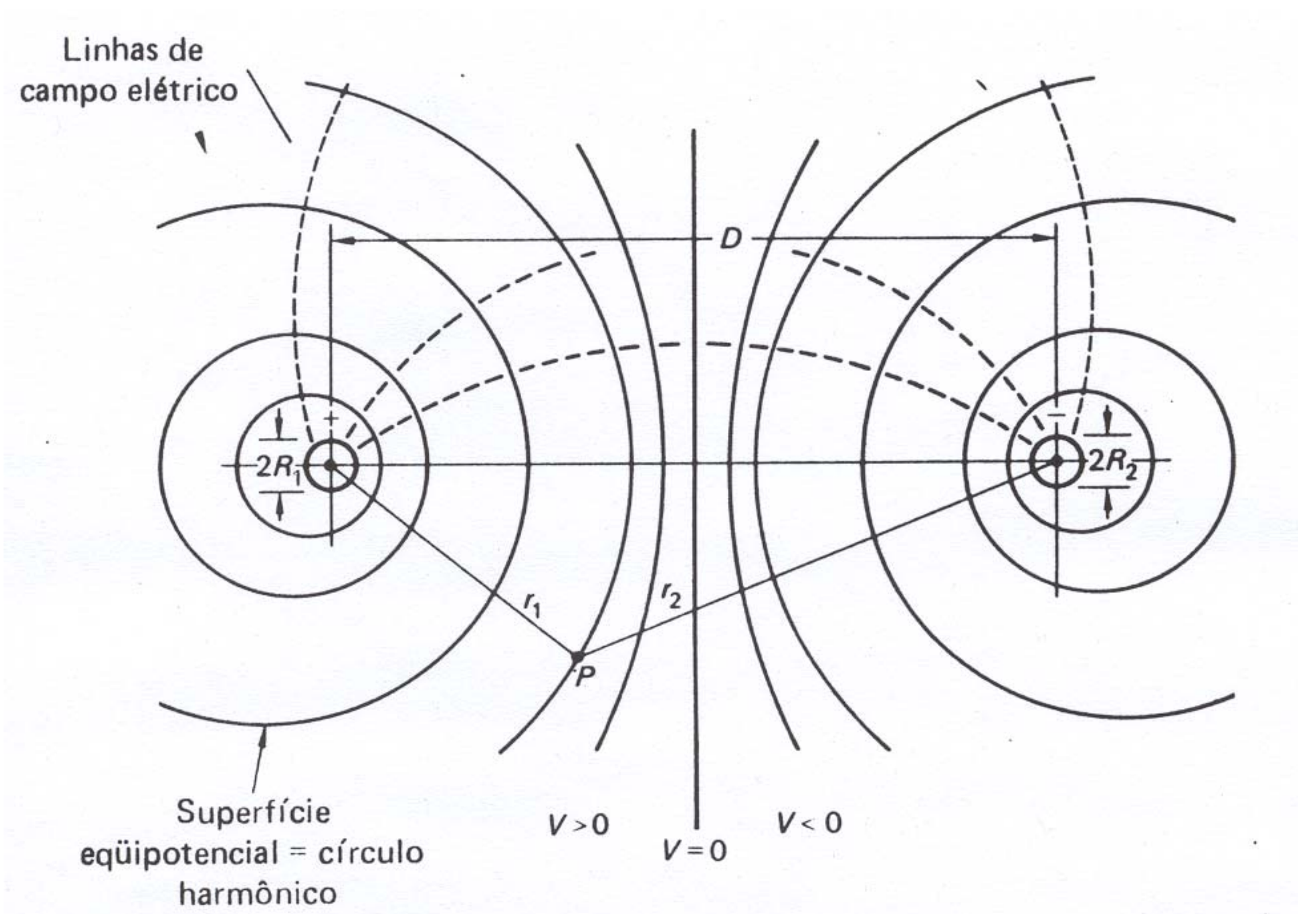
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I

