



## ESTUDO NUMÉRICO DO COMPORTAMENTO DE DIFUSORES EM REGIME LAMINAR

Fernando Pinho<sup>1</sup> e Sérgio Rosa<sup>2</sup>

### RESUMO

A literatura é escassa em informação sobre comportamento de fluidos Newtonianos em escoamentos laminares em difusores e este trabalho tem por objectivo determinar numericamente o coeficiente de perda de carga localizada em função do número de Reynolds ( $Re$ ), ângulo de abertura ( $\alpha$ ) e razão de expansão ( $D_2/D_1$ ). Os escoamentos investigados têm  $Re$  compreendidos entre 2 e 200,  $\alpha$  entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  com intervalos de  $5^\circ$  e  $10^\circ$ ,  $D_2/D_1$  de 1,5 e 2, estimando-se que a incerteza no valor de  $C_l$  seja inferior a 1%.

As simulações numéricas efectuaram-se com recurso a um programa de cálculo em volumes finitos com malhas colocadas e não-ortogonais e usando esquemas de interpolação de segunda ordem: diferenças centradas (CDS) para os termos difusivos e o esquema de montante linear (LUDS – Linear Upwind Scheme) para os termos convectivos.

### 1. INTRODUÇÃO

Muitas aplicações das indústrias química, biomédica, alimentar, de tintas, de processamento em geral, requerem o emprego de sistemas de transporte de fluidos em redes de condutas de modo a prover as suas necessidades energéticas e de produção. O seu dimensionamento eficiente requer um conhecimento detalhado e preciso das características hidrodinâmicas dos seus vários componentes. Entre estes encontramos as expansões súbitas e graduais (ou difusores) cuja missão é desacelerar o escoamento. O cumprimento deste objectivo origina perdas de carga, que devem ser correctamente contabilizadas no dimensionamento através do coeficiente de perda de carga localizada. Esta quantidade integral está intimamente relacionada com características locais do escoamento como a existência e dimensão da zona de recirculação.

O escoamento em difusores foi fortemente investigado no passado, numérica e experimentalmente para fluidos newtonianos em regime turbulento (Runstadler e tal., 1975; Crane Co., 1979; Gibson, 1930; Massey, 1989; Tsui e Wang, 1995). São também inúmeras as

<sup>1</sup> Professor Associado, FEUP, CEFT – Centro de Estudos de Fenómenos de Transporte, DMEGI, Porto

<sup>2</sup> Assistente, Instituto Politécnico de Bragança, ESTIG, Departamento Mecânica Aplicada, Bragança

aplicações industriais que envolvem escoamentos de fluidos muito viscosos em regime laminar, tanto de características newtonianas como não newtonianas e aqui a informação disponível é escassa, não havendo por isso um conhecimento suficientemente fiável para um correcto dimensionamento dos sistemas em regime laminar. A este propósito vale também a pena lembrar que o desenvolvimento das microtecnologias releva os escoamentos em regime laminar não pela elevada consistência dos fluidos mas pelas diminutas dimensões dos dispositivos.

Este estudo tem por objectivo investigar escoamentos em difusores com fluidos newtonianos em regime laminar para determinar o  $C_f$ . Trata-se da extensão a difusores do trabalho numérico de Oliveira e Pinho (1997) e Oliveira e tal. (1998) relativo a expansões súbitas, onde se mostrou que as correlações da literatura podem estar erradas em mais de 30% para escoamento laminar a elevados números de Reynolds, erro que aumenta acentuadamente para baixos  $Re$ . Neste trabalho analisaram-se os efeitos do  $Re$ , do ângulo de abertura ( $\alpha$ ) e da razão de expansão ( $D_2/D_1$ ) do difusor, sobre o  $C_f$ . Por forma a compreender as várias contribuições para a perda de carga localizada, desenvolveu-se também uma teoria unidimensional que é posteriormente comparada com os resultados do cálculo numérico.

Na próxima secção deduz-se a expressão aproximada para o cálculo do  $C_f$  baseada em escoamento unidimensional. Seguidamente apresenta-se o procedimento numérico de solução das equações de conservação utilizado no cálculo numérico do  $C_f$ . Finalmente, apresentam-se os resultados obtidos numericamente, comparando-os com dados da literatura e analisa-se a validade da teoria unidimensional comparando algumas das suas contribuições com valores obtidos numericamente.

## 2. TEORIA

Nesta análise 1-D da perda de carga introduzida pelo difusor, representado esquematicamente na figura 1, consideram-se duas condutas longas a montante e jusante da zona de expansão, respectivamente uma vez que nos planos de entrada e saída do dispositivo o escoamento não está desenvolvido (secções 01 e 02). Essas zonas de escoamento desenvolvido são delimitadas por  $X_{1a}$  e  $X_{1b}$  na conduta de montante e por  $X_{2s}$  na de jusante. A análise é semelhante à efectuada por Oliveira e Pinho (1997) para expansões súbitas mas adaptada a difusores.

