Estabilidade para Pequenas Perturbações e Dimensionamento de Estabilizadores

Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

–

Dinâmica e Estabilidade de Sistemas de Energia

J. A. Peças Lopes

Universidade do Porto
FEUP Faculdade de Engenharia

Conceitos Teóricos

- **Representação no espaço de estados**

O comportamento dinâmico do sistema de energia é representado por n eq. Diferenciais

$$\dot{\underline{X}} = \underline{f}(\underline{X}, \underline{u}, t)$$

onde:

$\underline{X}$ - vector de estado

$\underline{u}$ - vector de controlo

t - tempo

Se considerarmos a existência de um vector de observação $\underline{Y}$, teremos ainda: $\underline{Y} = \underline{g}(\underline{X}, \underline{u})$

Os pontos de equilíbrio do sistema são tais que $\underline{f}(\underline{X_0}) = \underline{0}$

Conceitos Teóricos

- **<u>Linearização</u>**

Considerando um vector $\underline{X}_0$ e um vector de controlo $\underline{u}_0$ e estando o sistema em equilíbrio temos:

$$\dot{\underline{X}}_0 = \underline{f}(\underline{X}_0, \underline{u}_0) = \underline{0}$$

Ao perturbar o sistema com uma pequena perturbação

$$\underline{X} = \underline{X}_0 + \underline{\Delta X}$$

$$\underline{u} = \underline{u}_0 + \underline{\Delta u}$$

O novo estado $\underline{X}$ é conduz a

$$\dot{\underline{X}} = \dot{\underline{X}}_0 + \dot{\underline{\Delta X}}$$

$$= \underline{f}\left[(\underline{X}_0 + \underline{\Delta X}), (\underline{u}_0 + \underline{\Delta u})\right]$$

Conceitos Teóricos

Exprimindo a função $\underline{f}(\underline{X},\underline{u})$ através de um desenvolvimento em série de Taylor, temos

$$\dot{X}_i = \dot{X}_{i0} + \Delta\dot{X}_i = f_i\left[(\underline{X}_0 + \underline{\Delta X}), (\underline{u}_0 + \underline{\Delta u}\right]$$

$$= f_i(\underline{X}_0 + \underline{u}_0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n}\Delta x_n +$$

$$+ \frac{\partial f_i}{\partial u_1}\Delta u_1 + \ldots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r}\Delta u_r$$

As variáveis de observação podem ser expressas da mesma forma:

$$\Delta y_j = \frac{\partial g_j}{\partial x_1}\Delta x_1 + \ldots + \frac{\partial g_j}{\partial x_n}\Delta x_n +$$

$$+ \frac{\partial g_j}{\partial u_1}\Delta u_1 + \ldots + \frac{\partial g_j}{\partial u_r}\Delta u_r$$

Conceitos Teóricos

Numa forma compacta pode escrever-se:

$$\dot{\underline{\Delta X}} = [\underline{A}]\underline{\Delta X} + [\underline{B}]\underline{\Delta u}$$
$$\underline{\Delta Y} = [\underline{C}]\underline{\Delta X} + [\underline{D}]\underline{\Delta u}$$

onde

$\underline{\Delta X}$ - vector de estado

$\underline{\Delta Y}$ - vector de observação

$\underline{\Delta u}$ - vector de controlo

$[\underline{A}]$- matriz de estado

$[\underline{B}]$ - matriz de controlo

$[\underline{C}]$ - matriz de saída

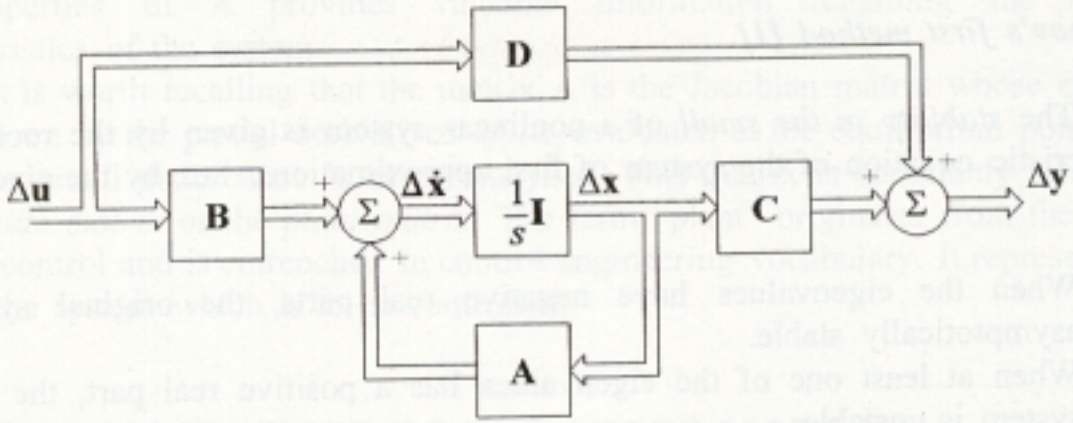
$[\underline{D}]$ - matriz de realimentação

Transformada de Laplace

$$s\underline{\Delta X} - \underline{\Delta X(0)} = [\underline{A}]\underline{\Delta X(s)} + [\underline{B}]\underline{\Delta u(s)}$$
$$\underline{\Delta Y(s)} = [\underline{C}]\underline{\Delta X(s)} + [\underline{D}]\underline{\Delta u(s)}$$

Conceitos Teóricos

Representação do espaço de estados através de diagrama de blocos



Das equações anteriores pode-se ainda escrever:

$$\underline{\Delta X}(s[\underline{I}]-[\underline{A}])=\underline{\Delta X(0)}+[\underline{B}]\underline{\Delta u(s)}$$

$$\underline{\Delta X}=(s[\underline{I}]-[\underline{A}])^{-1}[\underline{\Delta X(0)}+[\underline{B}]\underline{\Delta u(s)}]$$

$$\underline{\Delta X}=\frac{adj(s[\underline{I}]-[\underline{A}])}{\det(s[\underline{I}]-[\underline{A}])}[\underline{\Delta X(0)}+[\underline{B}]\underline{\Delta u(s)}]$$

Conceitos Teóricos

Os pólos de $\underline{\Delta X(s)}$ são as raízes da equação característica da matriz $\underline{A}$

$$\det(s[\underline{I}]-[\underline{A}])=0$$

As n soluções da equação característica são os valores próprios de $\underline{A}$

$\rightarrow$ $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ que podem ser números reais ou complexos.

