. Por outro lado, se o valor de σ_k diminuir resulta uma grande diferença nas previsões em relação a dados de simulação numérica directa longe da parede, de forma que a solução deste problema passa pelo recurso a um coeficiente σ_k variável, adoptando-se para esse efeito a função f_t . Também aqui se verificam melhorias nas previsões de escoamento com fluidos não newtonianos, após a adopção da função apresentada por Park e Sung [7] (Eq. 6)

$$f_t = 1 + 3.5 \exp \left[- \left(R_T / 150 \right)^2 \right] \quad (6)$$

além de que se alterou o valor de σ_k para 1.2, como recomendado em [6] e [7]. Quanto a C_μ ,

a sua modificação de 0.09 para 0.08 vem melhorar as previsões do factor de fricção, velocidade média e energia cinética de turbulência para fluidos newtonianos, não tendo grande influência sobre as previsões para fluidos não newtonianos, uma vez que com estes fluidos a função f_μ é que é determinante. Contudo, na parte não linear do modelo de turbulência não houve alteração, daí a introdução do coeficiente 1.125 a multiplicar C_μ .

A modificação da difusão turbulenta também afecta a equação de transporte da dissipação modificada de energia cinética de turbulência ($\tilde{\varepsilon}$), que se apresenta de seguida.

$$0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \left(\bar{\mu} + \rho f_t \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{d\tilde{\varepsilon}}{dr} \right] + \rho f_1 C_{\varepsilon 1} \frac{\tilde{\varepsilon}}{k} P - \rho f_2 C_{\varepsilon 2} \frac{\tilde{\varepsilon}^2}{k} + \rho \bar{v} v_T (1 - f_\mu) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)^2 + C_{\varepsilon 4} \frac{v_T}{\sigma_E \bar{v}} \frac{d\tilde{\varepsilon}}{dr} \frac{d\bar{\mu}}{dr} \quad (7)$$

Quanto à difusividade turbulenta de quantidade de movimento, o seu amortecimento é realizado pela função f_μ seguinte, proposta por Cruz e Pinho [4] para fluidos viscoelásticos, e posteriormente otimizada por Cruz et al [5] com coeficiente $C=70$.

$$f_\mu = \left\{ 1 - \left[1 + \left| \frac{1-n}{1+n} \right| y^+ \right]^{|1+n|/|1-n|/A^+} \right\} \left\{ 1 - \left[1 + \left| \frac{p-1}{3-p} \right| y^+ C^{\frac{1-p}{2-p}} \right]^{|3-p|/|p-1|/A^+} \right\} \quad (8)$$

Nesta função, a coordenada de parede definida na Eq. (9) baseia-se na viscosidade na parede.

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\bar{v}_w} \quad (9)$$

A nova tensão de origem não newtoniana $2\bar{\mu}' s_{xr}$ presente na equação de conservação de quantidade de movimento foi modelada seguindo Cruz et al [5], ie.

$$2\bar{\mu}' s_{xr} = \tilde{C} \frac{K_v K_e}{A_\varepsilon^{p-1}} \left[\frac{\rho C_\mu f_\mu k^2}{2\bar{\mu} \tilde{\varepsilon}} \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)^2 \right]^{\frac{p+n-2}{2}} \sqrt{C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\tilde{\varepsilon}}} \times \frac{1}{L_c} \times \frac{\frac{\partial U}{\partial r}}{\sqrt{\left| \frac{\partial U}{\partial r} \right|}} \quad (10)$$

com

$$\begin{aligned} \tilde{C} &= (1 + C_s)^{p+n-2} - 1 \\ \frac{1}{L_c} &= \frac{\varepsilon}{u_R^3} \\ u_R^2 &= k / \left| \exp \left(- \left(\frac{k}{u_\tau^2} \right)^\alpha \right) - 1 \right|^{\frac{1}{\alpha}} \end{aligned} \quad (11)$$

e $\alpha=4$.

Este conjunto de equações, sem os dois últimos termos do membro da direita da Eq. (2), constituem o modelo isotrópico de turbulência e asseguram o fecho do sistema de equações, onde os restantes parâmetros tomam os valores da Tabela 1 e as funções de amortecimento são

$$f_1 = 1.0 \text{ e } f_2 = 1 - 0.3 \exp(-R_T^2) \text{ com } R_T = \frac{k^2}{\nu \tilde{\varepsilon}} \quad (12)$$

C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$C_{\varepsilon 3}$	A_ε	A_2	C
0.08	1.2	1.3	1.45	1.90	1.0	10	0.45	70

Tabela 1. Alguns parâmetros do modelo de turbulência.