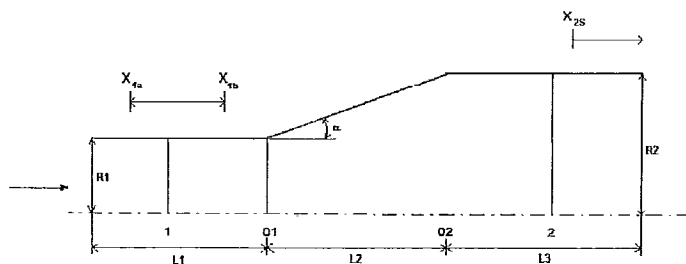


Figura 1 – Geometria da expansão gradual axissimétrica

No cálculo de perdas de carga em redes de condutas, é prática corrente considerar o escoamento completamente desenvolvido em condutas longas e rectas, vindo os efeitos distorçivos introduzidos pelos dispositivos incluídos nos respectivos coeficientes de perda de carga localizada. Assim, em cálculos de engenharia, a variação de pressão total entre as secções 1 e 2 da expansão (ver figura 1 e Equação 1) é composta pelo aumento reversível de pressão  $\Delta p_R$ , pela diminuição irreversível de pressão  $\Delta p_I$  e pela variação de pressão devida à perda de carga em linha por fricção nas paredes internas da conduta  $\Delta p_F$ , assumindo

escoamento desenvolvido. Note-se que a verdadeira perda de carga em linha entre 1 e 2  $\Delta p_F'$  é diferente.

$$\Delta p_T = p_2 - p_1 = \Delta p_R - \Delta p_I - \Delta p_F \quad (1)$$

O coeficiente de perda de carga localizada não é mais do que a pressão irreversível normalizada pela equação cinética na conduta de montante assumindo perfil de velocidade uniforme.

$$C_I \equiv \frac{\Delta p_I}{\frac{1}{2} \rho u_1^2} \quad (2)$$

Os termos da equação (1) podem ser escritos como coeficientes adimensionais, tal como definido na equação (2). Assim:

$$C_T = C_R - C_I - C_F \equiv C_{RI} - C_I \quad (3)$$

Aplicando a equação da conservação da quantidade de movimento entre as secções 1 e 2, consideradas em zona de escoamento completamente desenvolvido, e introduzindo as definições dos factores de forma da energia,  $\alpha$ , e da quantidade de movimento,  $\beta$ , ( $\alpha \equiv \overline{u^3} / \overline{u}^3$ ,  $\beta \equiv \overline{u^2} / \overline{u}^2$ , White, 1994), obtém-se:

$$p_1 A_1 + \rho A_1 \beta_1 \overline{u_1^2} + \int_{S_{01}}^{S_{02}} p_{01-02} \cdot \sin \alpha \cdot dS = \quad (4)$$

$$p_2 A_2 + \rho A_2 \beta_2 \overline{u_2^2} + \int \tau_{02-2} \cdot dS_2 + \int \tau_{01-1} \cdot dS_1 + \int_{S_{01}}^{S_{02}} \tau_{01-02} \cdot \cos \alpha \cdot dS_1$$

Resolvendo os integrais,

$$\int \tau_{01-1} \cdot dS_1 = \overline{\tau_{01-1}} \cdot S_1 = \Delta p'_{F1} \cdot A_1 \quad (5)$$

$$\int \tau_{02-2} \cdot dS_2 = \overline{\tau_{02-2}} \cdot S_2 = \Delta p'_{F2} \cdot A_2 \quad (6)$$

$$\int_{S_{01}}^{S_{02}} \tau_{01-02} \cdot \cos \alpha \cdot dS = \overline{\tau_{01-02}} \cdot \cos \alpha \cdot (S_{02} - S_{01}) = \Delta p'_{FE} (A_2 - A_1) \cdot \cos \alpha \quad (7)$$

$$\int_{S_{01}}^{S_{02}} p_{01-02} \cdot \sin \alpha \cdot dS = \overline{p_{01-02}} (A_2 - A_1) \cdot \sin \alpha \quad (8)$$

em que:  $\tau_{01-1}$ ,  $\tau_{02-2}$  e  $\tau_{01-02}$  representam as tensões médias na parede entre as secções 01 e 1, entre 02 e 2 e entre 01 e 02, respectivamente;  $S_{01}$  e  $S_{02}$  representam as áreas das superfícies onde actuam as tensões  $\tau_{01-1}$  e  $\tau_{02-2}$ , respectivamente.

Considerando a definição  $\sigma \equiv A_1/A_2$ , substituindo as equações de (5) a (8) em (4) e após manipulação algébrica,

$$\Leftrightarrow \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \rho \cdot \overline{u_1^2}} = 2\sigma \cdot \beta_1 \left( 1 - \frac{\beta_2}{\beta_1} \sigma \right) + \frac{(1 - \sigma) \cdot \sin \alpha \cdot \overline{p_{01-02}} - \Delta p'_{F2} - \sigma \Delta p'_{F1}}{\frac{1}{2} \rho \cdot \overline{u_1^2}} + \frac{(\sigma - 1) \cdot p_1}{\frac{1}{2} \rho \cdot \overline{u_1^2}} - \frac{(1 - \sigma) \cdot \cos \alpha \cdot \Delta p'_{FE}}{\frac{1}{2} \rho \cdot \overline{u_1^2}} \quad (9)$$