Temos ainda

$$[\underline{A}]\underline{\Phi}_i = \lambda_i \underline{\Phi}_i$$

com $\underline{\phi}_i$ - vector próprio (à direita) correspondente

Pode-se ainda escrever

$$\underline{\Psi}_j[\underline{A}] = \lambda_j \underline{\Psi}_j$$

onde $\underline{\psi}_j$ - vector próprio à esquerda

(Recordando: os dois vectores próprios são ortogonais)

Conceitos Teóricos

A partir de $\underline{\Psi}_i \underline{\Phi}_i = C_i$

Constante diferente 0

Existem assim 2 matrizes modais:

$$[\underline{\Phi}] = [\underline{\Phi}_1, \underline{\Phi}_2, \ldots, \underline{\Phi}_n]$$

$$[\underline{\Psi}] = \left[\underline{\Psi}_1^T, \underline{\Psi}_2^T, \ldots, \underline{\Psi}_n^T\right]^T$$

$$[\underline{\Psi}][\underline{A}][\underline{\Phi}] = [\underline{\Lambda}]$$

Matriz diagonal dos valores próprios

Conceitos Teóricos

- Comportamento livre de um sistema dinâmico

$$\dot{\underline{\Delta X}} = [A]\underline{\Delta X}$$

Entrada nula

Por forma a eliminar relações cruzadas define-se um novo vector de estado $\underline{Z}$

$$\underline{\Delta X} = [\Phi]\underline{Z}$$

Matriz modal

$$[\Phi]\dot{\underline{Z}} = [A][\Phi]\underline{Z}$$

$$\dot{\underline{Z}} = [\Phi]^{-1}[A][\Phi]\underline{Z}$$

$$\dot{\underline{Z}} = [\Lambda]\underline{Z}$$

Resposta livre do sistema

Conceitos Teóricos

Os valores próprios estão directamente ligados à estabilidade do sistema, sendo cada modo de oscilação dado por:

$$\Delta x_i(t) = \Phi_{i1} C_1 e^{\lambda_1 t} + \ldots + \Phi_{in} C_n e^{\lambda_n t}$$

Componente 1 do vector próprio 1

Produto escalar de $\underline{\psi}_i \, \Delta \underline{X(0)}$

Um valor próprio real ---- modo não oscilatório;

Um valor próprio real negativo ---- comportamento amortecido;

Um valor próprio real positivo ---- comportamento instável

Conceitos Teóricos

Da equação $\underline{\Delta X} = [\Phi]\underline{z}$ pode-se avaliar a actividade de uma variável de estado quando um determinado modo de oscilação é excitado.

Por exemplo o grau de actividade da variável de estado x_k é dado pelo componente ϕ_{ki} para o modo i.

<u>Sensibilidade do valor próprio</u>

Considerando a equação $[\underline{A}]\underline{\Phi}_i = \lambda_i \underline{\Phi}_i$ e derivando de ambos os lados teremos:

$$\frac{\partial[\underline{A}]}{\partial a_{kj}}\underline{\Phi}_i + [\underline{A}]\frac{\partial \underline{\Phi}_i}{\partial a_{kj}} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}}\underline{\Phi}_i + \lambda_i \frac{\partial \underline{\Phi}_i}{\partial a_{kj}}$$

Conceitos Teóricos

Pré-multiplicando a equação anterior por $\underline{\Psi}_i$ teremos

$$\underline{\Psi}_i \frac{\partial[\underline{A}]}{\partial a_{kj}} \underline{\Phi}_i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}}$$

$$\Psi_i \Phi_i = 1$$

Normalização

Todos os elementos são nulos com excepção do elemento kj

A *sensibilidade* do valor próprio ao elemento a_{kj} da matriz de estado

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kj}} = \Psi_{ik} \Phi_{ji}$$

Conceitos Teóricos

- Factor de participação

A matriz [P] definida como

$$[\underline{P}] = [P_1, P_2, \ldots, P_n,]$$

$$P_i = [P_{1i}, P_{1i}, \ldots P_{1i},]^T$$

sendo pji= $\phi_{ji}\ \psi_{ij}$ - factor de participação

Este factor mede a participação relativa da varável de estado j no modo de oscilação i.

$$\boxed{p_{ki} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kk}}}$$

Conceitos Teóricos

- Relação entre valores próprios e a função de transferência

$$G(s) = \frac{\Delta Y(s)}{\Delta u(s)}$$
$$= [\underline{C}](s[I] - [\underline{A}])^{-1}[\underline{B}]$$

- com a forma geral

$$G(s) = \frac{k(s - z_1)(s - z_2)\ldots(s - z_l)}{(s - p_1)(s - p_2)\ldots(s - p_n)}$$