Os dois últimos termos da Eq. (2) conferem ao modelo a capacidade de prever a anisotropia das tensões normais de Reynolds. O modelo não-linear aqui utilizado é de segunda ordem nos tensores S_{ij} e W_{ij} [8], em que os parâmetros e algumas das funções se baseiam no modelo não-linear de Park et al [9]. Contudo, as funções e parâmetros específicos apresentados em [9] foram aqui modificados de duas maneiras: por um lado retiraram-se as correções de parede ($\tilde{\beta}_{2,wall}$ e $\tilde{\beta}_{3,wall}$), que criavam alguns problemas de realizabilidade; por outro lado introduziram-se as funções f_{1n} , f_{2n} e f_{3n} que tomam em consideração a reologia dos fluidos, o que deve acontecer sem prejuízo da realizabilidade do modelo como explicado mais adiante.

Assim, os coeficientes $\tilde{\beta}_2$ e $\tilde{\beta}_3$ são dados por [9]

$$\tilde{\beta}_2 = 1.125 C_\mu f_{S1} f_w^2 \text{ e } \tilde{\beta}_3 = 1.125 C_\mu f_{S2} f_w^2 \quad (13)$$

onde

$$f_{S1} = \frac{1 + \eta_s f_{\mu 2}}{1 + 4\eta_s + 4\eta_s^2} \text{ e } f_{S2} = \frac{1 + \eta_s f_{\mu 2}}{1 + \eta_s + 8\eta_s^2} \quad (14)$$

$$\eta_s = 1.125 C_\mu \text{MAX}(\eta, \xi) \quad (15)$$

$$\eta = f_w S^* \text{ e } \xi = f_w W^* \quad (16)$$

$$S^* = \sqrt{2S_{ij}^* S_{ij}^*} \text{ e } W^* = \sqrt{2W_{ij}^* W_{ij}^*} \quad (17)$$

Na Eq. (17), o asterisco designa valores normalizados por k , $S_{ij}^* = S_{ij} k / \varepsilon$ e $W_{ij}^* = W_{ij} k / \varepsilon$. A função $f_{\mu 2}$, que está definida na Eq. (18), necessita das quantidades definidas nas Eqs. (19) a (24), como explicado em [9] e aqui reproduzido.

$$f_{\mu 2} = \frac{\left(\frac{15}{3}\right)(1+g)}{g^2 + 1.125C_{\mu}g^3 + A_s} \quad (18)$$

$$A_s = \tilde{\alpha}_3^2 \xi^2 - \tilde{\alpha}_2^2 \frac{\eta^2}{3} \quad (19)$$

$$g = \begin{cases} \frac{C_0}{3} + (P_1 + \sqrt{P_2})^{1/3} + \text{sign}(P_1 - \sqrt{P_2}) |P_1 - \sqrt{P_2}|^{1/3}, & P_2 \geq 0 \\ \frac{C_0}{3} + 2(P_1^2 - P_2)^{1/6} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 - P_2}}\right)\right), & P_2 < 0 \end{cases} \quad (20)$$

$$P_1 = C_0 \left[\frac{C_0^2}{27} - \frac{A_s + \tilde{\alpha}_1 \eta^2}{6} + \frac{1}{2} \right] \quad (21)$$

$$P_2 = P_1^2 - \left[\frac{C_0^2}{9} - \frac{A_s + \tilde{\alpha}_1 \eta^2}{3} \right] \quad (22)$$

Para calcular f_w tem de se resolver a seguinte equação diferencial elíptica

$$\frac{\partial^2 f_w}{\partial x_j \partial x_j} = \frac{R_t^{3/2}}{A^2 L^2} (f_w - 1) \quad (23)$$

onde L é uma escala de comprimento de turbulência modificada junto à parede por inclusão da escala de Kolmogorov, sendo por isso dada pela Eq. (24) na versão adoptada por Park et al [9]

$$L^2 = \frac{k^3}{\tilde{\varepsilon}^2} + 70^2 \sqrt{\frac{\bar{v}^3}{\tilde{\varepsilon}}} \quad (24)$$

Os parâmetros restantes constam da Tabela 2.

A	C_0	$\tilde{\alpha}_1$	$\tilde{\alpha}_2$	$\tilde{\alpha}_3$
8.4	2.4	-0.48	-0.375	-0.8

Tabela 2. Alguns parâmetros dos termos não-lineares do modelo de turbulência.

As novas funções f_{1n} , f_{2n} e f_{3n} permitem tomar em consideração o comportamento reológico dos fluidos, e têm diferentes objectivos. Um primeiro modelo resulta de considerar

todas estas funções como unitárias, o que conduz a um modelo não-linear de todo idêntico ao usado para fluidos newtonianos, excepto no efeito que a reologia já desempenha sobre o cálculo de k e ε . Referiremos esta primeira opção como aquela em que as funções f_{1n} , f_{2n} e f_{3n} estão desligadas. Por outro lado, pode-se também melhorar o desempenho da componente não-linear do modelo adoptando funções que introduzam a reologia dos fluidos e esta é a opção com as funções ligadas.

O trabalho realizado a este nível é ainda preliminar, mas, como se verá, é desde já possível averiguar das vantagens da segunda formulação, sobretudo junto à parede ($10 < y^+ < 100$). Contudo, é ainda necessário melhorar essas funções por forma a garantir a realizabilidade do modelo em condições de utilização mais alargadas, i.e., para gamas mais alargadas dos parâmetros reológicos.