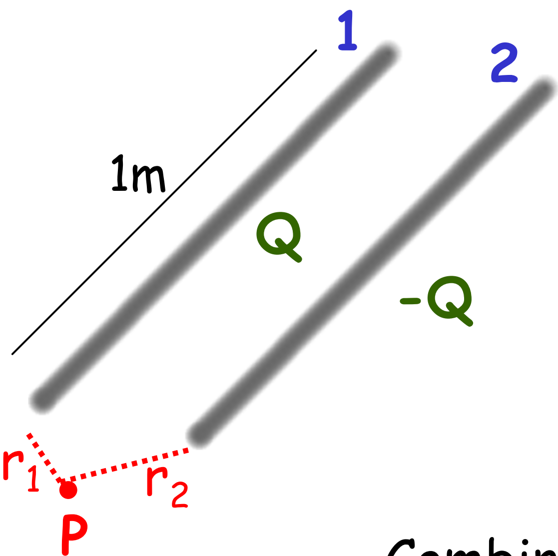
Funcionamento das linhas aéreas

Capacidade linear

Campo eléctrico à volta de 2 condutores



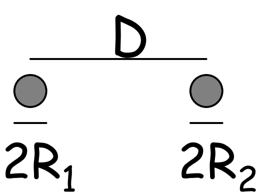
CAPACIDADE SEM TERRA



Potencial v à distância r de uma carga pontual q

$$v = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} \quad (V)$$

$\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}$



Combinando os dois condutores e estendendo a 1m da linha, o potencial num ponto P é dado por

$$V_p = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

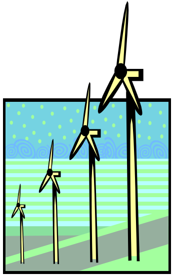
r_1- distância à linha 1
r_2- distância à linha 2

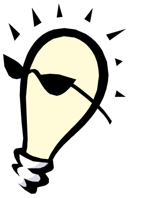
ou

$$V_p = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

Potencial à superfície dos condutores

$$V_1 \approx \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D}{R_1} \qquad V_2 \approx \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{D}$$





Diferença de potencial

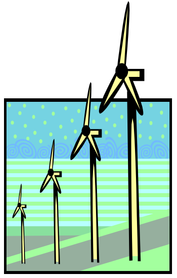
$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0}\left(\ln\frac{D}{R_1} - \ln\frac{R_2}{D}\right) \approx \frac{Q}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D}{\sqrt{R_1 R_2}}$$

Capacidade (por metro)

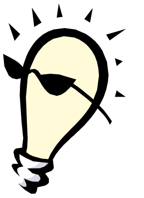
$$C \triangleq \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{\sqrt{R_1 R_2}}} \quad F.m^{-1}$$

Se $R_1 = R_2 = R$

$$C = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{R}} \quad F.m^{-1}$$



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



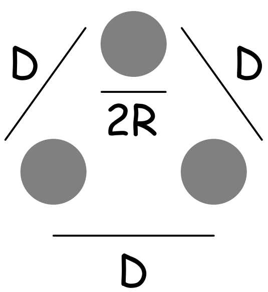
Para n condutores ...

Expressão Geral (n condutores)

$$v_p = \sum_{k=1}^{n} \frac{Q_k}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{r_k}$$

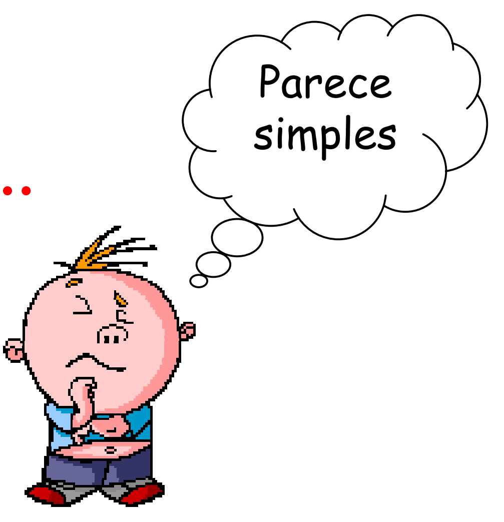
EXEMPLOS

Caso Simples – condutores em triângulo (s/ terra)



$$v_a = \frac{Q_a}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{R} + \frac{Q_b}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{D} + \frac{Q_c}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{D}$$

e v_b e v_c ? ....



Matricialmente ...

(... usando $\sum_k Q_k = 0$!)

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \begin{bmatrix} \ln\frac{D}{R} & 0 & 0 \\ 0 & \ln\frac{D}{R} & 0 \\ 0 & 0 & \ln\frac{D}{R} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_a \\ Q_b \\ Q_c \end{bmatrix}$$

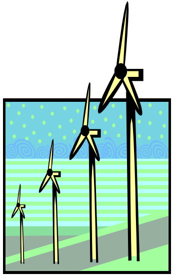
Assim, para qualquer fase:

$$v_i = \frac{Q_i}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{D}{R}$$

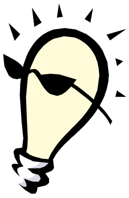
e

$$C \triangleq \frac{Q_i}{v_i} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{R}} \quad F.m^{-1}$$

C é a capacidade por fase ...