- Decompondo esta função

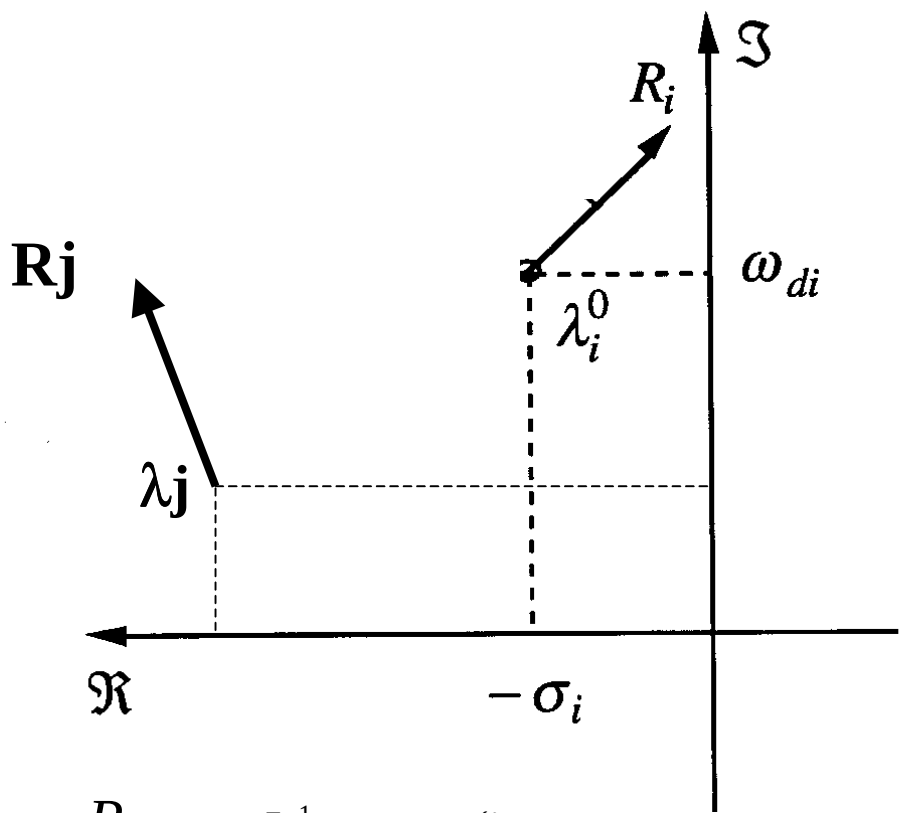
Resíduos

$$R_i = [\underline{C}]\Phi_i \Psi_i [\underline{B}]$$

$$G(s) = \frac{R_1}{(s - p_1)} + \frac{R_2}{(s - p_2)} + \ldots + \frac{R_n}{(s - p_n)}$$

Conceitos Teóricos -

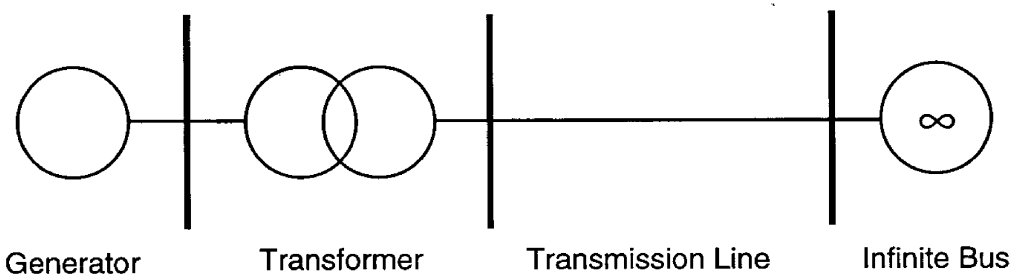
Representação dos Resíduos (Fasor)

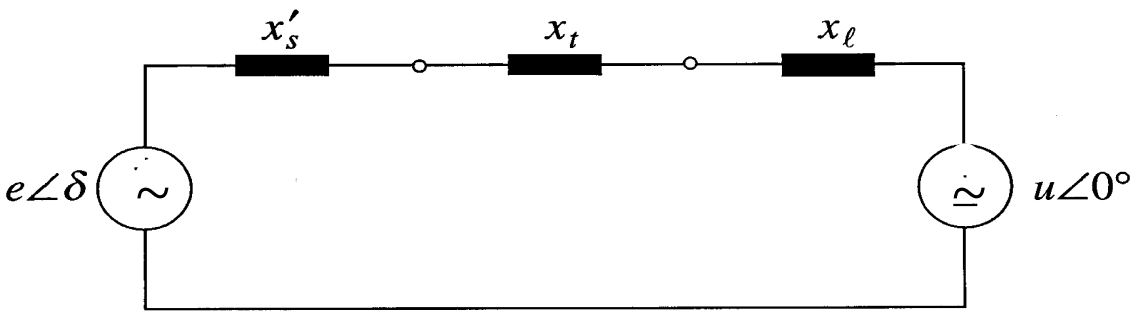


$$\frac{\underline{R}}{(s-p_i)} \xrightarrow{L^{-1}} \mathrm{Re}^{-\xi\omega_d t}\, sen(\omega_d t+\phi)$$