Na segunda formulação, cujas funções estão definidas abaixo, enquanto f_{1n} e f_{2n} diminuem $\overline{v^2}$ e $\overline{w^2}$, corrigindo assim a anisotropia das tensões de Reynolds longe da parede, a função f_{3n} actua na região $10 < y^+ < 100$ para corrigir os comportamentos de $\overline{u^2}$ e $\overline{v^2}$. Quanto à componente $\overline{w^2}$, a função f_{1n} é suficiente para corrigir o seu comportamento também na região de parede.

Para garantir realizabilidade no modelo, i.e., a positividade de todas as tensões normais de Reynolds, basta considerar a menor das três tensões, $\overline{v^2}$. Para escoamento de corte puro as novas funções devem assim obedecer à seguinte condição

$$\left(\tilde{\beta}_2 f_{1n} - \tilde{\beta}_3 f_{2n} f_{3n}\right) \left(\frac{dU}{dr}\right)^2 \frac{k^2}{\varepsilon^2} \geq -8 \quad (25)$$

As funções f_{1n} , f_{2n} e f_{3n} aqui propostas são ainda provisórias e foram deduzidas empiricamente com base nos seguintes pressupostos: (i) para fluidos newtonianos ($n = p = 1$) as funções devem ser unitárias; (ii) as funções devem aumentar a anisotropia das tensões normais de Reynolds para fluidos reofluídificantes na viscosidade viscosimétrica ($n < 1$) e para fluidos reoespessantes na viscosidade extensional ($p > 1$), sendo o efeito de p claramente mais intenso que o de n (da mesma ordem de grandeza que os respectivos efeitos sobre a redução de fricção, ver [4]); (iii) o modelo deve ser realizável pelo menos até ao limite dos valores dos expoentes n e p para os quais existe uma redução de fricção superior ao máximo previsto por Virk et al [10]. Este trabalho reporta uma primeira tentativa, que só realizou parcialmente estes pressupostos. Na derivação dessas funções teve-se em conta os resultados experimentais de Escudier et al [11] e as medições das tensões normais de Reynolds feitas por Presti [12] para esses mesmos fluidos, vindo as funções f_{1n} , f_{2n} e f_{3n} definidas da seguinte forma:

$$f_{1n} = \left[|2 - n - p| \frac{(1 + K_e)}{K_e} - 1.125 C_\mu \right]^{|2 - n - p|} \quad (26)$$

$$f_{2n} = (2.1 - p)^{-|2-n-p|} \quad (27)$$

$$f_{3n} = 1 + |2 - n - p| \left(0.121A^2 - 0.873A + 1.671 \right) \left[\sqrt{\frac{50}{y^+}} + 500(1 - f_w) \tilde{\varepsilon}^+ \right]^{0.45} \quad (28)$$

em que $\tilde{\varepsilon}^+ \equiv \frac{\tilde{\varepsilon}V}{u_\tau^4}$ e $A = \frac{K_e^{|2-n-p|}}{|2-n-p| + 0.1}$.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise do comportamento deste modelo faz-se em três etapas: primeiro, estuda-se o caso newtoniano por comparação com resultados experimentais clássicos e de Durst et al [13]; de seguida comparam-se as previsões com os resultados obtidos por Escudier et al [11] e Presti [12] para a solução aquosa de 0.125% PAA, que foi o fluido utilizado para aferir o modelo de turbulência; finalmente, efectua-se comparações das previsões numéricas com os resultados experimentais de [11] e [12] para os restantes fluidos viscoelásticos.

3.1. Fluidos newtonianos

Começamos por apresentar na Figura 1 a variação do factor de fricção em função do número de Reynolds, comparando-se os valores previstos pelo actual modelo com as previsões do modelo anterior [5] e a equação de Blasius. Os dois conjuntos de previsões estão muito próximos e concordam com a equação de Blasius. As correspondentes previsões dos perfis de velocidade média e da energia cinética de turbulência apresentam-se nas Figuras 2 e 3 em coordenadas de parede. As Figuras 1 e 2 incluem também dados experimentais e previsões relativas à solução aquosa de referência de 0.125% PAA, a ser discutida na secção 3.2.

Relativamente aos perfis de velocidade média, a diferença entre as previsões do anterior modelo [5] e do modelo aqui proposto também é pequena e em qualquer dos casos os resultados estão próximos da lei logarítmica de parede. O pequeno afastamento que se observa nos dois casos deve-se ao efeito do baixo número de Reynolds utilizado nas simulações, que nesta gama tem tendência a fazer subir os valores de u^+ [14]. O valor de $Re = 7430$ corresponde às medições de energia cinética de turbulência e das tensões normais de Reynolds de Durst et al [13] e utilizadas nas comparações da Figura 3. Note-se que as medições do coeficiente de fricção e da velocidade média de Durst et al [13] concordam com a equação de Blasius e aproximam-se da lei logarítmica, da mesma forma que as previsões, respectivamente.