Para eliminar a pressão média  $\overline{p_{01-02}}$  e a variação de pressão devida à fricção  $\Delta p'_{FE}$ , aplica-se a equação de conservação da quantidade de movimento entre as secções 1 e 01 e entre as secções 01 e 02. Por limitações de espaço esta dedução não é aqui totalmente detalhada, podendo o leitor consultar Rosa (2002). Estas equações, após manipulação matemática, e tendo em consideração que  $\overline{u_1} = \overline{u_{01}}$  e  $\overline{u_2} = \overline{u_{02}}$  (conservação da massa), conduzem a:

$$\frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \overline{u_1}^2} = 2\beta_1 \left(1 - \frac{\beta_{01}}{\beta_1}\right) - 2\sigma^2 \cdot \beta_2 \left(1 - \frac{\beta_{02}}{\beta_2}\right) - \frac{\Delta p'_{F2} + \Delta p'_{F1} + (\overline{p_{01}} - \overline{p_{02}})}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \overline{u_1}^2} \quad (10)$$

Os vários coeficientes de atrito definem-se com a velocidade  $\overline{u_1}$ , como sendo:

$$C_T \equiv \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \overline{u_1}^2} \quad C'_{F2} \equiv \frac{\Delta p'_{F2}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \overline{u_1}^2} \quad C'_{F1} \equiv \frac{\Delta p'_{F1}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \overline{u_1}^2} \quad C_{p01} \equiv \frac{\overline{p_{01}}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \overline{u_1}^2} \quad C_{p02} \equiv \frac{\overline{p_{02}}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \overline{u_1}^2}$$

em que  $C_T$  representa o coeficiente de perda de carga total entre as secções 1 e 2.

O coeficiente de aumento de pressão reversível ( $C_R$ ) pode determinar-se a partir da equação de Bernoulli, assumindo escoamento reversível:

$$p_{1R} - p_{2R} = \Delta p_R = \frac{1}{2} \rho \alpha_1 \overline{u_1}^2 \left[ 1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \left(\frac{\overline{u_2}}{\overline{u_1}}\right)^2 \right] \Leftrightarrow \frac{\Delta p_R}{\frac{1}{2} \rho \alpha_1 \overline{u_1}^2} = \alpha_1 \left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \sigma^2\right) \equiv C_R \quad (11)$$

Substituindo na equação (10) todos os coeficientes anteriores chega-se a:

$$C_T = \alpha_1 \left(1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \sigma^2\right) - C_F - 2\beta_1 \left(1 - \frac{\beta_{01}}{\beta_1}\right) + 2\sigma^2 \cdot \beta_2 \left(1 - \frac{\beta_{02}}{\beta_2}\right) + C'_{F2} + C'_{F1} + C_{p01} - C_{p02} \quad (12)$$

Os termos de fricção do escoamento, assumido totalmente desenvolvido ( $C_F$ ), e da fricção real nas paredes ( $C'_{F}$ ) podem ser agrupados num coeficiente único:

$$\Delta C_F \equiv C_F - C'_{F} = \Delta C_{F2} + \Delta C_{F1} = C_{F2} - C'_{F2} + C_{F1} - C'_{F1} \quad (13)$$

Os coeficientes do escoamento totalmente desenvolvido são dados por:

$$C_{F1} = \frac{\Delta p_{F1}}{\frac{1}{2} \rho \overline{u_1}^2} = \frac{f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{\overline{u_1}^2}{2g}}{\frac{1}{2} \rho \overline{u_1}^2} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \quad C_{F2} = \frac{\Delta p_{F2}}{\frac{1}{2} \rho \overline{u_1}^2} = \sigma^2 f_2 \frac{L_2}{D_2}$$

enquanto que para o escoamento real se utiliza uma tensão média na parede  $\overline{\tau_w}$  originando:

$$C'_{F1} = \frac{\Delta p'_{F1}}{\frac{1}{2} \rho \overline{u_1}^2} = \frac{4L_1}{D_1} \frac{\overline{\tau_{w1}}}{\frac{1}{2} \rho \overline{u_1}^2} \quad C'_{F2} = \frac{\Delta p'_{F2}}{\frac{1}{2} \rho \overline{u_1}^2} = \frac{4L_2}{D_2} \frac{\overline{\tau_{w2}}}{\frac{1}{2} \rho \overline{u_1}^2}$$

Substituindo a equação (13) na equação (12), e tendo em consideração que os perfis de velocidade nas secções 1 e 2 são totalmente desenvolvidos,  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  e  $\beta_1 = \beta_2 = 4/3$ , obtém-se:

$$C_T = \frac{2}{3} (\sigma^2 - 1) - (\Delta C_F + \Delta C_\beta + \Delta C_{p0}) \quad (14)$$

onde se define:  $\Delta C_\beta = -2\beta_{01} \left(1 - \frac{\beta_{02}}{\beta_{01}} \sigma^2\right)$

$$\Delta C_{p0} = (\overline{C_{p01}} - \overline{C_{p02}})$$

A equação (14) ajuda a perceber as várias contribuições para o coeficiente de perda de carga localizada e as respectivas importâncias. Como os seus termos não podem ser obtidos teoricamente, na secção 4 utiliza-se o resultado do cálculo numérico para determinar as parcelas desta equação e averiguar a validade desta teoria uni-dimensional. Na equação (14)  $\Delta C_f$  traduz a influência da fricção no coeficiente de perda de carga localizada. Esta é a diferença entre os efeitos viscosos reais e aqueles associados a um escoamento totalmente desenvolvido nas condutas de entrada e saída;  $\Delta C_\beta$  representa a influência da distorção do perfil de velocidades nas secções imediatamente antes e depois da expansão. Os factores de forma  $\beta_{01}$  e  $\beta_{02}$  são calculados por integração numérica dos perfis reais de velocidade nas respectivas secções;  $\Delta C_{p0}$  representa a influência da não-uniformidade da pressão nas secções imediatamente antes e depois da expansão.

