

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

Parâmetros das linhas

Resistência linear

$$R = \frac{\rho}{S'}$$

mas

$$S' \leq S$$

$$\rho \neq \rho_{20}$$

S' - secção efectiva ou equivalente

S - secção real do condutor

Porquê?
Agora que eu sabia ...

$$\rho_{\theta} = \rho_{20} (1 + \alpha (\theta - 20))$$

$$\alpha = 0,004 / ^{\circ}C$$

Isto já eu aprendi!
Parece-me é que falta o l

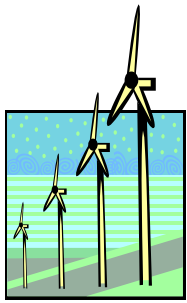


A diminuição do valor da secção é influenciada por:

* Efeito pelicular

* Magnetização das almas de aço

A resistividade é influenciada pela temperatura de funcionamento



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

Efeito pelicular



Já falei disto mas como era um assunto de tratamento complexo, pensei que não era preciso saber!!!

Conclusão: num cilindro (condutor unifilar) a resistênciã linear em c.a.

R_{ca} é dada por

$$R_{ca} = K(x)r_{cc}$$

Em que $K(x)$ é função de x calculado

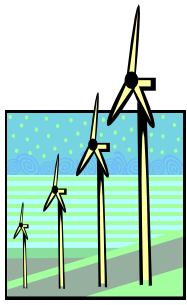
por

$$x = \pi D \sqrt{\frac{2f\mu_r}{\rho}}$$



A influência do efeito pelicular só é de considerar para altas frequências ou diâmetros elevados dos condutores. Para $f=50\text{Hz} \Rightarrow K(x) \approx 1$

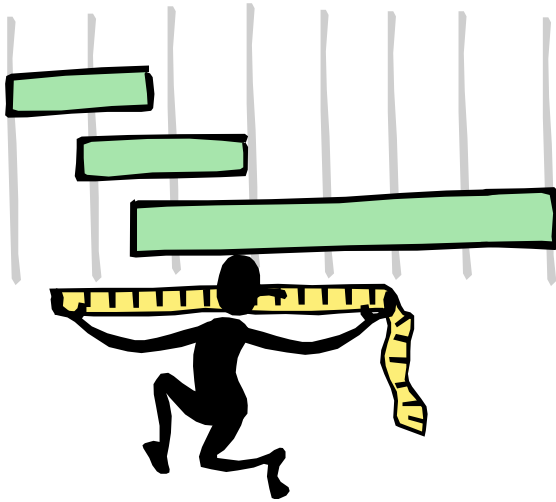
Cabos mistos \Rightarrow aumento da resistênciã, resultado das perdas magnéticas na alma de aço. Uma só camada de fios condutores \Rightarrow aumento de 20 a 30%. Duas camadas \Rightarrow aumento nulo !!!!



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas



A estimativa do comprimento pode ser afectada por:

☺ Disposição helicoidal dos fios - num condutor em cabo a corrente eléctrica não circula segundo o seu eixo mas sim segundo as hélices

☺ Diferença entre o comprimento real e em planta (comprimento da catenária)

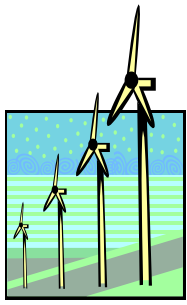
Condutância (perditância)

Como se calcula?
Nunca me ensinaram!