Quanto à previsão de k , o modelo anterior [5] e o actual prevêm bem o comportamento junto à parede e o pico máximo, mas longe da parede as previsões são mais elevadas que as medições. Para as tensões normais de Reynolds, os resultados são os que estão patentes na Figura 3-b), verificando-se que o modelo captura bem as tendências radiais de variação e a

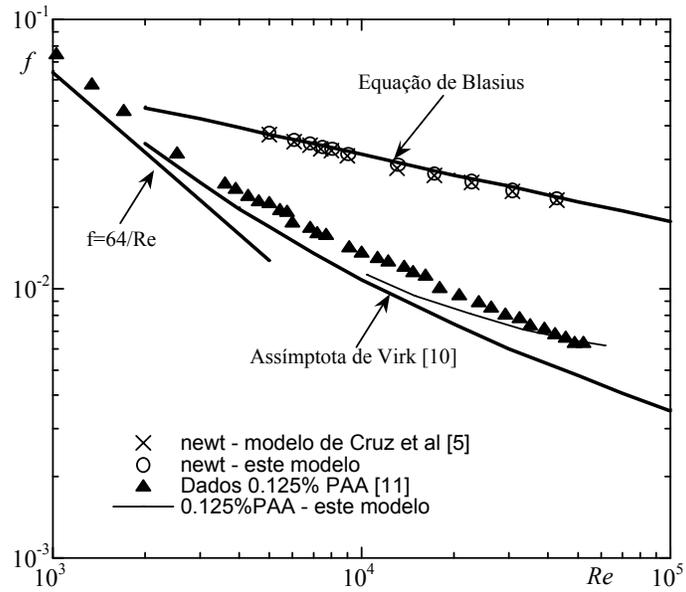


Figura 1. Variação do factor de fricção com o número de Reynolds.

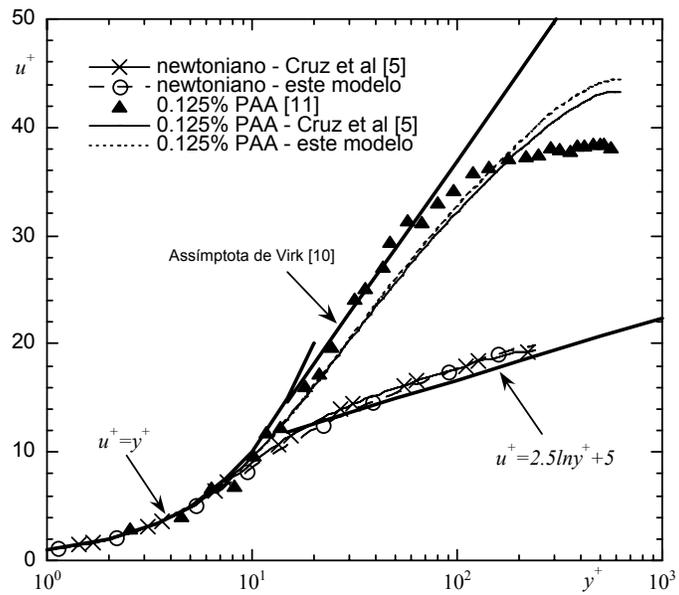


Figura 2. Perfis radiais da velocidade média normalizados em coordenadas de parede e comparação com resultados da literatura [11] para fluidos newtonianos ($Re= 7430$) e solução aquosa de referência de 0.125% PAA ($Re= 42950$).

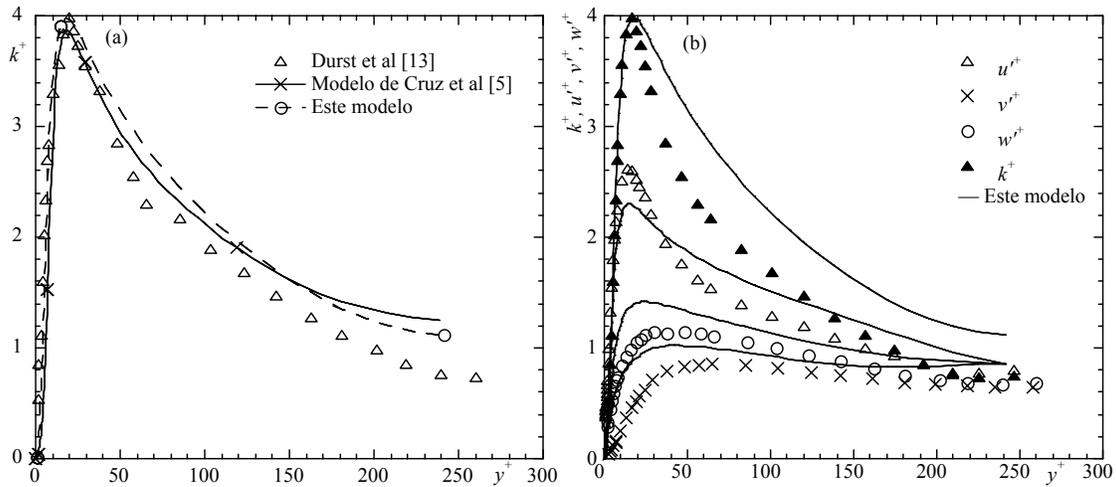


Figura 3. Perfis radiais da energia cinética de turbulência (a) e tensões normais de Reynolds (b) normalizados em coordenadas de parede e comparação com resultados da literatura [13] para fluidos newtonianos a $Re = 7430$.