### 3. PROCEDIMENTO NUMÉRICO

As equações de conservação de massa e quantidade de movimento foram discretizadas e resolvidas iterativamente pelo método dos volumes finitos (Perić, 1985) de acordo com o algoritmo SIMPLC (Van Doormal e Raithby, 1984), em malhas colocadas e não-ortogonais. Os esquemas de interpolação utilizados foram de segunda ordem: diferenças centradas (CDS) para os termos difusos e de montante (LUDS-Linear Upwind Scheme) para os termos convectivos.

As malhas estruturadas em bloco foram geradas num pré-processador e são de dois tipos como se mostra na figura 2: para difusores com ângulos de abertura menores que  $45^\circ$  (figura 2-a) e difusores com ângulos maiores que  $45^\circ$  (figura 2-b)), utilizando-se em ambos os casos 3 blocos de células de cálculo.

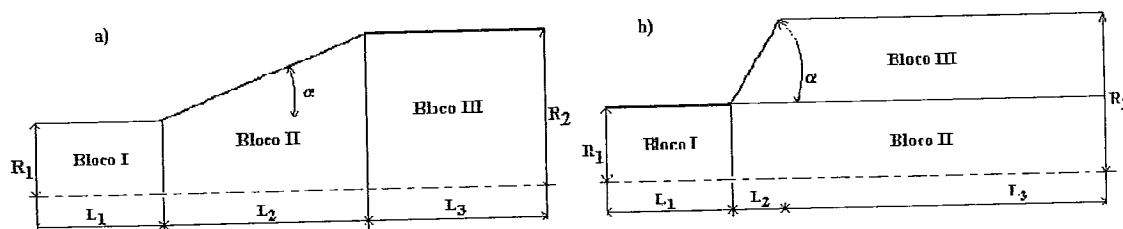


Figura 2 – Domínio de cálculo para: a)  $\alpha < 45^\circ$ , b)  $\alpha > 45^\circ$

O diâmetro da conduta de entrada foi sempre igual a 10mm, enquanto que para a conduta de saída foram considerados dois diâmetros:  $D_2 = 1,5D_1$  e  $D_2 = 2D_1$ . Para garantir escoamentos completamente desenvolvidos entre as secções  $X_{1a}$  e  $X_{1b}$ , na conduta de entrada, e após  $X_{2S}$ , na conduta de saída, consideraram-se comprimentos  $L_1$  e  $L_3$  suficientemente grandes ( $L_1 = 50D_1$  e  $L_3 = 100D_1$ ).

As malhas não-uniformes utilizadas têm as características das tabelas 1 e 2, onde  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_z$  representam o número de células nas direcções X, Y e Z em cada bloco e os  $f_x, f_y, f_z$  os respectivos factores de compressão/expansão dos volumes de controlo.

Inicialmente seleccionaram-se alguns casos para os quais se efectuaram cálculos nas 3 malhas. A partir destes, e utilizando a extrapolação para o limite de Richardson (Ferziger, 1981) estimou-se a incerteza dos cálculos do  $C_f$ . Esses resultados estão patentes na tabela 3 onde  $ER$  representa o  $C_f$  obtido pela extrapolação de Richardson a partir dos valores de  $C_f$  nas malhas grosseira, média e fina, e  $\varepsilon = (C_f - ER)/ER$ . A redução do erro conseguido com o refinamento é de segunda ordem e as incertezas são inferiores a 1,5% com a malha fina com que se efectuaram todos os restantes cálculos.

Tabela 1 – Parâmetros das malhas para  $\alpha < 45^\circ (D_2/D_1=2; \alpha=30^\circ)$ 

Malha	Bloco I			Bloco II			Bloco III		
	$N_x / f_x$	$N_y / f_y$	$N_z / f_z$	$N_x / f_x$	$N_y / f_y$	$N_z / f_z$	$N_x / f_x$	$N_y / f_y$	$N_z / f_z$
Grosseira	25 / 0,793293	25 / 1	1 / 1	15 / 1,050443	25 / 1	1 / 1	50 / 1,101989	25 / 1	1 / 1
Normal	50 / 0,890670	50 / 1	1 / 1	30 / 1,024911	50 / 1	1 / 1	100 / 1,049757	50 / 1	1 / 1
Fina	100 / 0,943753	100 / 1	1 / 1	60 / 1,012379	100 / 1	1 / 1	200 / 1,024576	100 / 1	1 / 1

Tabela 2 – Parâmetros das malhas para  $\alpha > 45^\circ (D_2/D_1=2; \alpha=75^\circ)$ 

