

Trânsito de potências

Exemplo

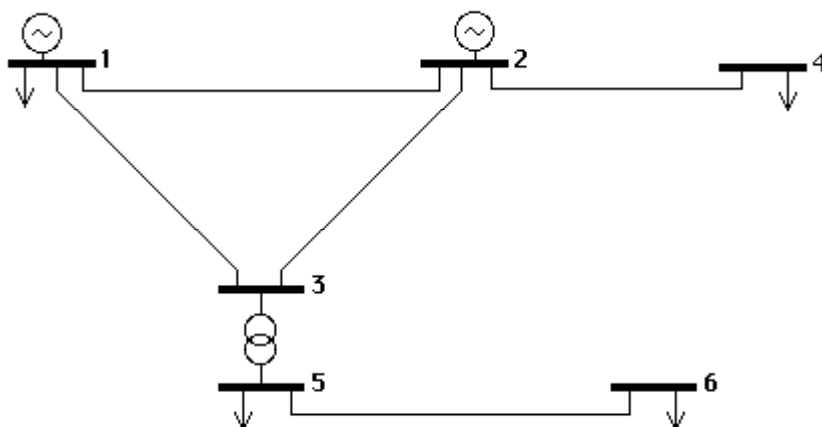
Considerar o sistema da figura e respectivos dados (notar que em 2 e 3 não há carga). O despacho atribuiu ao barramento 2 (PV) uma produção de 120 MW, ficando o barramento 1 como barramento de compensação e referência. Os restantes barramentos são PQ.

Nas páginas 2 e 3, apresentam-se os resultados de um estudo completo de trânsito de potências realizado com o método de Newton-Raphson.

Notar, por exemplo, a verificação da lei dos nós para as potências activas e reactivas e a possibilidade de calcular as perdas totais de duas formas (no quadro 4, por soma das perdas nas linhas, e no quadro 2, por diferença entre produção e carga totais). Interpretar o facto da potência reactiva (quadro 3) ser maior na recepção em algumas linhas. Reparar nos valores da fase das tensões (quadro 1) e relacionar as diferenças de fase com o sentido do trânsito de potência activa.

Nas páginas 4 e 5, apresenta-se o estudo simplificado do mesmo sistema com o **modelo linearizado** (DC).

Reparar que apenas se conseguem tirar conclusões sobre potências activas e fases das tensões, mas verificar que se obtém, para essas variáveis, uma boa aproximação aos valores exactos (comparar com quadros 1 e 2).



Cargas		
Barra	MW	Mvar
1	100	60
4	50	20
5	90	45
6	10	5

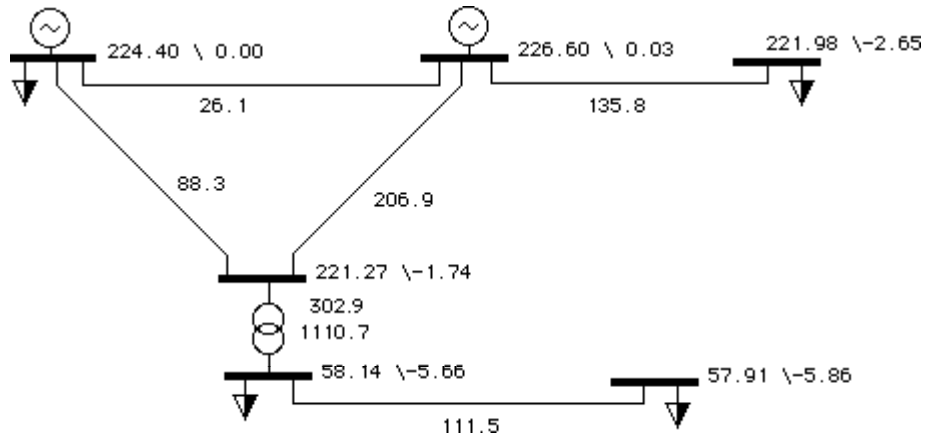
Linhas						
Nm	Nj	(km)	r (Ω /km)	x (Ω /km)	y/2 (mS/km)	
1	2	100	0.0484	0.484	0.001	
1	3	100	0.0484	0.484	0.001	
2	3	50	0.0484	0.484	0.001	
2	4	100	0.0484	0.484	0.001	
5	6	10	0.0576	0.144	0	