posição relativa das tensões. No entanto, enquanto que a tensão normal axial é prevista por excesso, as tensões tangencial e radial são previstas por defeito.

Embora o actual modelo possa ser considerado menos bom que o anterior em escoamento numa conduta, no caso de escoamento entre placas paralelas ele é francamente superior ao anterior já que foi parcialmente desenvolvido com base nos resultados de simulação numérica directa de Moser et al [15] com vista a otimizar as previsões de k e das tensões normais. Contudo, há aqui duas diferenças relativamente ao modelo optimizado. Em primeiro lugar, seria necessário utilizar as correcções de parede $\beta_{2,wall}$ e $\beta_{3,wall}$ de Park et al [9], mas estas dão origem a problemas para o caso da conduta de secção circular e por isso foram retiradas do modelo. Por outro lado, na componente isotrópica do actual modelo essa optimização por comparação com resultados de simulação numérica directa para fluidos newtonianos também não foi feita, pois ele baseia-se no modelo viscoelástico geral de Cruz e Pinho [4] em que a função f_μ se reduz à do modelo de Nagano e Hishida [16] e não à função usada por Park et al [9]. Por isso, há discrepâncias na previsão para fluidos newtonianos relativamente a modelos mais recentes e optimizados para estes fluidos, que são capazes de cálculos mais precisos do comportamento de k e ε , implicando também uma melhor previsão das tensões de Reynolds.

3.2. Solução viscoelástica de referência: 0.125% PAA

Como foi referido acima, a componente isotrópica do modelo, antes das alterações aqui introduzidas, foi calibrada por [5] para fluidos viscoelásticos usando os resultados experimentais obtidos por Escudier et al [11] com a solução aquosa de 0.125% PAA a $Re = 42,900$. Por consequência, as previsões do modelo são consistentes com os resultados experimentais nessa região, como se observa para o coeficiente de fricção na Figura 1 e para a velocidade média na Figura 2.