Aplicação a um SEE

- Máquina ligada a um barramento de potência infinita





Aplicação a um SEE

- Modelo de estado

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_0(\omega - 1)$$

$$2H\frac{d\omega}{dt} = p_m - p_e - D(\omega - \omega_0)$$

$$p_e = \frac{eu}{x_s' + x_t + x_l} sen\delta = \frac{eu}{x_{eq}} sen\delta$$

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \omega_0 \Delta\omega$$

$$2H\frac{d\Delta\omega}{dt} = p_{m0} + \Delta p_m - p_{e0} - \frac{eu}{x_e}\cos\delta_0 \Delta\delta D\Delta\omega$$

$$= \Delta p_m - K\Delta\delta - D\Delta\omega$$

Aplicação a um SEE

- Na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta\delta} \\ \dot{\Delta\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_0 \\ \frac{-K}{2H} & \frac{-D}{2H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2H} \end{bmatrix} \Delta p_m$$

$$\dot{\Delta X} = [A]\Delta X + b\Delta u$$

$$K = \frac{eu}{x_e}\cos\delta_0$$

$$\cos\delta_0 = 0.95$$

$$x_e = 0.6, H = 6.5s$$

$$D = 2\,p.u., eu = 1$$

$$\lambda_{1,2} = -0.0769 \pm j6.0536, \xi = 1.27\%, f_n = 0.96Hz$$

$$\xi\omega_n$$

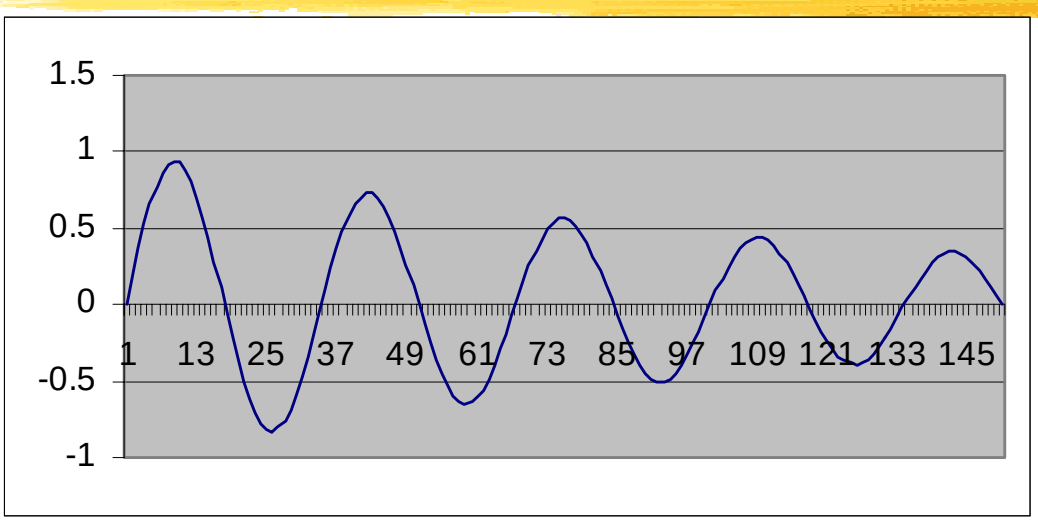
Modo local de oscilação

Tipos de modos de oscilação num SEE

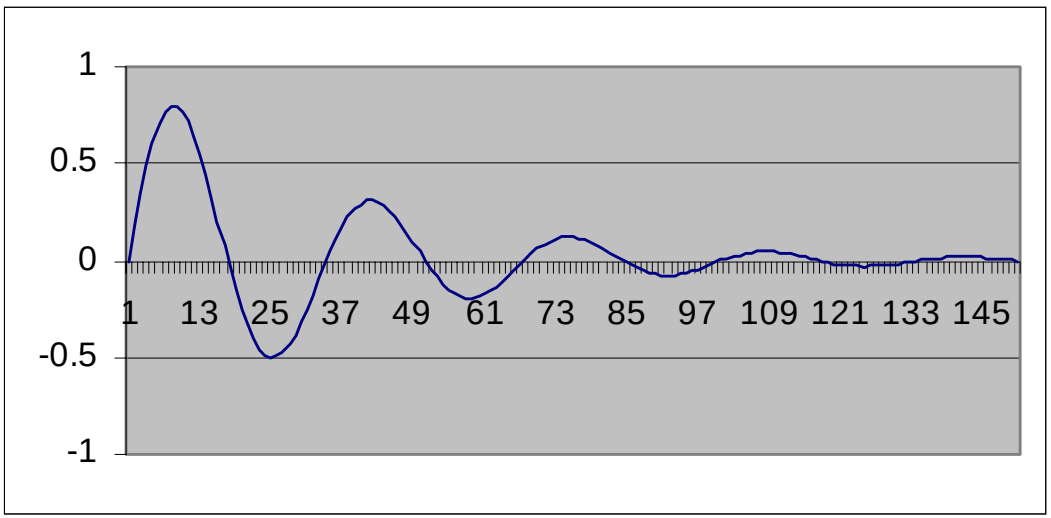
- Modos de oscilação intra-central;
- Modos de oscilação locais:
  - gerador contra o sistema;
  - gerador contra geradores vizinhos;
- Modos de oscilação inter-área;

- Modos de oscilação pouco amortecidos: Amortecimentos < 5%
- Modos de oscilação bem amortecidos: Amortecimento > 15%

Exemplos (amortecimentos)

