

## Modelos bivariados de médias móveis de valor inteiro

Cristina Torres

*ISCAP e Universidade do Porto, cmptorres@gmail.com*

Isabel Silva

*Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, ims@fe.up.pt*

Maria Eduarda Silva

*Faculdade de Economia, Universidade do Porto e CIDMA, mesilva@fep.up.pt*

**Palavras-chave:** séries temporais de contagem, modelos bivariados, processos de médias móveis

**Abstract:** Modelos de médias móveis são amplamente usados em dados econométricos. Neste trabalho, pretende-se especificar uma classe de modelos INMA bivariados, em que existem diferentes estruturas de dependência entre as diversas operações *thinning* envolvidas na definição do modelo. As principais características probabilísticas e estatísticas do modelo proposto são apresentadas e é, ainda, considerada a estimação dos parâmetros do modelo.

## 1 Introdução

As séries temporais de contagem são usadas quando o interesse do estudo reside no número (reduzido) de certos eventos que ocorrem durante um determinado intervalo de tempo e estão disponíveis numa ampla variedade de áreas de investigação, como economia e finanças, ciências sociais e estudos ambientais. Dada a necessidade de analisar este tipo de dados adequadamente, têm sido propostas várias classes de modelos que, explicitamente, consideram o seu carácter discreto.

Uma dessas classes de modelos é obtida através da substituição, nos modelos ARMA convencionais, da multiplicação por um operador aleatório  $R_t(\cdot)$  no tempo  $t$  [3]. Esta classe designa-se por modelos auto-regressivos e médias móveis de valor inteiro não-negativo, INARMA, e tem recebido um interesse considerável na literatura nos últimos anos (ver [3]). O primeiro e o mais popular operador aleatório  $R_t(\cdot)$  é o operador *thinning* binomial, introduzido por [8] e desde então têm sido propostas várias modificações a este operador com o objetivo de tornar os modelos mais flexíveis.

Fazendo uso deste operador, [1] e [5] introduziram, independentemente, os modelos de médias móveis para sucessões de valor inteiro, INMA, em que as diferentes operações *thinning* são independentes entre si. Posteriormente, [2] introduziu uma classe alargada de processos médias móvel que inclui alguns dos modelos propostos por [5] e [1].

Embora o estudo das séries temporais de contagem univariadas tenha vindo a aumentar na literatura, a investigação de séries temporais de contagem multivariadas (em que há contagens de vários eventos observados ao longo do tempo e as contagens em cada instante de tempo estão correlacionadas) é quase inexistente.

Em [6] foram propostos 2 modelos bivariados auto-regressivos de valor inteiro de primeira ordem, BINAR(1), com inovações de Poisson e binomial negativa bivariadas, que foram aplicados à modelação conjunta de acidentes de viação diurnos e noturnos numa determinada área. Estes modelos podem ser considerados casos particulares do modelo INAR multivariado proposto por [4]. Por outro lado, [7] propôs uma classe de modelos bivariados de médias móveis, BINMA, em que novamente, as diferentes operações *thinning* são independentes entre si.

Neste trabalho, pretende-se especificar uma classe de modelos INMA bivariados, em que existem diferentes estruturas de dependência entre as diversas operações *thinning* envolvidas na definição do modelo. As principais características probabilísticas e estatísticas do modelo proposto são apresentadas e é, ainda, considerada a estimação dos parâmetros do modelo.

## Referências

- [1] Al-Osh, M.A. e Alzaid, A.A. (1988). Integer-valued moving average (INMA) process. *Statistical Papers* 29, 281–300.
- [2] Brännäs, K. e Hall, A. (2001). Estimation in integer-valued moving average models. *Applied Stochastic Models in Business and Industry* 17, 277–291.
- [3] Jung, R. e Tremayne, A. (2011). Useful models for time series of counts or simply wrong ones?, *ASTA Advances in Statistical Analysis* 95, 59–91.
- [4] Latour, A. (1997). The multivariate (GINAR(p)) process. *Advances in Applied Probability* 29, 228–248.
- [5] McKenzie, E. (1988). Some ARMA models for dependent sequences of Poisson counts. *Advances in Applied Probability* 20, 822–835.
- [6] Pedeli, X. e D. Karlis (2011). A bivariate INAR(1) process with application. *Statistical Modelling* 11, 325–349.
- [7] Quoreshi, S. (2006). Bivariate Time Series Modeling of Financial Count Data. *Communications in Statistics - Theory and Methods* 35, 1343–1358.
- [8] Steutel, F.W. e K. Van Harn (1979). Discrete analogues of self-decomposability and stability. *The Annals of Probability* 7, 893–899.