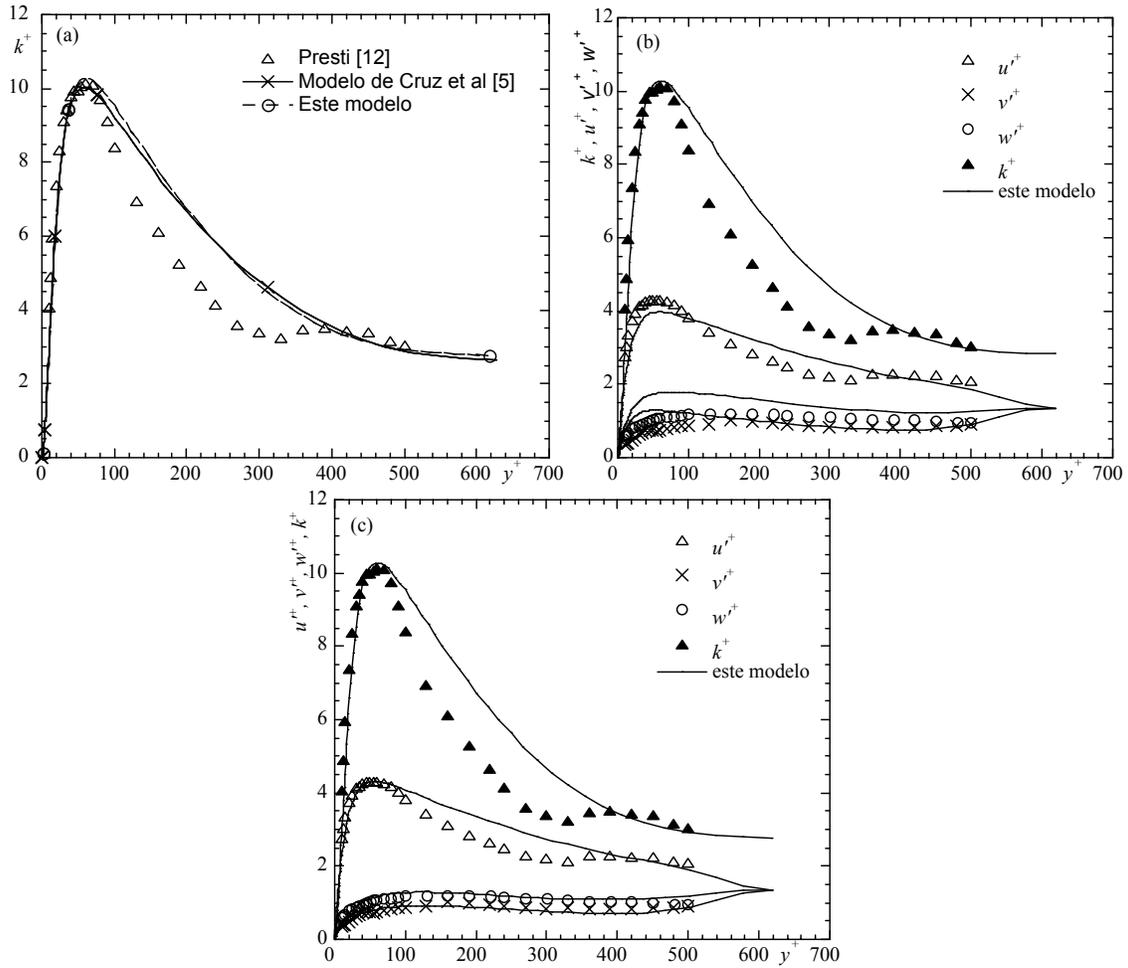


Figura 4. Perfis radiais de k (a) e tensões normais de Reynolds em coordenadas de parede e comparação com resultados da literatura [12] para 0.125% PAA, $Re = 42950$: (b) funções f_{1n} a f_{3n} desligadas; (c) funções ligadas.

Para as previsões da energia cinética de turbulência, a Figura 4-a) mostra pequenas diferenças relativamente ao modelo anterior, otimizado por Cruz et al [5], mas o novo modelo é capaz de prever um comportamento anisotrópico das tensões de Reynolds para fluidos viscoelásticos, como se vê na Figura 4-b) onde as funções f_{1n} a f_{3n} são unitárias (desligadas). Isto não significa que não exista um efeito da reologia sobre a distribuição das tensões, pois os termos não-lineares nas tensões dependem não linearmente de k e ε que são fortemente modificados relativamente a um modelo para fluidos newtonianos [4]. É possível regular melhor essa dependência ao modificar f_{1n} , f_{2n} e f_{3n} em função da reologia dos fluidos, como se mostra na Figura 4-c): as comparações são claramente melhores sobretudo

para v' e w' , e na região de parede.

3.3. Outros fluidos viscoelásticos

Os outros fluidos viscoelásticos aqui testados foram as soluções aquosas de 0.25% CMC, 0.2% XG e a mistura 0.09%/0.09% de XG/CMC medidos nos trabalhos de [11] e [12]. A comparação das previsões dos factores de fricção com resultados experimentais apresentam-se na Figura 5 onde se vê que o novo modelo aqui proposto traz vantagens relativamente ao modelo anterior de Cruz et al [5], já que aproxima os valores numéricos dos valores experimentais. Mesmo assim, as previsões para a solução de goma de xantano (XG) continuam excessivamente elevadas. Como já tinha sido observado anteriormente [4,5], as alterações nos perfis de velocidade média são semelhantes aos observados com o coeficiente de fricção, e novamente o modelo aqui proposto traz vantagens. Por limitações de espaço os perfis de velocidade média não são aqui apresentados.

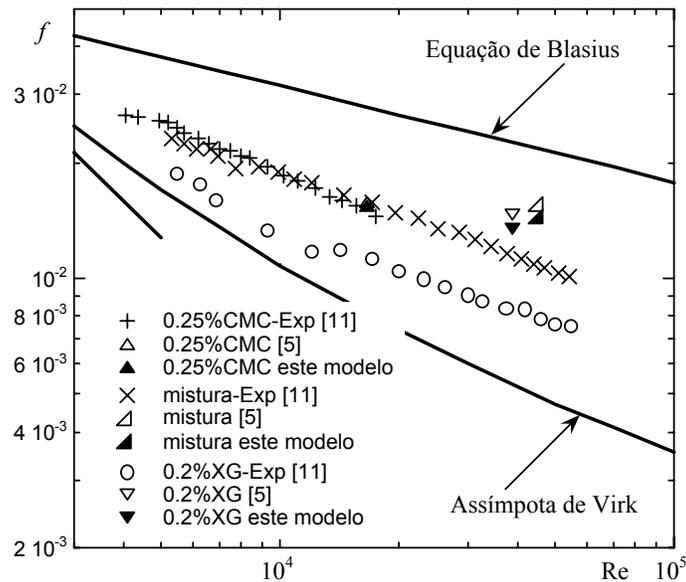


Figura 5. Comparação entre valores experimentais e numéricos da variação do factor de fricção com o número de Reynolds para 0.25% CMC, 0.09% CMC/0.09% XG e 0.2% XG.