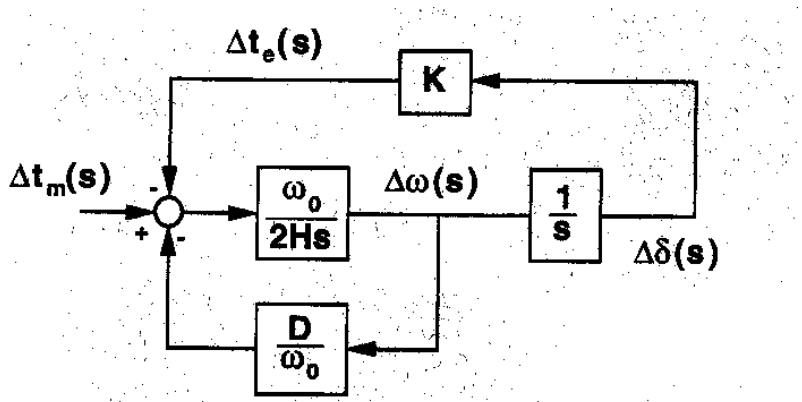


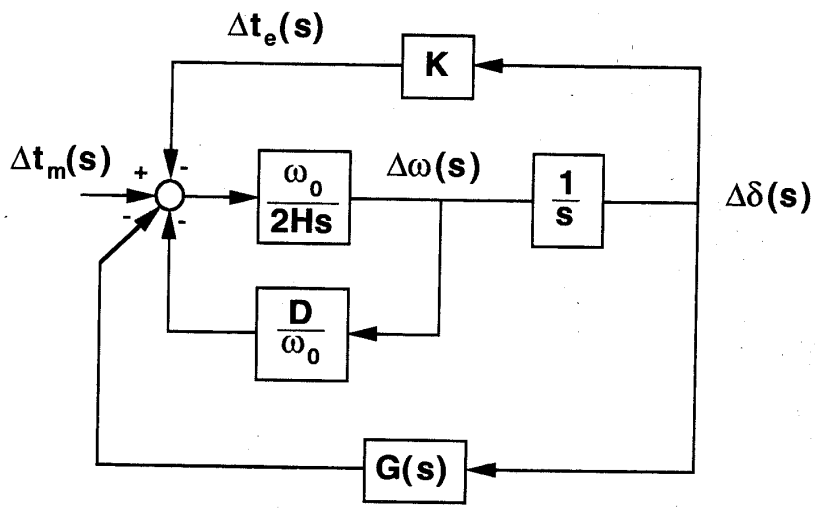
f=3 Hz
ξ=4%



f=3 Hz
ξ=15%

Modelos dos geradores





$$\frac{2H}{\omega_0}\frac{d\Delta\omega}{dt}+\frac{D}{\omega_0}\Delta\omega+K\Delta\delta=0$$

$$\det(s[\underline{I}]-[\underline{A}])=0$$

$$\lambda_{1,2}=\frac{-D\pm j\sqrt{8HK\omega_0-D^2}}{4H}$$

Mais modos de oscilação associados à máquina e sistema de regulação G(s)

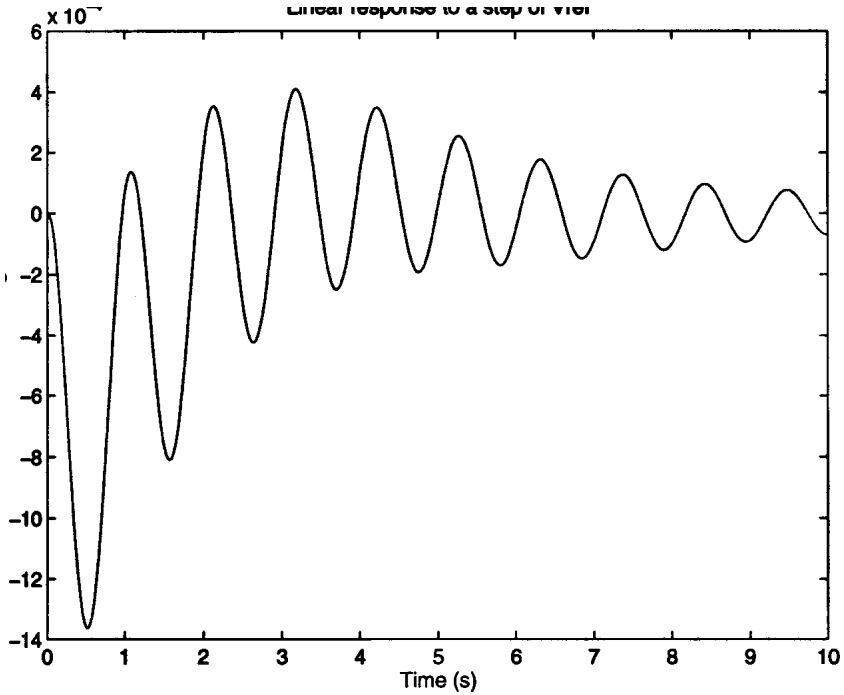
Exemplo (Valores próprios)

Nº	Valor próprio	Amortecimento (%)	Frequência (Hz)
1,2	-0.243+/-j5.97	4.068	0.9507
3,4	-0.602+/-j0.76	61.98	0.1213