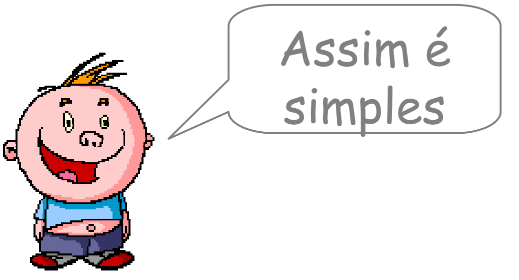


SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I



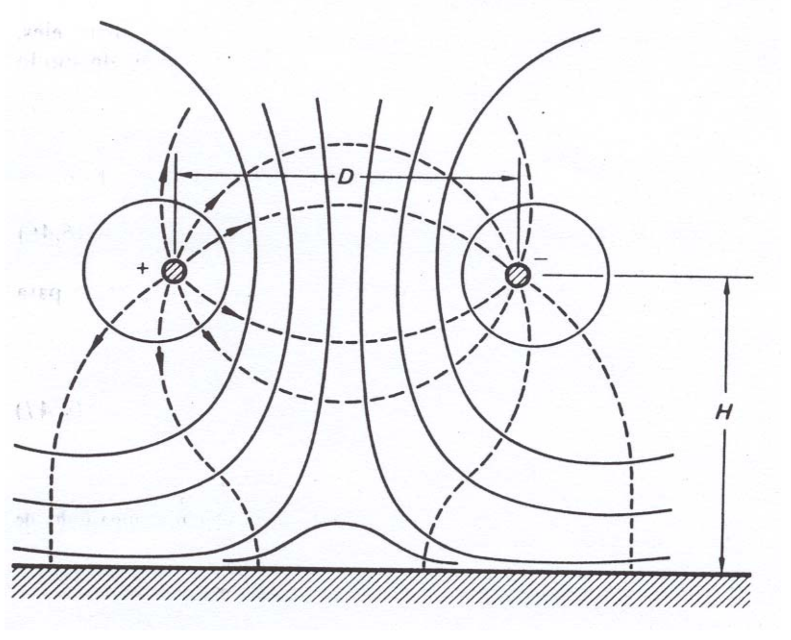
CAPACIDADE Com TERRA

Isto foi desprezando a influência da terra ...



Será que a terra tem influência no cálculo das capacidades?

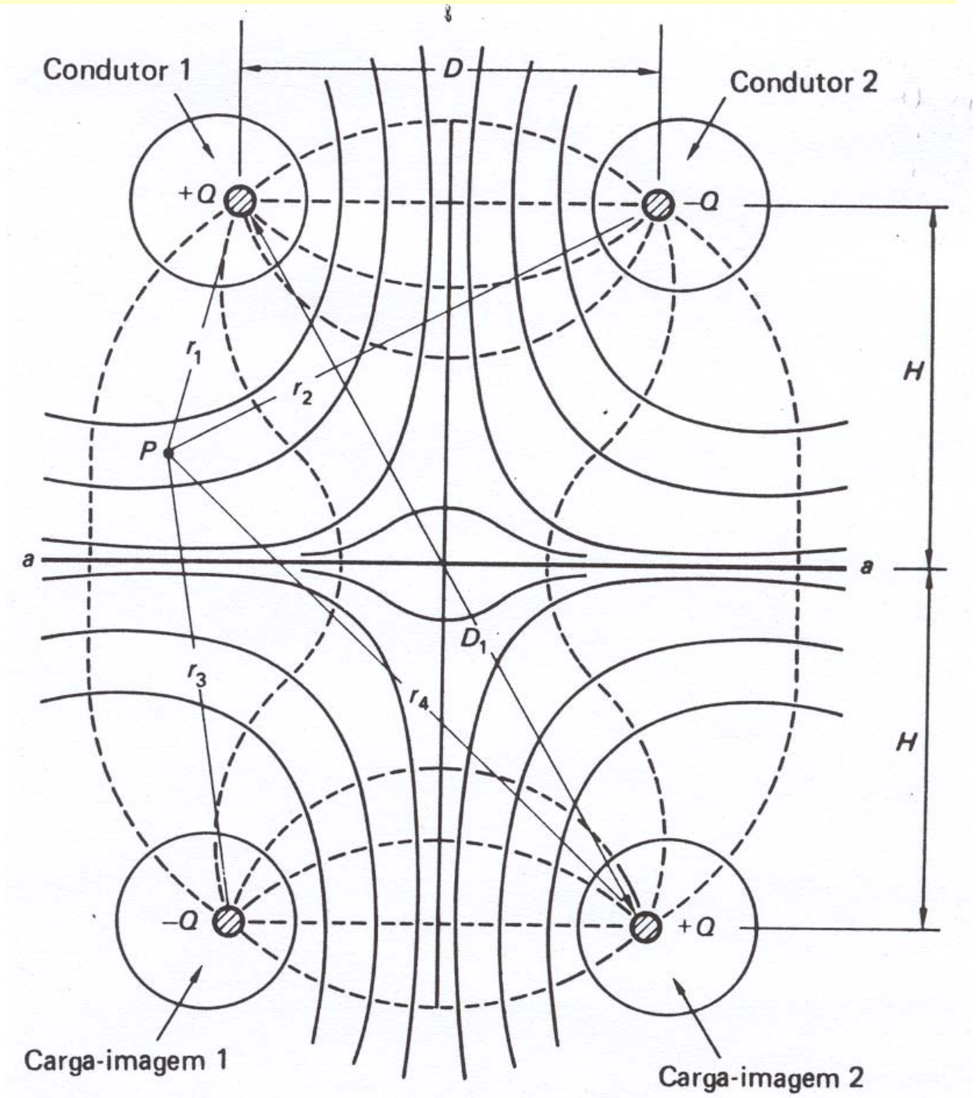
É claro que sim. O campo eléctrico é alterado...



SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I

Como vamos resolver o problema?

Com o **Método das Imagens**



Com n condutores

$$\sum_{k=1}^{n} Q_k = 0$$

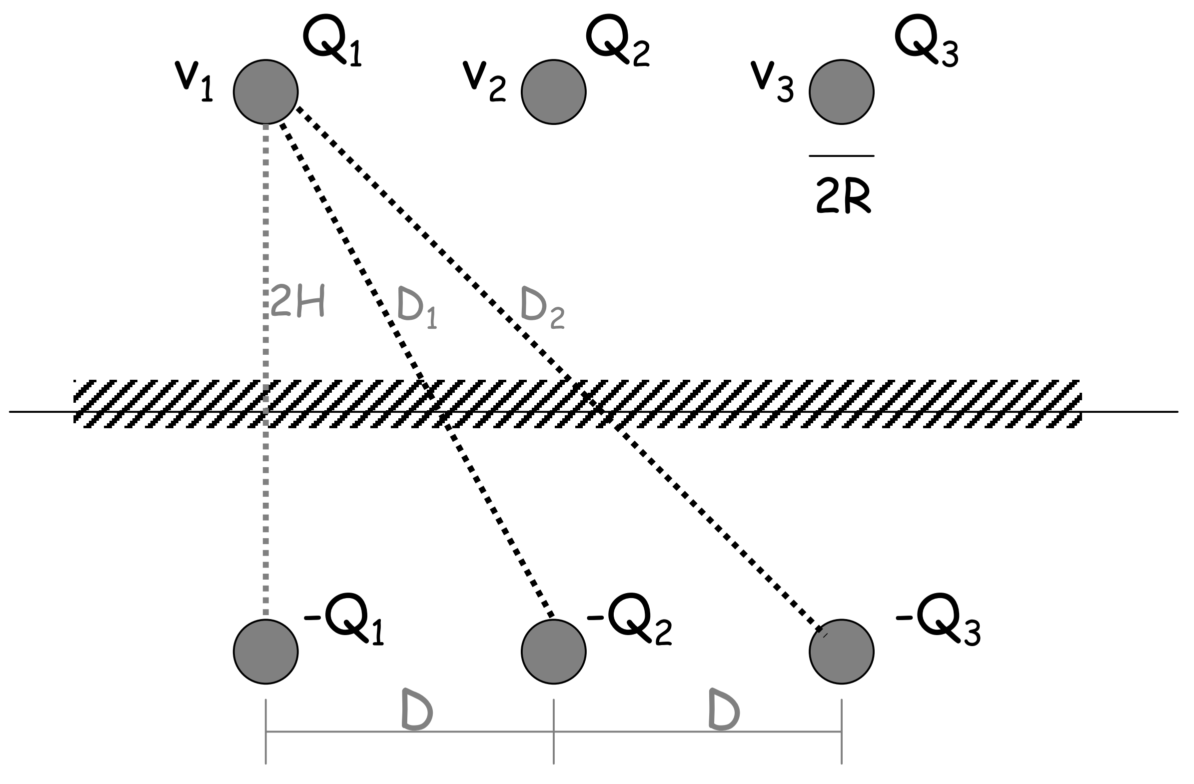
e

$$v_p = \sum_{k=1}^{n} \frac{Q_k}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{r_k}$$

r_k – distância do ponto P ao condutor k

EXEMPLOS

Linha trifásica



1° Caso – Linha não transposta

$$v_1 = \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2H}{R} + \frac{Q_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_1}{D} + \frac{Q_3}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_2}{2D}$$

$$v_2 = \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_1}{D} + \frac{Q_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2H}{R} + \frac{Q_3}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_1}{D}$$