Quanto às previsões de quantidades turbulentas, a Figura 6 mostra os perfis de energia cinética turbulenta e tensões normais de Reynolds quando as funções f_{1n} a f_{3n} estão desligadas (coluna da esquerda) e ligadas (coluna da direita), respectivamente. As discrepâncias

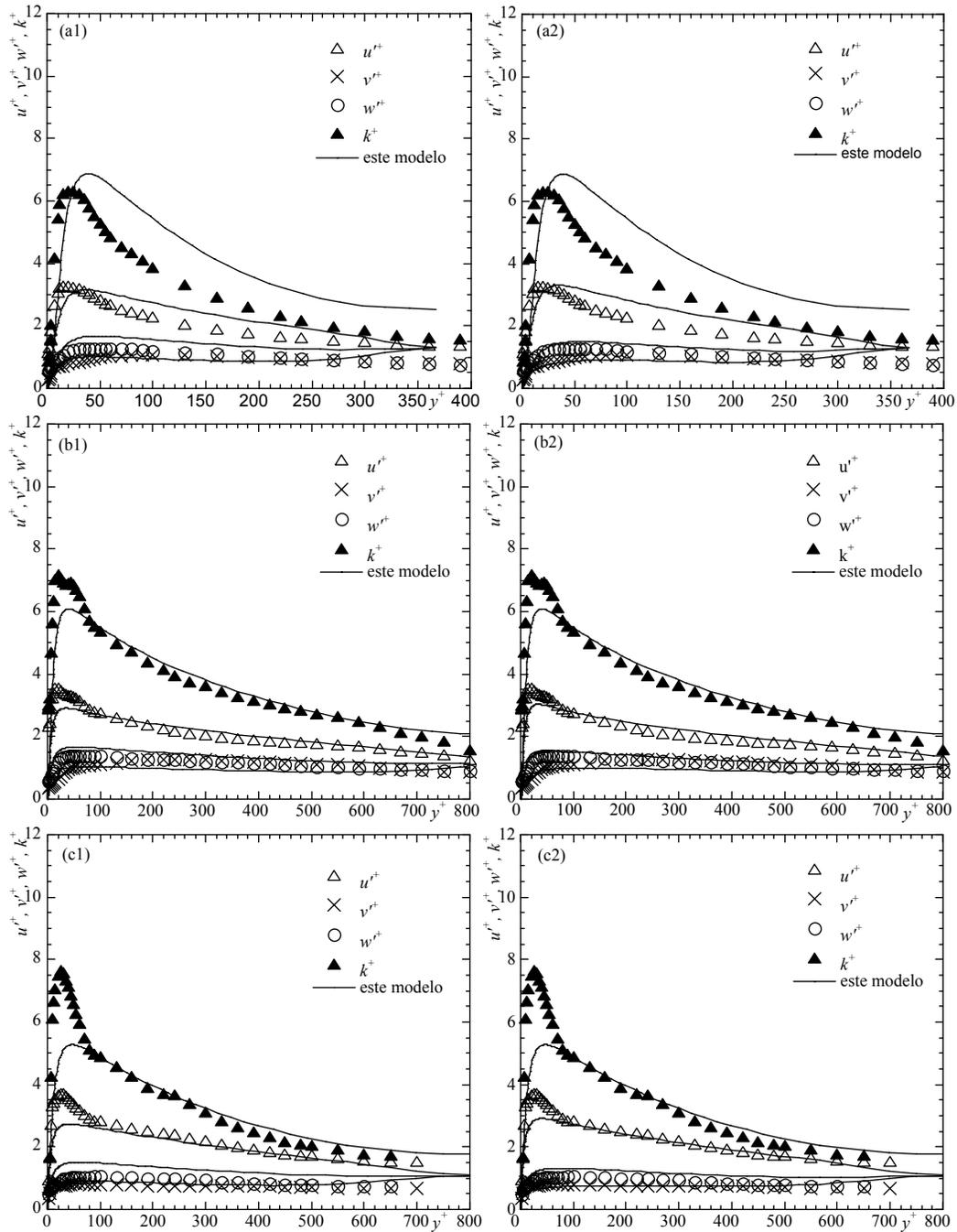


Figura 6. Perfis radiais de k e tensões normais de Reynolds em coordenadas de parede e comparação com literatura [12]: (a) 0.25% CMC ($Re= 16,600$); (b) 0.09%/0.09% CMC/XG ($Re= 45,200$); (c) 0.25XG ($Re= 39,000$); Coluna esquerda: funções f_{ln} a f_{3n} desligadas; Coluna direita: funções ligadas.

na previsão de k^+ já ocorriam nos modelos anteriores [4,5], embora aqui tenham sido diminuídas. As maiores diferenças em termos de pico ocorrem nas comparações com fluidos contendo goma de xantano (XG) e devem-se fundamentalmente à incapacidade do modelo prever correctamente a elevada redução de arrasto para esses fluidos.