Malha	Bloco I			Bloco II			Bloco III		
	$N_x / f_x$	$N_y / f_y$	$N_z / f_z$	$N_x / f_x$	$N_y / f_y$	$N_z / f_z$	$N_x / f_x$	$N_y / f_y$	$N_z / f_z$
Grosseira	25 / 0.793293	13 / 1	1 / 1	60 / 1.095687	13 / 1	1 / 1	60 / 1.095687	13 / 1	1 / 1
Normal	50 / 0.890670	26 / 1	1 / 1	120 / 1.04675	26 / 1	1 / 1	120 / 1.04675	26 / 1	1 / 1
Fina	100 / 0.943753	52 / 1	1 / 1	240 / 1.02311	52 / 1	1 / 1	240 / 1.02311	52 / 1	1 / 1

Tabela 3 – Comparação entre o  $C_I$  obtido para as diferentes malhas e o  $ER$ 

$Re$	$\alpha=30^\circ$ e $D_2/D_1=2$							$\alpha=75^\circ$ e $D_2/D_1=2$						
	Gross.	$\epsilon_{rel}$	Normal	$\epsilon_{rel}$	Fina	$\epsilon_{rel}$	$ER$	Gross.	$\epsilon_{rel}$	Normal	$\epsilon_{rel}$	Fina	$\epsilon_{rel}$	$ER$
2	13.426	25.8%	11.330	6.1%	10.837	1.5%	10.676	8.141	6.2%	7.814	2.0%	7.703	0.5%	7.664
5	5.404	15.9%	4.849	4.0%	4.708	1.0%	4.661	3.330	4.2%	3.174	0.7%	3.186	0.3%	3.195
50	1.046	1.4%	1.040	0.8%	1.034	0.2%	1.032	1.135	2.0%	1.124	1.0%	1.116	0.3%	1.113
100	0.932	2.3%	0.953	0.1%	0.954	0.0%	0.954	0.998	1.0%	0.993	0.5%	0.990	0.1%	0.989
200	0.903	3.4%	0.928	0.8%	0.934	0.2%	0.935	0.961	0.3%	0.958	0.0%	0.957	0.0%	0.958

#### 4. RESULTADOS

As figuras 3 e 4 apresentam a variação do  $C_I$  com o número de Reynolds para diferentes ângulos de abertura do difusor e relações de diâmetro igual a 1,5 e 2, respectivamente.

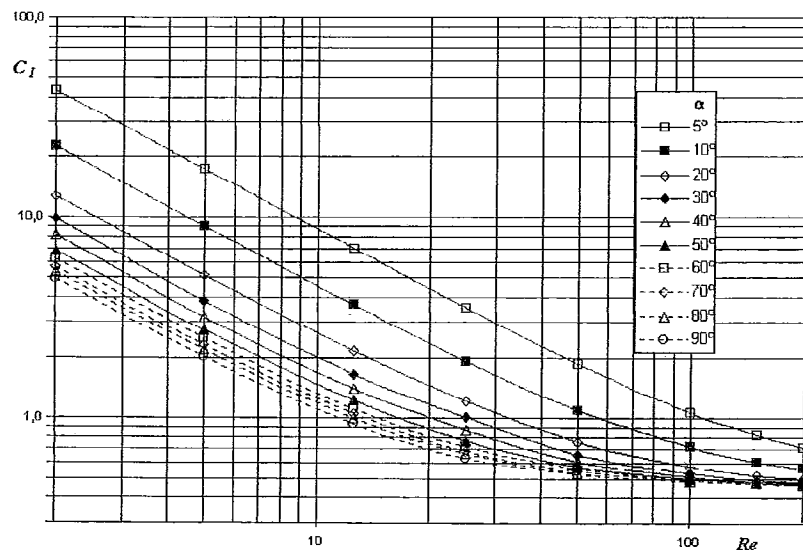


Figura 3 – Variação do  $C_I$  em função do  $Re$  da conduta de entrada e do  $\alpha$  para  $D_2/D_1=1,5$

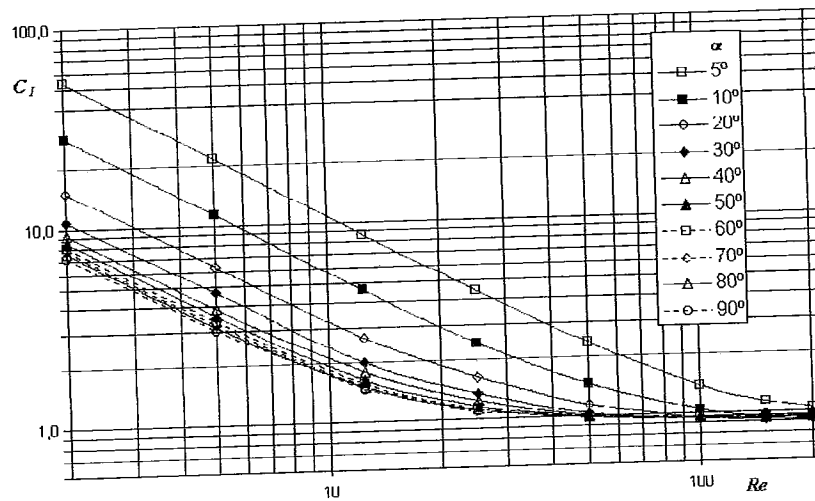


Figura 4 – Variação do  $C_f$  em função do  $Re$  da condução de entrada e do  $\alpha$  para  $D_2/D_1=2$