Tensões
 $V_1 = 1.02$ pu
 $V_2 = 1.03$ pu

Transformador				
Nm	Nj	MVA	V_p/V_s (kV)	x_f (%)
3	5	150	220/60	10

Quadro 1

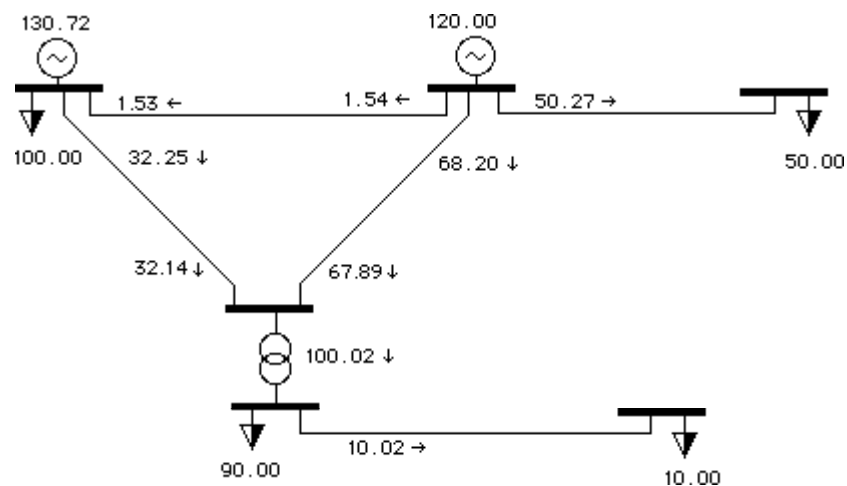
Tensões nos barramentos, em módulo (kV) e fase
Correntes nas linhas e transformador (A)



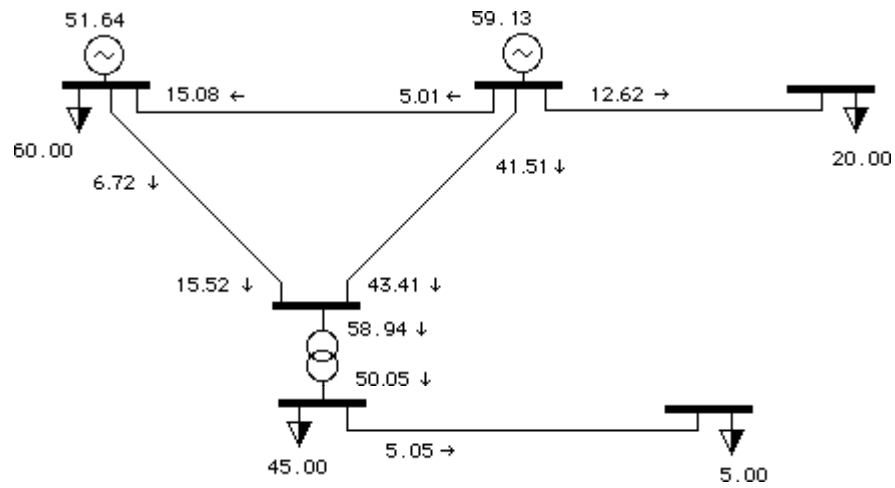
Obs: Notar que, no transformador, há duas correntes, relacionadas pela razão de transformação.

Quadro 2

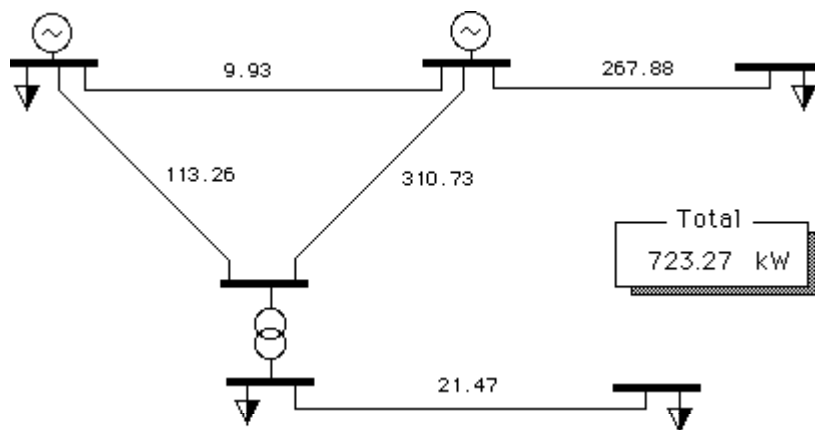
Trânsito de potências activas (MW)



Quadro 3
Trânsito de potências reactivas (Mvar)