Quanto às tensões normais de Reynolds, a sua anisotropia é capturada razoavelmente bem mesmo quando as funções estão desligadas (valor unitário). É novamente clara a vantagem em utilizar estas funções, que melhoram significativamente a previsão das tensões v^{*+} e w^{*+} . No entanto, as actuais funções apresentam problemas de realizabilidade para valores muito elevadas do parâmetro reológico p , e que se acentuam para valores baixos do parâmetro reológico K_e , pelo que são ainda necessárias melhorias ao modelo. De qualquer das formas, o actual modelo de turbulência constitui um avanço importante dado tratar-se do único modelo existente na literatura capaz de prever a anisotropia das tensões de Reynolds para fluidos viscoelásticos, e que foi desenvolvido em conjunto com um modelo reológico.

4. CONCLUSÕES

Neste trabalho apresenta-se, pela primeira vez, um modelo k - ε não-linear de baixo número de Reynolds para fluidos de características reológicas viscoelásticas. O modelo baseia-se num modelo anteriormente desenvolvido pelo grupo [4,5], que foi modificado por inclusão de um coeficiente de difusividade turbulento variável para k e ε , e por uma formulação não linear do tensor anisotropia das tensões de Reynolds, que permite capturar o seu aumento com o aumento da redução de arrasto, como ficou bem demonstrado nas comparações com resultados experimentais.

O modelo não linear é passível de melhoramentos para aumentar as suas condições de realizabilidade a uma gama de parâmetros reológicos mais alargado.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem financiamento do FEDER via projectos POCTI 37699/EQU/2001 e POCTI 37711/EME/2001 da Fundação para a Ciência e Tecnologia, e ainda do projecto de intercâmbio Proc. C 4.3.1 do CNPq (Brasil) e ICCTI (Portugal). Agradecemos ainda as discussões com o Prof. M. P. Escudier (U. de Liverpool) e a disponibilização dos dados experimentais de Presti [12].

REFERÊNCIAS

- [1] F. Durst e A. K. Rastogi,, Calculations of turbulent boundary layer flows with drag reducing polymer additives. *Phys. of Fluids*, **20**, 1975-1985 (1977).
- [2] S. Hassid e M. Poreh, A turbulent energy dissipation model for flows with drag reduction. *J. Fluids Eng.*, **100**, 107-112 (1978).
- [3] F. T. Pinho, A GNF framework for turbulent flow models of drag reducing fluids and proposal for a k - ε type closure. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **114**, 149-184 (2003).
- [4] D. O. A. Cruz e F. T. Pinho, Turbulent pipe flow predictions with a low Reynolds number k - ε model for drag reducing fluids. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **114**, 109-148

- (2003).
- [5] D. O. A. Cruz, F. T. Pinho e P. R. Resende, Modeling the new stress for improved drag reduction predictions of viscoelastic pipe flow. Artigo submetido para publicação no *J. Non-Newt. Fluid Mech.* (2004).
 - [6] Y. Nagano e M. Shimada, Modeling the dissipation rate equation for two-equation turbulence model, Ninth Symposium on “Turbulent Shear Flows”, Kyoto, Japão, 16-18 de Agosto de 1993, artigo 23-2 (1993).
 - [7] T. S. Park e H. J. Sung, A nonlinear low-Reynolds-number k - ϵ model for separated and reattaching flows — I. Flow field computations. *Int. J. Heat Mass Transfer*, **38**, 2657-2666 (1995).
 - [8] T. B. Gatski e C. G. Speziale, On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows. *J. Fluid Mech.*, **254**, 59-78 (1993).
 - [9] T. S. Park, H. J. Sung e K. Suzuki, Development of a nonlinear near-wall turbulence model for turbulent flow and heat transfer. *Int. J. Heat Fluid Flow*, **24**, 29-40 (2003).
 - [10] P. S. Virk, H. S. Mickley e K. A. Smith, The ultimate asymptote and mean flow structure in Tom’s phenomenon. *J. Appl. Mech.*, **92**, 488-493 (1970).
 - [11] M. P. Escudier, F. Presti e S. Smith, Drag reduction in the turbulent pipe flow of polymers. *J. Non-Newt. Fluid Mech.*, **81**, 197-213 (1999).
 - [12] F. Presti, Investigation of transitional and turbulent pipe flow of non-Newtonian fluids. Tese de doutoramento, Universidade de Liverpool, Reino Unido (2000)..
 - [13] F. Durst, J. Jovanovic e J. Sender, LDA measurements in the near-wall region of a turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, **295**, 305-335 (1995).
 - [14] T. Wei e W. W. Willmarth, Reynolds number effects on the structure of a turbulent channel flow, *J. Fluid Mech.*, **204**, 57-95 (1989).
 - [15] R. D. Moser, J. Kim e N. N. Mansour, Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to $Re_{\tau}= 590$, *Phys. Fluids*, **11**, 943-945 (1999).
 - [16] Y. Hagano e M. Hishida, Improved form of the k - ϵ model for wall turbulent shear flows, *J. Fluids Eng.*, **109**, 156-160.