Já sei!
Como o valor é diminuto e não sabemos calcular
VAMOS DESPREZAR





SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

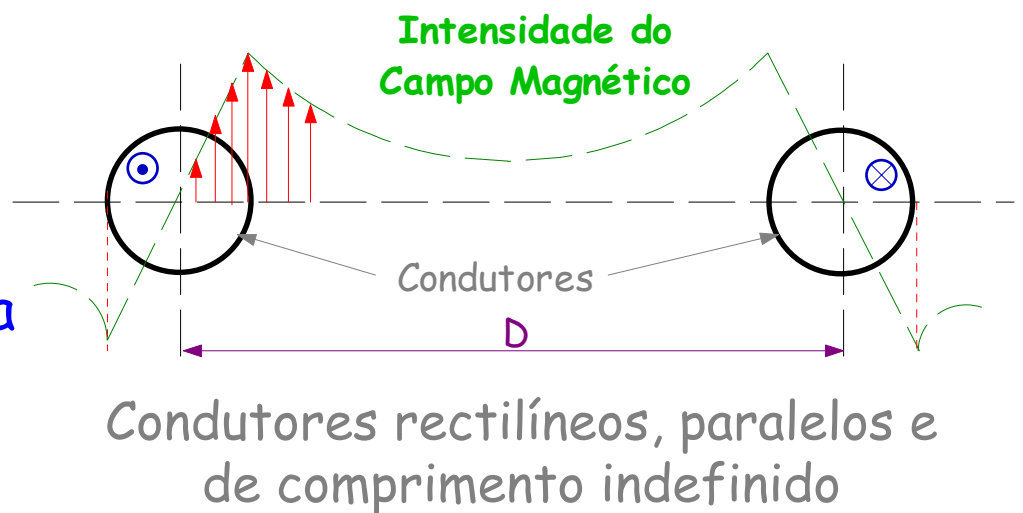
Indutância

O mais importante parâmetro das linhas. É o elemento predominante na impedância.



Linha monofásica

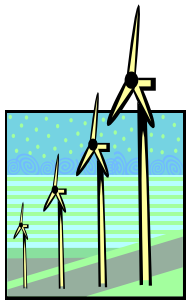
A indutância está associada ao fluxo magnético dentro e à volta dos condutores

$$L = L_{int} + L_o$$



IMPORTANTE:

-  A energia armazenada no interior dos condutores não é desprezável, embora o volume interno seja relativamente pequeno, as densidades de campo apresentam valores elevados
-  A presença da terra afecta a geometria do campo magnético de forma insignificante - μ_r da terra é praticamente igual à do ar; condutividade eléctrica pequena \Rightarrow correntes induzidas no solo e efeitos sobre a indutância da linha desprezáveis



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

Indutância interna L_{int}

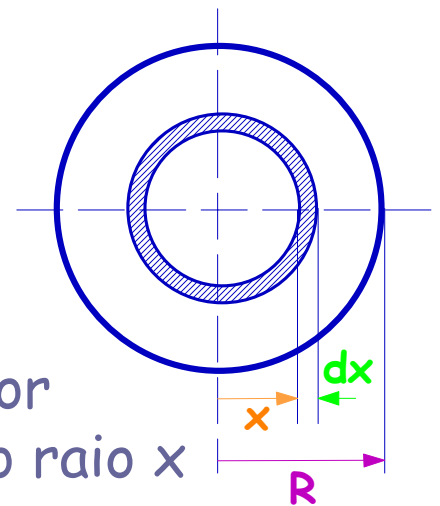
$$L_{int} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} H/m$$



Isto é para saber.
Válido para condutores cilíndricos e densidade de corrente uniforme

Já devia estar sabido

Prova.



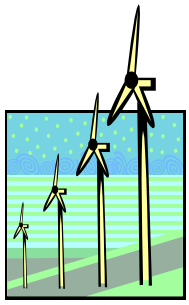
$i \rightarrow$ corrente total no condutor
 $i(x/R)^2 \rightarrow$ corrente dentro do raio x

$$\int H dl = \sum i \leftarrow \text{T. Ampere}$$

Integrando $\int H dl$ à volta do círculo de raio x obtém-se:

$$|H| 2\pi x = \left(\frac{x}{R}\right)^2 i \Rightarrow |H| = \frac{x}{2\pi R^2} i$$

Cresce linear/
com x



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

$$\text{Energia armazenada} \rightarrow \frac{dw}{dv} = \frac{1}{2} \mu\mu_0 |H|^2 \quad \text{J m}^{-3}$$

Sendo $2\pi x dx \leftarrow$ Volume

Energia total do campo magnético no interior dos
2 condutores

$$W_{\text{int}} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \mu\mu_0 \int_0^R \left(\frac{x}{2\pi R^2} i \right)^2 \cdot 2\pi x dx \quad \text{J m}^{-1}$$

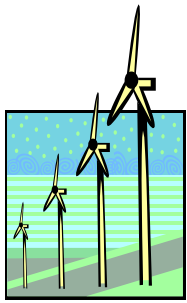
$$W_{\text{int}} = \frac{\mu\mu_0}{8\pi} i^2$$

Como

$$W_{\text{int}} = \frac{1}{2} L_{\text{int}} i^2$$

Então

$$L_{\text{int}} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \text{ H/m}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

Indutância externa L_0

$$L_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{D}{R}$$

ou

$$L_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{D}{\sqrt{R_1 R_2}}$$

PROVA:



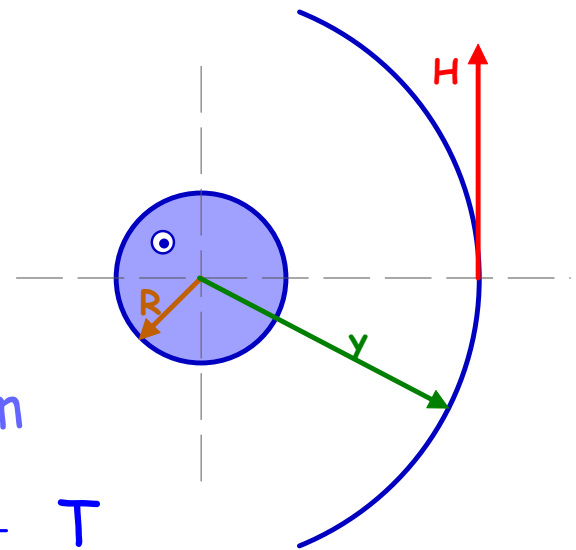
Prova?
Outra vez não!!!

Tal como no caso anterior

$$|H| = \frac{i}{2\pi y}$$

A indução magnética devida a um condutor

$$|B| = \mu_0 |H| = \mu_0 \frac{i}{2\pi y} \text{ T}$$

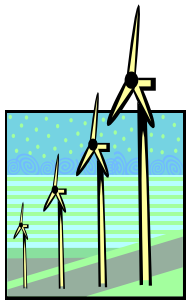


Fluxo total entre os 2 condutores devido a um deles

$$\int_R^{D-R} \mu_0 \frac{i}{2\pi y} dy = \mu_0 \frac{i}{2\pi} \ln \frac{D-R}{R} \approx \mu_0 \frac{i}{2\pi} \ln \frac{D}{R} \quad [D \gg R]$$

Devido aos 2 condutores

$$\phi_0 = \mu_0 \frac{i}{\pi} \ln \frac{D}{R} \text{ Wb/m (de linha)}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

Sabendo que

$$L_0 = \frac{\phi_0}{i}$$

Por definição de
indutância

Então

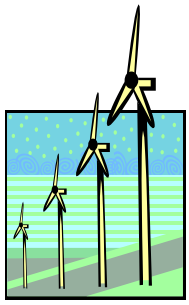
$$L_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{D}{R} \quad \text{H/m}$$

A indutância total da linha monofásica é:

$$L = L_{\text{int}} + L_0 = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} + \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{D}{R} \quad \text{H/m(de linha)}$$

$$L = 4 \times 10^{-7} \left(\frac{\mu}{4} + \ln \frac{D}{R} \right) \quad \text{H/m(de linha)}$$

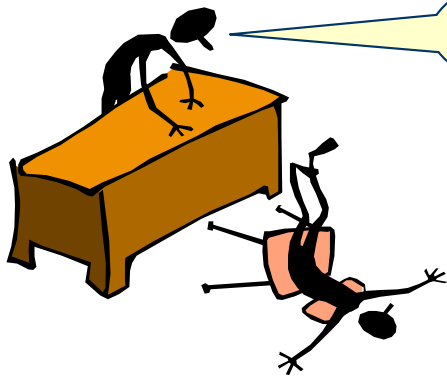
**INDUTÂNCIA
TOTAL - Linha
monofásica**



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas



Mais um pouco de Matemática

$$L = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} + \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{D}{R}$$

Vamos escrever a expressão anterior de outra forma



$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\left(\frac{\mu}{4} + \ln \frac{1}{R} \right) + \left(\frac{\mu}{4} + \ln \frac{1}{R} \right) - 2 \ln \frac{1}{D} \right]$$



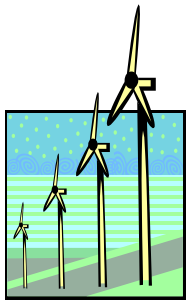
$$L = L_1 + L_2 - 2M_{12}$$

Auto-indutâncias
Indutância mútua

APARENTES

$$L_1 = L_2 \triangleq \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\mu}{4} + \ln \frac{1}{R} \right)$$

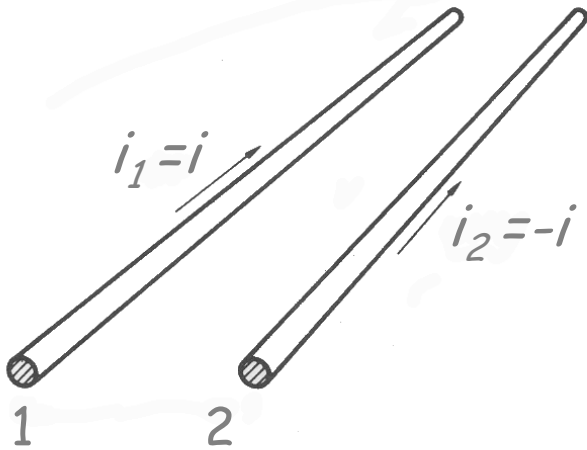
$$M_{12} \triangleq \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas



Queda de Tensão por metro

$$\Delta v = L \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 - 2M_{12}) \frac{di}{dt} \quad \text{V/m}$$



De outra forma

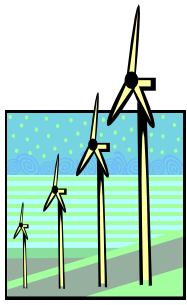
$$\Delta v = \left(L_1 \frac{di}{dt} - M_{12} \frac{di}{dt} \right) + \left(L_2 \frac{di}{dt} - M_{12} \frac{di}{dt} \right)$$



$$i_1 + i_2 = 0$$

$$\Delta v = \underbrace{\left(L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt} \right)}_{\Delta v_1} - \underbrace{\left(L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{12} \frac{di_1}{dt} \right)}_{\Delta v_2} \quad \text{V/m}$$

Queda de Tensão reactiva



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

Generalizando para **n condutores**

$$L_i = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\mu_i}{4} + \ln \frac{1}{R_i} \right)$$

R_i - raio do condutor i

D_{ik} - distância entre i e k

$$M_{ik} \triangleq \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{ik}}$$

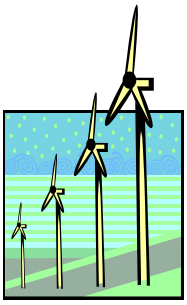
$$\sum i_k = 0$$



$$\Delta v_k = L_k \frac{di_k}{dt} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n M_{kj} \frac{di_j}{dt} \quad \text{V/m}$$

Com tensões e correntes sinusoidais

$$\Delta v_k = L_k j\omega I_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n M_{kj} j\omega I_j \quad \text{V/m}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

Linhas trifásicas

Corrente sinusoidal

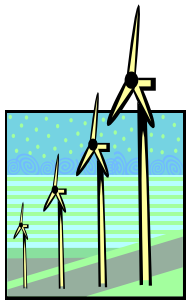
$$\Delta v_k = L_k j\omega I_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^3 M_{kj} j\omega I_j \quad \text{V/m}$$

sob forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta v_3 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} \\ M_{12} & L_2 & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & L_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$



Expressões correctas se $\sum I_k = 0$, isto é, se as correntes pelas terra ou pelo neutro forem nulas



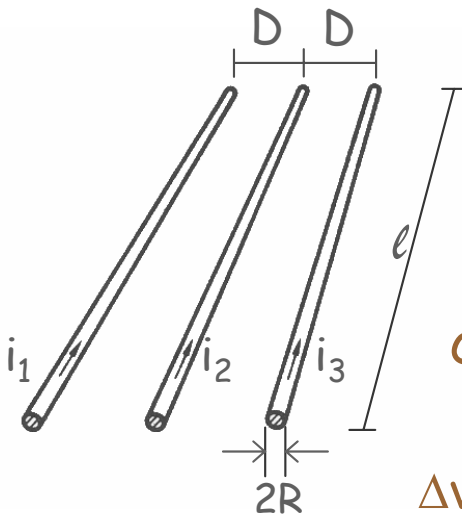
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

EXEMPLO

Linha não transposta



$$\Delta v_1 = j\omega I_1 \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{1}{R} \right) + j\omega I_2 \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D} + j\omega I_3 \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{2D}$$

como $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

$$\Delta v_1 = I_1 j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{2D}{R} \right) + I_2 j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln 2 \quad \text{V/m}$$

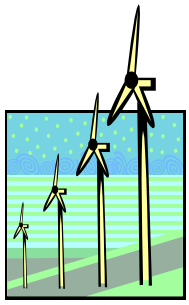
da mesma forma

$$\Delta v_2 = I_2 j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{R} \right) \quad \text{V/m}$$

$$\Delta v_3 = I_3 j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{2D}{R} \right) + I_2 j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln 2 \quad \text{V/m}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta v_3 \end{bmatrix} = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} + \ln \frac{2D}{R} & \ln 2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} + \ln \frac{D}{R} & 0 \\ 0 & \ln 2 & \frac{1}{4} + \ln \frac{2D}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Simetria nas correntes não implica simetria nas quedas de tensão; em rigor não é possível uma análise por fase