À semelhança do que se passa com as expansões súbitas, a elevados  $Re$  o escoamento é dominado pelos efeitos inerciais e o  $C_f$  apresenta um valor constante, enquanto que a baixos  $Re$  o escoamento é dominado pelos efeitos viscosos e o  $C_f$  assume uma forma inversamente proporcional a  $Re$ . Assim, quando as forças viscosas predominam, o valor do  $C_f$  aumenta quando o  $Re$  diminui. Por exemplo, quando o  $Re$  diminui de 25 para 2, num difusor com  $\alpha=10^\circ$  e  $D_2/D_1=2$ , o  $C_f$  aumenta cerca de 12 vezes, de 2,43 para 28, enquanto que quando o  $Re$  aumenta de 50 até 200, num difusor com  $\alpha=40^\circ$  e  $D_2/D_1=2$ , o  $C_f$  diminui apenas 5%, de 1,01 para 0,95. É notório em ambas as figuras que o  $C_f$  aumenta significativamente com a diminuição do  $\alpha$  sobretudo para a baixos  $Re$ . Por exemplo, num difusor com  $D_2/D_1=2$  e para  $Re=5$ , o valor do  $C_f$  para  $\alpha=50^\circ$  é 18% superior ao valor encontrado para uma expansão súbita, e para  $\alpha=10^\circ$  de abertura a diferença aumenta para 280%. Esta diferença reduz-se com o aumento do  $Re$  devido ao papel da inércia, por exemplo, para  $Re=150$ , considerando o mesmo difusor, a diferença entre  $\alpha=10^\circ$  e a expansão súbita é de apenas 35%.

A figura 5 compara as previsões numéricas para  $D_2/D_1=2$  com as expressões da literatura (Hooper, 1988, Crane Co., 1979) que são:

$$C_f = 2,6 \cdot \sin \alpha \cdot 2 \left[ 1 - (D_1/D_2)^4 \right] \quad \text{para } \alpha \leq 22,5^\circ \quad (15)$$

$$C_f = 2 \left[ 1 - (D_1/D_2)^4 \right] \quad \text{para } 22,5^\circ < \alpha \leq 90^\circ \quad (16)$$

$$C_f = K_f \left[ 1 - (D_1/D_2)^4 \right] \quad (17)$$

em que  $K_f$  é retirado de um ábaco (Gibson, 1930).

Estas equações são independentes do  $Re$  e a figura 5 mostra que os valores calculados estão de acordo com as expressões da literatura para  $Re$  superiores a 100, mas para valores de  $Re < 100$  o erro pode exceder 5000%. A partir dos valores do  $C_f$  calculados numericamente foi possível ajustar duas expressões que englobam o comportamento a elevado e baixo  $Re$ :

$$C_f = \frac{358,15}{\alpha^{0,96}} + \frac{9,63}{Re^{1,19\alpha^{-0,1}}} + \left( \frac{7729}{\alpha^{4,64}} - 4,71 \right) + (-7,62 + 2,23\alpha - 0,15\alpha^2 + \dots) \quad \text{para } D_2/D_1=1,5 \quad (18)$$

$$0,0049\alpha^3 - 8,2E^{-5}\alpha^4 + 6,8E^{-7}\alpha^5 - 2,2E^{-9}\alpha^6) \log Re + \left( \frac{309,52}{\alpha^{3,64}} - 0,86 \right) (\log Re)^2$$

$$C_f = \frac{561,56}{\alpha^{1,12}} + \frac{14,7}{Re^{1,15-0,029\alpha+0,00083\alpha^2-9,5E^{-6}\alpha^3+3,8E^{-9}\alpha^4}} + (5,41 - 1,07\alpha + 0,035\alpha^2 - \dots) \quad \text{para } D_2/D_1=2 \quad (19)$$

$$0,00044\alpha^3 + 2E^{-6}\alpha^4) + (-4,72 + 0,89\alpha - 0,028\alpha^2 +$$

$$0,00036\alpha^3 - 1,6E^{-6}\alpha^4) \log Re + (0,69 - 0,1\alpha + 0,002\alpha^2 - 1,2E^{-5}\alpha^3) (\log Re)^2$$

Estas expressões são ainda complexas e haverá interesse prático em simplificá-las de forma significativa embora com perda de precisão.