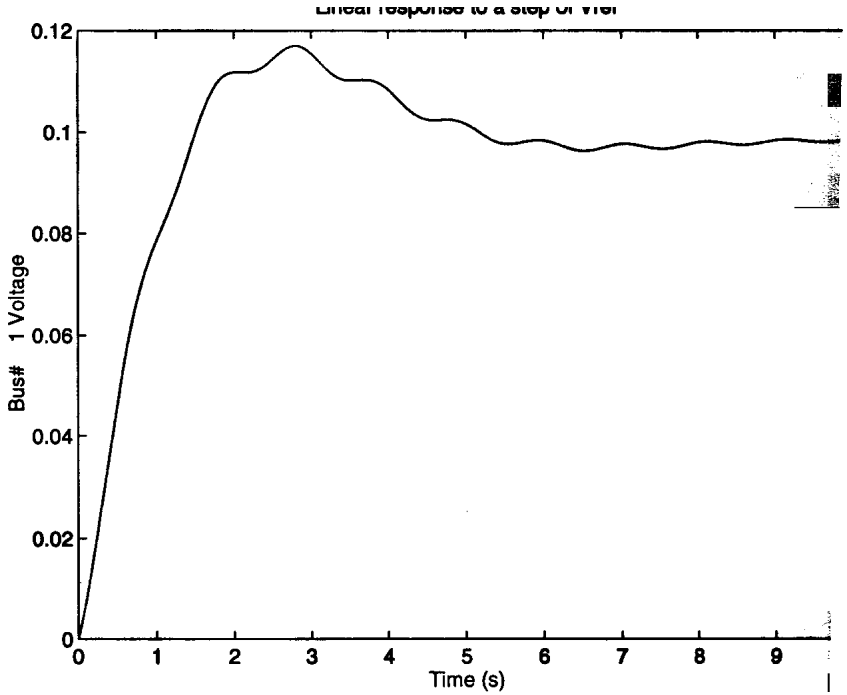
Factores de participação

Nº	Rotor	Máquina Elec.	Regul. Veloc	Regul. Tensão
1,2	1.006	0.027	0.022	0.001
3,4	0.006	0.059	-	0.589

Resposta temporal a um degrau em Vref

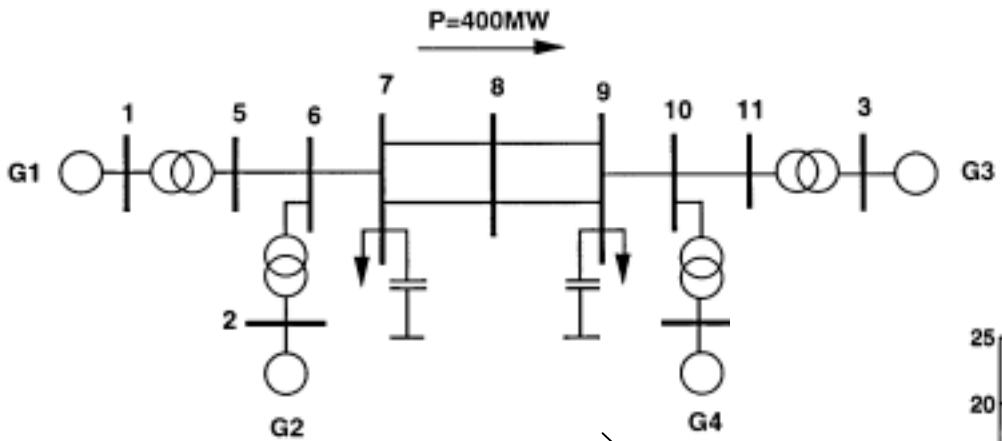


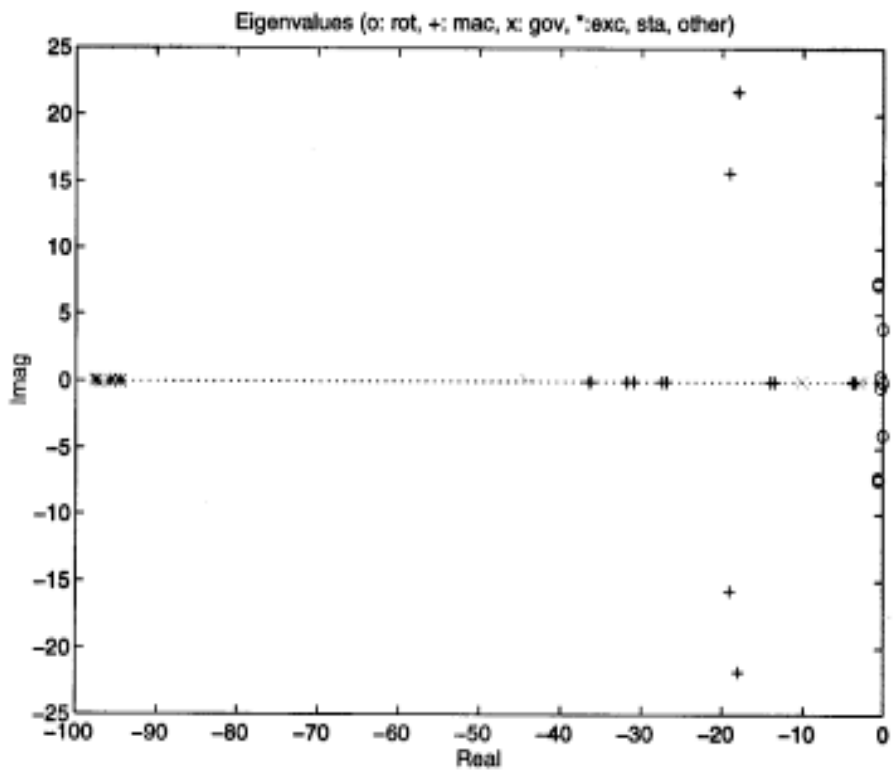
Velocidade



Tensão

Análise de valores próprios num sistema multimáquina





Factores de participação dos modos electromecânicos

Valores próprios	G1	G2	G3	G4	
-0.627+/-j7.419	0.0093	0.0209	0.469	0.506	A)
-0.632+/-j7.217	0.4667	0.5065	0.024	0.008	B)
-0.030+/-j3.981	0.2639	0.1793	0.305	0.254	C)

A) - modo de oscilação local G3 contra G4

B) - modo de oscilação local G1 contra G2

C) - modo de oscilação inter-área

A avaliação de como as máquinas oscilam é feita através das componentes do vector próprio correspondentes ao modo de oscilação sob análise.