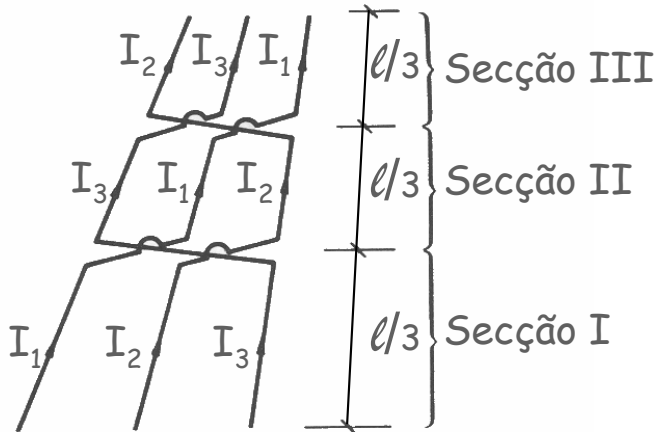


SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

EXEMPLO



Linha transposta

$$\Delta v_1 = \frac{1}{3} \left[I_1 j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{2D}{R} \right) + I_2 j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln 2 \right] + \frac{1}{3} \left[I_1 j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{R} \right) \right] + \frac{1}{3} \left[I_1 j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{2D}{R} \right) + I_3 j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \ln 2 \right]$$

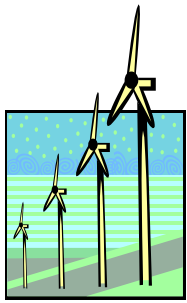
simplificando

$$\Delta v_1 = I_1 j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{\sqrt[3]{2D}}{R} \right) \text{ V/m}$$

de forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta v_2 \\ \Delta v_3 \end{bmatrix} = j \omega \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{bmatrix} \frac{1}{4} + \ln \frac{\sqrt[3]{2D}}{R} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} + \ln \frac{\sqrt[3]{2D}}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} + \ln \frac{\sqrt[3]{2D}}{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

Possibilidade real de efectuar uma análise apenas para uma das fases

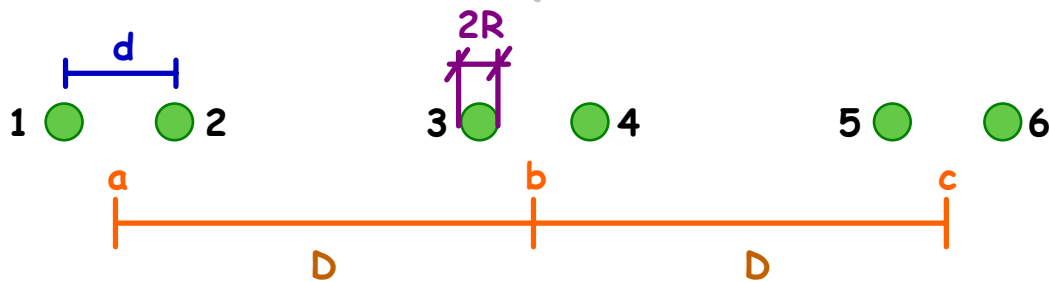


SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

Linha de condutores duplos (trifásica, transposta)



$$\Delta V_1 = j\omega \left[\frac{I_a}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{1}{R} \right) + \frac{I_a}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{d} + \frac{I_b}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D} + \frac{I_b}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D+d} + \frac{I_c}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{2D} + \frac{I_c}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{2D+d} \right]$$

Como $d \ll D$

$$\Delta V_1 = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{R} + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{d} \right) I_a + \ln \frac{1}{D} I_b + \ln \frac{1}{2D} I_c \right]$$

de outra forma

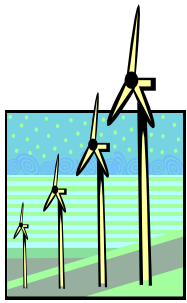
$$\Delta V_1 = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\left(\frac{1}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{Rd}} \right) I_a + \ln \frac{1}{D} I_b + \ln \frac{1}{2D} I_c \right]$$

$$\Delta V_2 = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{8} + \ln \frac{D}{\sqrt{Rd}} \right) I_b$$

$$\Delta V_3 = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\ln \frac{1}{2D} I_a + \ln \frac{1}{D} I_b + \left(\frac{1}{8} + \ln \frac{1}{\sqrt{Rd}} \right) I_c \right]$$