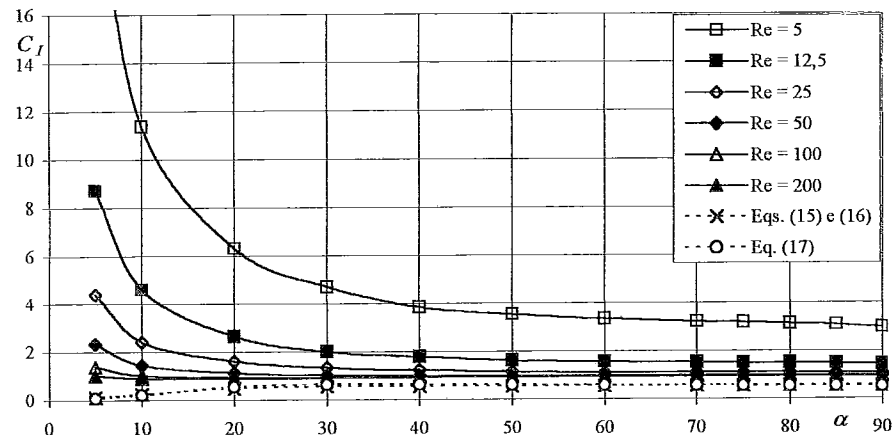


Figura 5 - Comparação entre os  $C_f$  obtidos numericamente com os da literatura, para  $D_2/D_1=2$

A semelhança entre os resultados obtidos em regime laminar a elevado  $Re$  e os resultados das equações (15), (16) e (17) não é fortuito. De facto, constata-se que estas equações providenciam um valor único independente do  $Re$ , próprio de escoamentos com predominância das forças inerciais, e nestes casos, as diferenças entre os valores calculados e os indicados pela literatura apresentam diferenças pouco significativas devido ao facto dos coeficientes correctivos,  $\beta_{01}$ ,  $\beta_{02}$ ,  $\Delta C_{F,}$  e  $\Delta C_{p0}$ , exercerem uma influência menor sobre cálculo do coeficiente de perda de carga localizada. A análise dos resultados obtidos no cálculo do coeficiente de perda de carga localizada pode ser efectuada avaliando separadamente as influências da distorção dos perfis de velocidade, da fricção e da não-uniformidade da pressão.

O efeito da distorção dos perfis de velocidade é introduzida na equação (14) através dos coeficientes que consideram o factor de forma da quantidade de movimento nas secções de entrada e saída da expansão,  $\beta_{01}$  e  $\beta_{02}$  respectivamente. O factor  $\beta_{01}$ , calculado por integração numérica dos perfis de velocidade está representados na figura 6. Ela mostra que o factor  $\beta_{01}$  aumenta com o  $Re$ , tendendo para o valor que corresponde ao caso de perfil não distorcido  $\beta_1=4/3$ , enquanto que a distorção é elevada para escoamentos dominados pelas forças viscosas. À medida que o  $\alpha$  aumenta,  $\beta_{01}$  diminui, portanto o efeito da distorção dos perfis de velocidade aumenta com o  $\alpha$ .

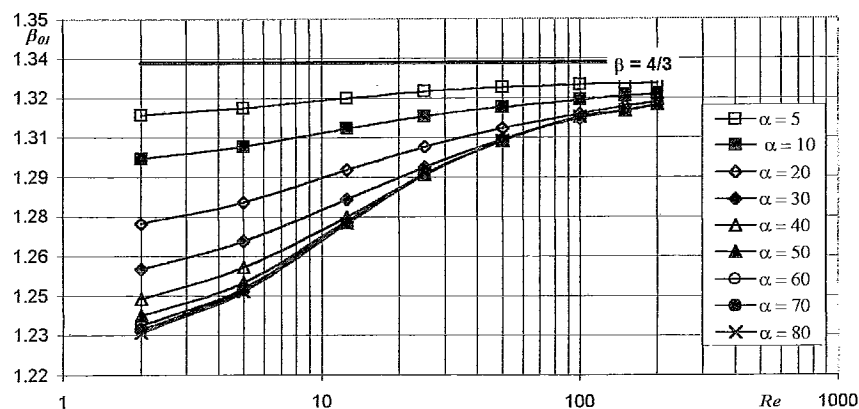


Figura 6 - Variação do coeficiente de forma da quantidade de movimento na secção de entrada da expansão em função do  $Re$  da conduta de entrada e do  $\alpha$ , para  $D_2/D_1=2$



A diferença entre os efeitos viscosos associados a um escoamento totalmente desenvolvido e os efeitos reais foi definido como o factor de correcção da fricção ( $\Delta C_F$ ), que tem em consideração as diferenças verificadas nas condutas de entrada ( $\Delta C_{F1}$ ) e de saída ( $\Delta C_{F2}$ ), representadas na figura 7. Pela figura 7-a) vê-se a diminuição de  $\Delta C_{F1}$  com o aumento do  $Re$ , tornando-se desprezável para  $Re$  superiores a 100, dado que os termos convectivos são elevados e obrigam a que o escoamento se mantenha completamente desenvolvido até à entrada da expansão. Para baixos  $Re$  os termos difusos assumem maior intensidade e consequentemente os factores de fricção tornam-se mais sensíveis a pequenas variações do perfil de velocidades, conduzindo a maiores diferenças entre o factor de atrito real e o factor de atrito completamente desenvolvido. Quando a  $\Delta C_{F2}$ , a figura 7-b) mostra a sua diminuição com o incremento do  $Re$  do escoamento. Contudo, ao contrário do coeficiente de fricção  $\Delta C_{F1}$ , neste caso o coeficiente de fricção  $\Delta C_{F2}$  não se anula para  $Re$  superiores a 100, apresentando um maior peso relativo na contribuição do coeficiente de fricção total.