Projecto de estabilizadores

- **O objectivo:**

  Amortecer oscilações de carácter electromecânico

- Soluções:
  - PSS (Power system stabilizers) - estabilizadores;
  - FACTS (static VAR compensators, Thyristors controlled series capacitors, Unified power flow controllers)
  - Ligações em corrente contínua;

- Os PSS
  - Amorteceras oscilações rotóricas de velocidade, modulando a excitação da máquina síncrona ou a potência mecânica em fase com o desvio de velocidade.

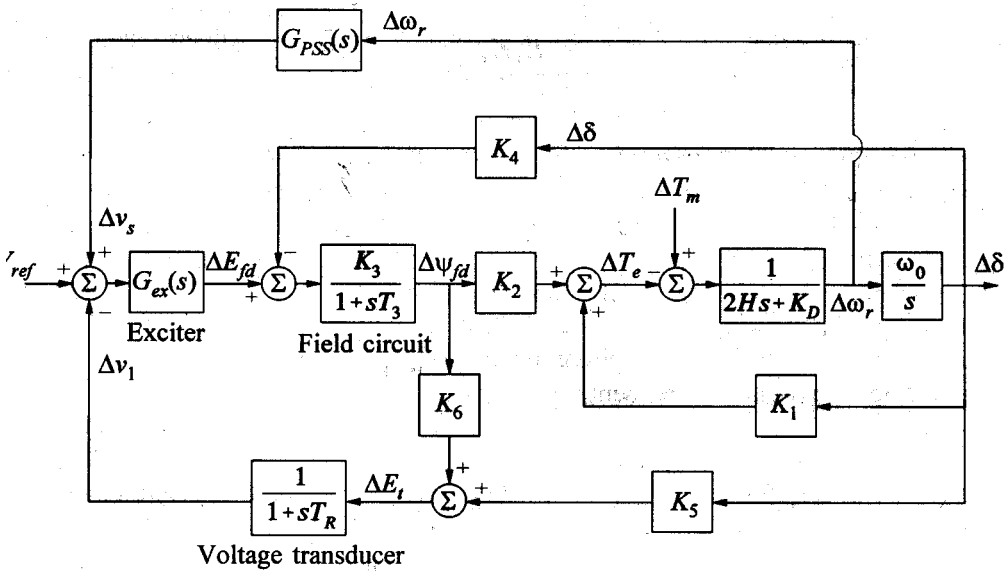
Projecto de estabilizadores

- PSS em Pmec:
  - Os atrasos introduzidos pelo regulador de velocidade e máquina primária (função de transferência Pmec(s)/w(s)) são elevados;
- PSS em Pe:
  - Os atrasos introduzidos pelo regulador de tensão e gerador (função de transferência Pe(s)/w(s)) são reduzidos;
  - O estabilizador tem que conter uma regulação proporcional diferencial (a componente diferencial destina-se a compensar o atraso introduzido pela máquina e sistema de excitação)

$$\frac{2H}{\omega_0}\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = \Delta pm - K\Delta\delta - K_e K_S \Delta\omega - D\Delta\omega$$

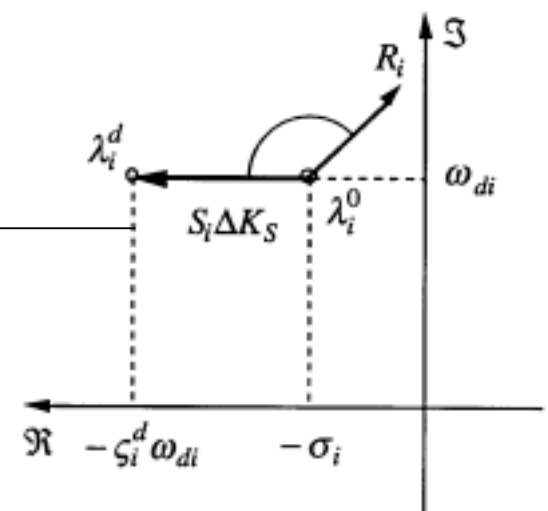
$$\frac{2H}{\omega_0}\frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + \frac{D + K_e K_S}{\omega_0}\frac{d\Delta\delta}{dt} + K\Delta\delta = \Delta pm$$

Projecto de estabilizadores
(Exemplo)



$$\Delta\lambda = K_S \left| \frac{\partial \lambda_i}{\partial K_S} \right|_{S=\lambda_i}$$

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_S} = R_i \left. \frac{\partial G_{PSS}(s)}{\partial K_S} \right|_{S=\lambda_i}$$



Função de transferência do PSS

- Função de transferência

$$G_{PSS}(s) = FILTR(s)\frac{1+sT_1}{1+sT_2}\frac{1+sT_3}{1+sT_4}K_S\frac{sT_5}{1+sT_5}$$

Wash-out
(Filtro passa alto - Elimina var. lentas das Var. entrada)

- Elementos da função de transferência
  - Filtro de alta frequência (evitar modos torsionais)

$$FILTR(s) = \frac{(1+A_5 s + A_6 s^2)}{(1+A_1 s + A_2 s^2)(1+A_3 s + A_4 s^2)}$$

  - Rede de avanço de fase

$$\frac{1+sT_1}{1+sT_2}\frac{1+sT_3}{1+sT_4}$$

  - Ganho Ks

Tipos de PSS

- Variáveis de entrada:
  - Velocidade $\Delta\omega(s)/Vref(s)$
  - Potência eléctrica $\Delta Pe(s)/Vref(s)$
  - Potência aceleradora $\Delta Pac(s)/Vref(s)$

- Combinações de variáveis de entrada (2 entradas: velocidade e Pe)

Procedimento de Projecto de PSS

Amortecimento de um só modo de oscilação

- Cálculo dos valores próprios dos sistema;
- Identificação dos modos de oscilação de velocidade de baixo amortecimento;
- Identificação dos geradores com maior factor de participação no modo de oscilação seleccionado;
- Projecto do PSS de cada gerador seleccionado:
  - Projecto da componente de avanço de fase;
  - Determinação do ganho.