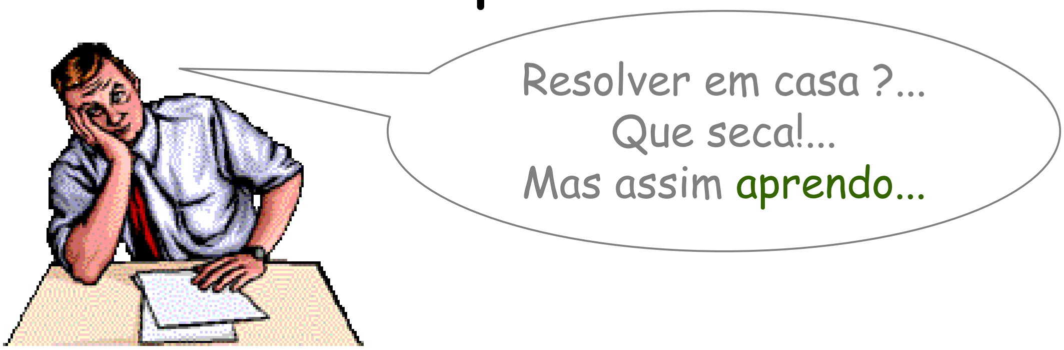
$$v_3 = \frac{Q_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_2}{2D} + \frac{Q_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D_1}{D} + \frac{Q_3}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{2H}{R}$$

sob a forma matricial $\quad V = P\,Q$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\begin{bmatrix} \ln\frac{2H}{R} & \ln\frac{D_1}{D} & \ln\frac{D_2}{2D} \\ \ln\frac{D_1}{D} & \ln\frac{2H}{R} & \ln\frac{D_1}{D} \\ \ln\frac{D_2}{2D} & \ln\frac{D_1}{D} & \ln\frac{2H}{R} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}$$

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I

2º Caso – Linha transposta



$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\dfrac{\frac{2H.D}{R}}{\sqrt[3]{\dfrac{D_1^2.D_2}{2}}}\right)} \; F.m^{-1}$$

3º Caso – Linha trifásica com n cabos de guarda Caso geral

Matricialmente ...

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_{CG1} \\ V_{CG2} \\ \vdots \\ V_{CGn} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_{31} & b_{32} & \cdots & b_{3n} \\ c_{11} & c_{12} & c_{13} & d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} & d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_{CG1} \\ Q_{CG2} \\ \vdots \\ Q_{CGn} \end{bmatrix}$$

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I

Em que :

- a_{ij} – influência da carga do condutor j na tensão do condutor i
- b_{ij} – influência da carga do cabo de guarda j na tensão do condutor i
- c_{ij} – influência da carga do condutor j na tensão do cabo de guarda i
- d_{ij} – influência da carga do cabo de guarda j na tensão do cabo de guarda i

Mas

$$V_{CG1}=V_{CG2}= \dots = V_{CGn} = 0$$

Podemos então simplificar e ...

$$\left[V_{fases}\right] = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}.[A].\left[Q_{fases}\right] + \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}.[B].\left[Q_{CG}\right]$$

$$[0] = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}.[C].\left[Q_{fases}\right] + \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}.[D].\left[Q_{CG}\right]$$

Da última equação ...

$$\left[Q_{CG}\right] = -[D]^{-1}.[C].\left[Q_{fases}\right]$$

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE ENERGIA I

e finalmente ...

$$\left[V_{fases}\right] = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left\{[A].\left[Q_{fases}\right] - [B].[D]^{-1}.[C].\left[Q_{fases}\right]\right\}$$

simplificando ...

$$\left[V_{fases}\right] = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left\{[A] - [B].[D]^{-1}.[C]\right\}\left[Q_{fases}\right]$$

Parece-me que já vi a matriz A em qualquer sítio...

E se tiver apenas um cabo de guarda a matriz D parece-me fácil de calcular...
Que lhes parece?