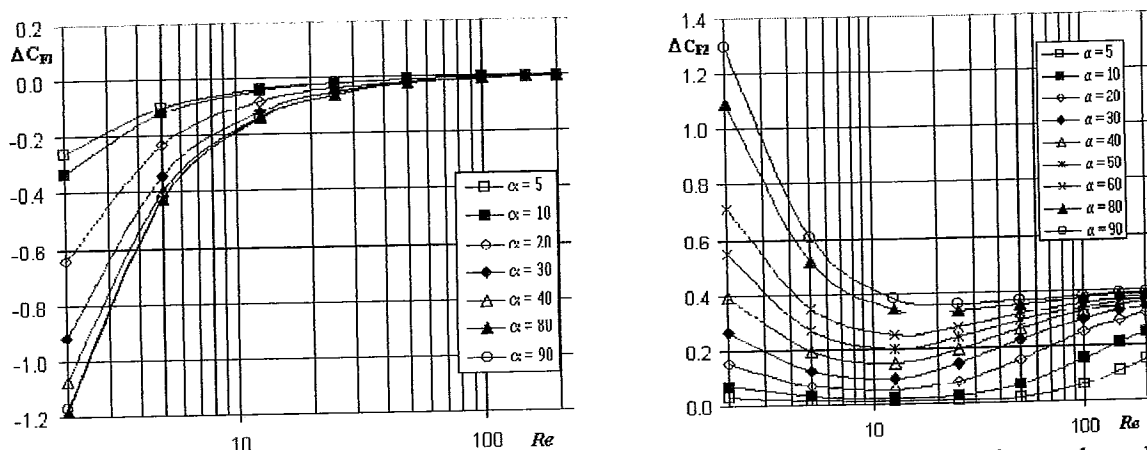


Figura 7 – Variação do factor de correcção da fricção  $\Delta C_F$  em função do  $Re$  da conduta de entrada e do  $\alpha$ , para  $D_2/D_1=2$

O efeito do termo que traduz a não-uniformidade da pressão ( $\Delta C_{p0}$ ) assume especial importância para escoamentos a baixo  $Re$ , como se pode verificar na figura 8, observando-se que a sua relevância diminui à medida que a acção das forças de inércia se sobrepõe à das forças viscosas. Para elevados  $Re$  a difusão assume uma importância cada vez menor e portanto a pressão deixa de variar significativamente na direcção radial, ou seja, o perfil de pressões tende a ser uniforme. A influência do  $\alpha$  traduz-se num decréscimo acentuado do  $\Delta C_{p0}$  da pressão à medida que o ângulo aumenta até cerca dos 45°, ponto a partir do qual, o aumento do  $\alpha$  não exerce praticamente nenhuma influência sobre o coeficiente  $\Delta C_{p0}$ .

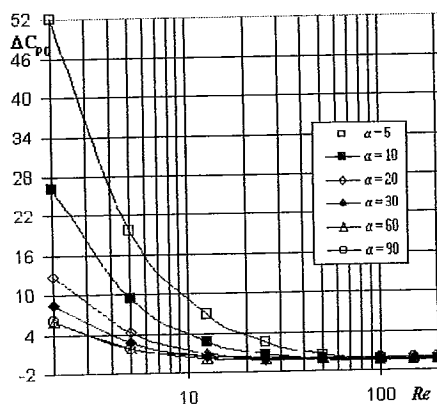


Figura 8 – Variação do  $\Delta C_{p0}$ , em função do  $Re$  na conduta de entrada e do  $\alpha$ , para  $D_2/D_1=2$

## REFERÊNCIAS

- Crane Co. (1979). "Flow of fluids". Tech. Paper 410. Chicago.
- Fergizer, J. H. (1981). "Numerical methods for engineering application". Wiley, NY.
- Gibson, A. H. (1930). "Hydraulics and its applications". Van Nostrand Co., 4<sup>th</sup> Edition, 93.
- Hooper, W. B., (1998). "Calculate heat loss caused by change in pipe size". Chemical Engineering, 95, 89-92.
- Massey, B. S. (1989). "Mechanics of Fluids". Chapman & Hall, Sixth Edition, London, 213.
- Oliveira, P. J. and Pinho, F. T. (1997). "Pressure drop coefficient of laminar Newtonian flow in axisymmetric sudden expansions". International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 18, 518-529.
- Oliveira, P. J., Pinho, F. T., Schulte, A. (1998). "A general correlation for local loss coefficient in Newtonian axisymmetric sudden expansions". International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 19, 655-660.
- Perić, M. (1985). "A finite volume method for the prediction of three-dimensional fluid flow in complex duct". Ph. D. thesis, Imperial College, University of London.
- Rosa, S. (2002). "Estudo Numérico do Comportamento de Difusores em Regime Lameniar". Tese de Mestrado, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto.
- Runstadler P. W., Jr., et al. (1975) « Diffuser Data Book ». Creare Inc. Tech. Note 186. Hanover.
- Tsui, Yeng-Yung and Wang, Chia-Kang (1995). "Calculation of laminar separated flow in symmetric two-dimensional diffusers". Transactions of the ASME, Vol. 117, 612-616.
- White, F. M. (1994). "Fluid Mechanics". McGraw-Hill, New York, Third edition.