

MULTIATRIBUTO

EXEMPLO: aviões de combate

	Mach	Alcance	Carga Máx	Custo	Fiabilidade	Manobrabilidade
A ₁	2.0	1500	20000	5.5	média	muito boa
A ₂	2.5	2700	18000	6.5	baixa	média
A ₃	1.8	2000	21000	4.5	alta	alta
A ₄	2.2	1800	20000	5.0	média	média

ELECTRE I (ROY, 1971)

1. PREPARAÇÃO

Usando correspondência numérica para os descritores qualitativos, obtém-se a matriz de decisão:

$$D = \begin{bmatrix} 2.0 & 1.5 & 2.0 & 5.5 & 5 & 9 \\ 2.5 & 2.7 & 1.8 & 6.5 & 3 & 5 \\ 1.8 & 2.0 & 2.1 & 4.5 & 7 & 7 \\ 2.2 & 1.8 & 2.0 & 5.0 & 5 & 5 \end{bmatrix} \quad D = [x_{ij}]$$

2. NORMALIZAÇÃO

$$R = [r_{ij}] \quad \text{onde} \quad r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_i x_{ij}^2}}$$

3. PESOS

O AD deve definir pesos de importância relativa dos critérios: $\bar{w} = (w_1 \dots w_6)^T$

$$\text{Suponha-se} \quad \bar{w} = [.2 \ .1 \ .1 \ .1 \ .2 \ .3]^T$$

4. MATRIZ DE DECISÃO NORMALIZADA E PESADA

$$V = RW \quad \text{onde} \quad W = \begin{bmatrix} w_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & w_6 \end{bmatrix}$$

Neste caso,

$$V = \begin{bmatrix} .0934 & .0366 & .0506 & .0506 & .0962 & .2012 \\ .1168 & .0659 & .0455 & .0598 & .0577 & .1118 \\ .0841 & .0488 & .0531 & .0414 & .1347 & .1565 \\ .1028 & .0439 & .0506 & .0460 & .0962 & .1118 \end{bmatrix}$$

5. CONJUNTOS CONCORDÂNCIA E DISCORDÂNCIA

Trata-se do "campeonato" das alternativas:

$$C_{kj} = \{i \mid x_{ki} \geq x_{ji}\}$$

$$D_{kj} = \{i \mid x_{ki} < x_{ji}\}$$

Estes conjuntos englobam os critérios que "concordam" ou "discordam" de $A_k \geq A_j$ (\geq - preferido ou indif.)

$$C_{12} = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$D_{12} = \{1, 2\}$$

$$C_{13} = \{1, 6\}$$

$$D_{13} = \{2, 3, 4, 5\}$$

...

$$C_{43} = \{1\}$$

$$D_{43} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

6. MATRIZ CONCORDÂNCIA

$$C = [c_{ik}] \quad \text{onde} \quad c_{ik} = \sum_{j \in I_{ik}} w_j$$

$$C = \begin{bmatrix} - & .7 & .8 & .6 \\ .3 & - & .3 & .6 \\ .5 & .7 & - & .8 \\ .7 & .7 & .2 & - \end{bmatrix}$$

7. MATRIZ DISCORDÂNCIA

$$D = [d_{ik}] \quad \text{onde} \quad d_{ik} = \frac{\max_{j \in D_{ik}} |N_{ij} - N_{kj}|}{\max_j |N_{ij} - N_{kj}|}$$

por exemplo...

$$\begin{aligned} d_{12} &= \frac{\max \{ |.0934 - .1168|; |.0366 - .0659| \}}{\max \{ .0234, .0293, .0051, .0092, .0385, .0894 \}} \\ &= \frac{.0293}{.0894} = .3277 \end{aligned}$$

$$D = \begin{bmatrix} - & .3277 & .8613 & .1051 \\ 1. & - & 1. & 1. \\ 1. & .4247 & - & .4183 \\ 1. & .5714 & 1. & - \end{bmatrix}$$

8. MATRIZ CONCORDÂNCIA - DOMINAÇÃO

O AD deve definir um LIMITE DE CONCORDÂNCIA \bar{C}

para permitir avaliar se o índice de concordância C_{ik} é suficiente para apoiar a ideia de que $A_i \succ A_k$.

Aqui o AD, para "se defender", usou a média dos índices:

$$\bar{C} = \frac{\sum_i \sum_k C_{ik}}{12} = .55$$

Obtém-se então:

$$F = \begin{bmatrix} - & 1 & 0 & 1 \\ 0 & - & 0 & 1 \\ 0 & 1 & - & 1 \\ 1 & 1 & 0 & - \end{bmatrix} \quad \left(\begin{array}{l} 1 \text{ se } C_{ik} \geq \bar{C} \\ \text{else } 0 \end{array} \right)$$

9. MATRIZ DISCORDÂNCIA - DOMINAÇÃO

De forma análoga:

$$\bar{d} = .7257$$

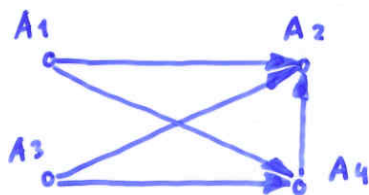
$$G = \begin{bmatrix} - & 1 & 0 & 1 \\ 0 & - & 0 & 0 \\ 0 & 1 & - & 1 \\ 0 & 1 & 0 & - \end{bmatrix}$$

10. MATRIZ AGREGADA E CONCLUSÕES!

$$E = [e_{ik}] \quad e_{ik} = f_{ik} \cdot g_{ik}$$

$$E = \begin{bmatrix} - & 1 & 0 & 1 \\ 0 & - & 0 & 0 \\ 0 & 1 & - & 1 \\ 0 & 1 & 0 & - \end{bmatrix}$$

↑
 A_2 é "subordinada" às outras



A_2 é subordinada a todas as outras; eliminada A_2 ,
 A_4 é também eliminada por estar subordinada a
 A_1 e A_3 . NÃO É DEFINIDA A POSIÇÃO RELATIVA DE
 A_1 e A_3 .

A família de métodos ELECTRE (ELimination Et Choix
Traduisant la Réalité) não define uma ordenação total
das alternativas.