Linha transposta

$$\Delta V_a = j\omega \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{8} + \ln \frac{\sqrt[3]{2} D}{\sqrt{Rd}} \right) I_a$$



SISTEMAS ELÉTRICOS DE ENERGIA I

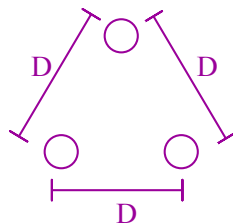


Funcionamento das linhas aéreas

Formulário

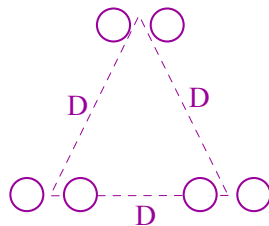
Condutores dispostos em triângulo equilátero

Um condutor por fase



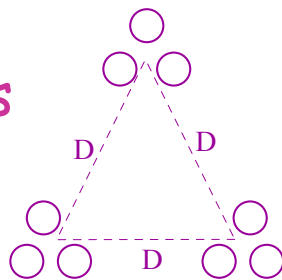
$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{R} \right] \text{ Hm}^{-1}$$

Dois condutores por fase



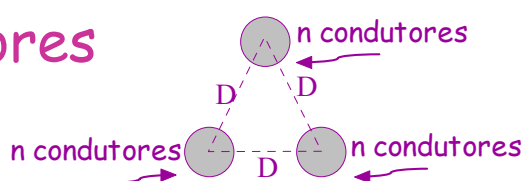
$$L \cong \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{2 * 4} + \ln \frac{D}{\sqrt{R \cdot d}} \right] \text{ Hm}^{-1}$$

Três condutores por fase

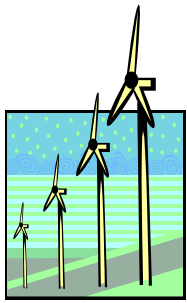


$$L \cong \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{3 * 4} + \ln \frac{D}{\sqrt[3]{R \cdot d \cdot d}} \right] \text{ Hm}^{-1}$$

n condutores por fase



$$L \cong \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{n * 4} + \ln \frac{D}{\sqrt[n]{R \cdot d^{n-1}}} \right] \text{ Hm}^{-1}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I

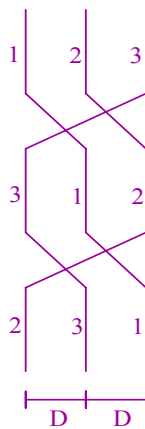


Funcionamento das linhas aéreas

Formulário

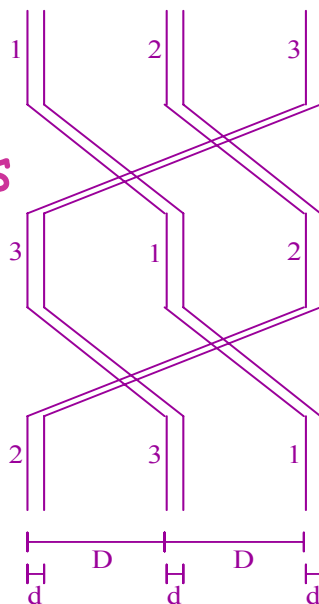
Condutores dispostos em toalha horizontal, com transposição cíclica dos condutores

Um condutor por fase



$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{4} + \ln \frac{D \cdot \sqrt[3]{2}}{R} \right] \text{ Hm}^{-1}$$

Dois condutores por fase



$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{2 * 4} + \ln \frac{D \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt{R \cdot d}} \right] \text{ Hm}^{-1}$$

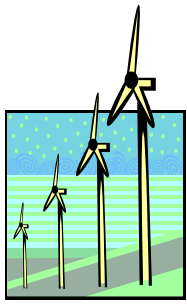
n condutores por fase

$$L \cong \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{n * 4} + \ln \frac{D \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[n]{R \cdot d^{n-1}}} \right] \text{ Hm}^{-1}$$

D - distância entre fases; **R** - raio de cada condutor

d - distância entre condutores de uma fase;

Em todos os exemplos considerou-se que $D \gg d$ efectuando-se as correspondentes simplificações



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



Funcionamento das linhas aéreas

Formulário

Caso Geral

Condutores em qualquer posição, com transposição cíclica dos condutores

n condutores por fase

$$L \cong \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \left[\frac{1}{n \cdot 4} + \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{13}}}{\sqrt[n]{R \cdot d^{n-1}}} \right] \text{ Hm}^{-1}$$