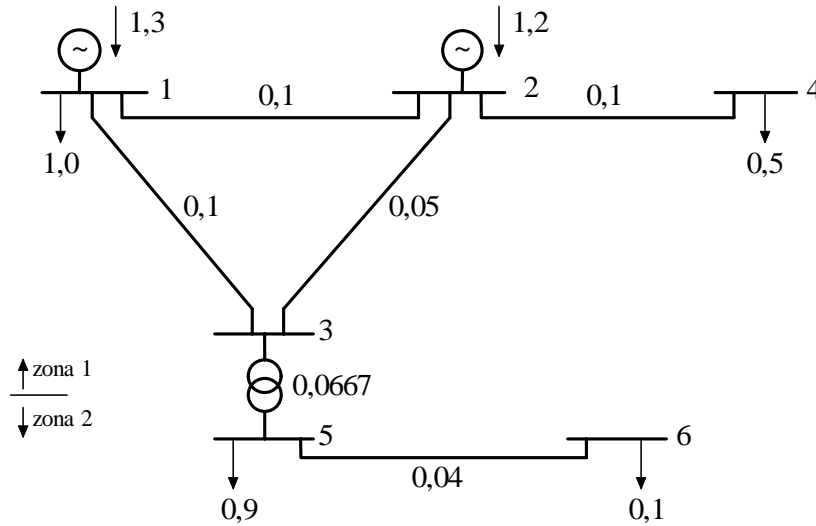


Quadro 4
Perdas activas (kW)



Uso do modelo linearizado

Verifica-se, da análise dos dados, que as aproximações inerentes ao modelo são razoáveis neste caso. Considerando $S_b = 100$ MVA, $V_{b1}=220$ kV, $V_{b2}=60$ kV, obter-se-ia o seguinte esquema em p.u., onde os valores nas linhas são as respectivas reactâncias e os valores nos barramentos são produções e consumos (notar que não há perdas):

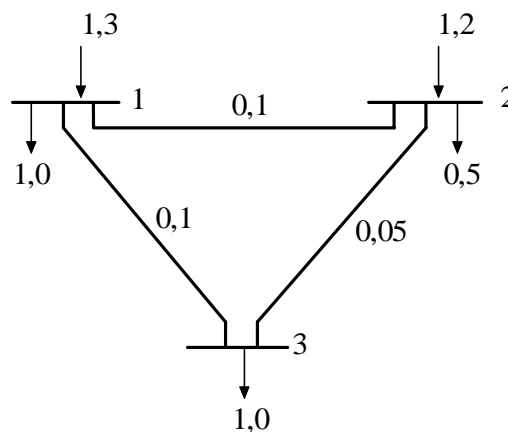


Reparar que: $Z_{b1} = \frac{220^2}{100} = 484 \Omega$, $Z_{b2} = \frac{60^2}{100} = 36 \Omega$, $x_f = 0,1 \left(\frac{100}{150} \right) = 0,0667$

Poder-se-ia agora utilizar o modelo linearizado para obter os valores das fases das tensões e o trânsito de potência activa, construindo a matriz B' (6x6) e resolvendo o sistema de equações $\mathbf{P} = \mathbf{B}' \cdot \boldsymbol{\theta}$, depois de fazer $\theta_1 = 0$. E seria essa certamente a opção a seguir numa resolução computacional. Note-se, no entanto, que já se conhecem alguns trânsitos de potência nas partes *radiais* (ou seja, sem malhas) do sistema:

$$P_{24} = 0,5 \text{ pu} \quad P_{56} = 0,1 \text{ pu} \quad P_{35} = 0,9 + 0,1 = 1,0 \text{ pu}$$

Pelo que podemos reduzir a dimensão do sistema a analisar, sem perda de informação, representando estes trânsitos como consumos dos nós 2 e 3. Ter-se-á, então:



Cálculo das fases

$$P = \begin{bmatrix} 1,3 & -1,0 \\ 1,2 & -0,5 \\ 0 & -1,0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,7 \\ -1,0 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} 20 & -10 & -10 \\ -10 & 30 & -20 \\ -10 & -20 & 30 \end{bmatrix} \quad \{\text{matriz singular e simétrica}\}$$

Fixando agora $\theta_1 = 0$, e eliminando a primeira equação do sistema $P = B' \cdot \theta$, virá:

$$\hat{P} = \hat{B}' \cdot \hat{\theta}$$

$$\begin{bmatrix} 0,7 \\ -1,0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & -20 \\ -20 & 30 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix}$$

A resolução do sistema permite obter os valores de θ_2 e θ_3 :

$$\hat{\theta} = \hat{B}'^{-1} \cdot \hat{P}$$

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,06 & 0,04 \\ 0,04 & 0,06 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,7 \\ -1,0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,002 \\ -0,032 \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} 0,115 \\ -1,833 \end{bmatrix}$$

Radianos *Graus*

que eram as fases procuradas.