Procedimento de Projecto de PSS

Projecto da componente de avanço de fase

- Determinar a fase a compensar ϕ_m a partir da fase do resíduo ϕ_r do correspondente pólo e do tipo de PSS:
  - Velocidade $\Delta\omega(s)/Vref(s)$
  - Potência eléctrica $\Delta Pe(s)/Vref(s)$
  - Potência aceleradora $\Delta Pac(s)/Vref(s)$

$$\phi_m = 180^0 - \phi_r$$

- Selecionar o número de etapas da rede de compensação de avanço de fase (geralmente n=2 $\longrightarrow$ $\phi_m = \phi_m/2$);
- Determinação dos parâmetros dos compensadores de avanço de fase:

$$\alpha = \frac{1 + sen\phi_m}{1 - sen\phi_m}; T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}}$$

$$\boxed{\frac{1 + \alpha sT}{1 + sT}}$$

Procedimento de Projecto de PSS

Determinação do ganho

- O módulo do resíduo da função de transferência

$$\Delta\lambda = K_S \left| \frac{\partial \lambda_i}{\partial K_S} \right|_{s=\lambda_i} \longrightarrow K_S = \Delta\lambda \Big/ \left| \frac{\partial \lambda_i}{\partial K_S} \right|_{s=\lambda_i}$$

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_S} = R_i \left. \frac{\partial G_{PSS}(s)}{\partial K_S} \right|_{S=\lambda_i} \qquad K_S = \Delta\lambda / (R_i\, n \frac{1+\lambda_i \alpha T}{1+\lambda_i T})$$

Procedimento de Projecto de PSS

- Exemplo de cálculo de um PSS em velocidade

λ=0.0391+j6.845 (ξ=-0.057 e ω_n=6.8398)

Ri =0.079$\angle$95.2^0

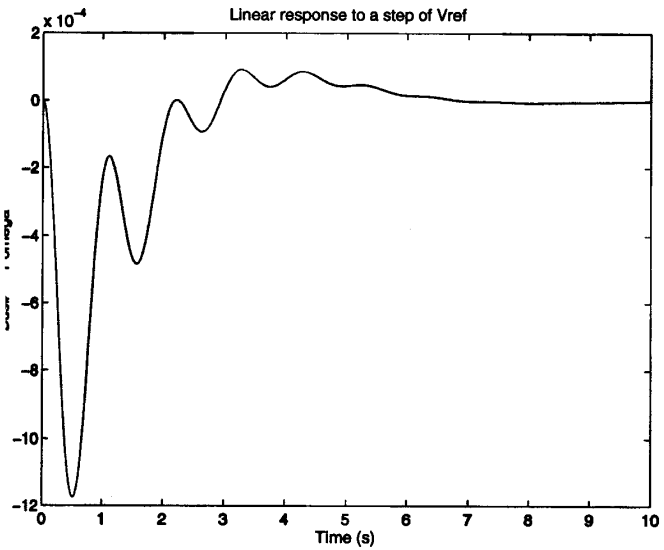
ϕ_m=180^0- 95.2^0 =84.8 ^{0} 2 andares de compensação ϕ_m=42.4

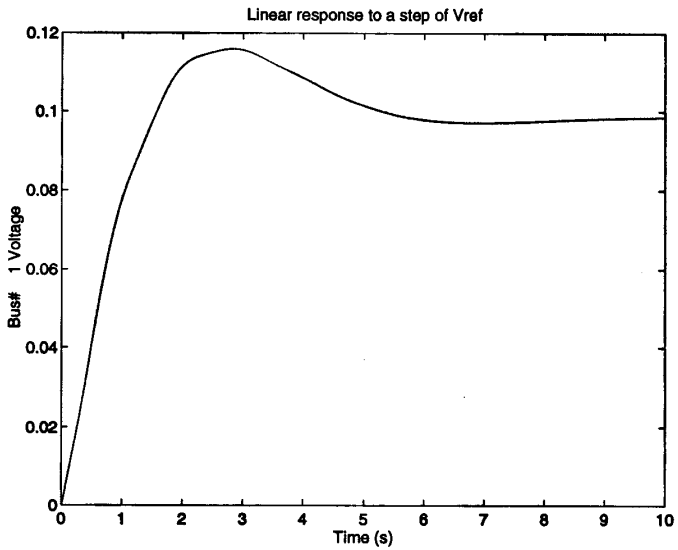
$$\alpha = \frac{1+sen\phi_m}{1-sen\phi_m} = 5.165; T = \frac{1}{\omega_m\sqrt{\alpha}} = 0.0643$$

Amortecimento desejado 20% $\longrightarrow$ $\xi'\omega_n = -1.3557; \Delta\lambda = 1.3948$

$$K_S = \Delta\lambda/(R_i\, n\frac{1+\lambda_i\alpha T}{1+\lambda_i T}) = \frac{1.3948}{0.408} = 3.4184$$

Resultado da aplicação do PSS





Projecto de PSS em sistemas multimáquina

- Principais problemas:
  - A dimensão muito elevada da matriz de estado coloca problemas numéricos ao cálculo dos modos de oscilação;
  - Seleccionar apenas os modos de interesse $\longrightarrow$ Matriz de menor dimensão;
  - Métodos de análise:
    - MAM - Modified Arnoldi Method;
    - Rayleigh Quotient Iteration;
    - Selectivo Modal Analysis.
- Localização dos PSS;
- Projecto coordenado (um problema de optimização resolvido por programação linear)
- Robustez.