Cálculo do trânsito de potências

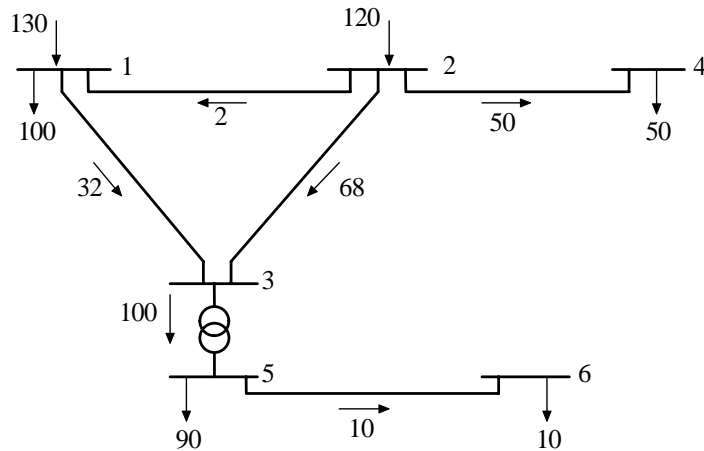
Conhecidos os valores das fases, podem calcular-se:

$$P_{12} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{0,1} = \frac{0 - 0,002}{0,1} = -0,02 \text{ pu } (-2 \text{ MW})$$

$$P_{13} = \frac{0 - (-0,032)}{0,1} = 0,32 \text{ pu } (32 \text{ MW})$$

$$P_{23} = \frac{0,002 - (-0,032)}{0,05} = 0,68 \text{ pu } (64 \text{ MW})$$

Fica assim definido o trânsito de potências activas na rede (em MW):



Para completar a resolução, faltaria calcular as fases nos barramentos 4, 5 e 6, que não foram considerados devido à simplificação efectuada. No cálculo usam-se as expressões linearizadas do trânsito de potências como equações:

$$P_{24} = 0,5 = \frac{\theta_2 - \theta_4}{0,1} \quad \therefore \theta_4 = -0,048 \text{ rad} \quad (-2^\circ,65)$$

$$P_{35} = 1,0 = \frac{-0,032 - \theta_5}{0,0667} \quad \therefore \theta_5 = -0,0987 \text{ rad} \quad (-5^\circ,65)$$

$$P_{56} = 0,1 = \frac{-0,0987 - \theta_6}{0,04} \quad \therefore \theta_6 = -0,1027 \text{ rad} \quad (-5^\circ,88)$$

Fica assim completa a resolução do problema com o modelo linearizado. Repare-se que a resolução sistemática (sistema 6x6) conduziria exactamente aos mesmos resultados,

Uso da matriz de sensibilidades (rede emalhada)

Para obter directamente o trânsito de potências nas linhas a partir das potências injectadas nos barramentos, há vantagem em usar-se a *matriz de sensibilidades*. Como se sabe, parte-se da inversa de \hat{B}' , designada por Z' :

$$Z' = \begin{bmatrix} 0,06 & 0,04 \\ 0,04 & 0,06 \end{bmatrix} \begin{matrix} (2) \\ (3) \end{matrix}$$

$$A_{(1-2),2} = \frac{0-0,06}{0,1} = -0,6$$

$$A_{(1-2),3} = \frac{0-0,04}{0,1} = -0,4$$

(...)

$$A_{(2-3),3} = \frac{0,04-0,06}{0,05} = -0,4$$

$$\text{ou seja: } P_L = A \cdot \hat{P}$$

$$\begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{13} \\ P_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,6 & -0,4 \\ -0,4 & -0,6 \\ 0,4 & -0,4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} 0,7 \\ -1,0 \end{bmatrix}$$

e tal como atrás:

$$\begin{bmatrix} P_{12} \\ P_{13} \\ P_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,02 \\ 0,32 \\ 0,68 \end{bmatrix}$$

A utilidade da matriz de sensibilidades não se resume a efectuar rapidamente os cálculos anteriores. Na verdade, os sinais dos elementos da matriz dão já indicações qualitativas sobre a influência nas linhas das variações de potência nos nós, sendo fácil ver, no exemplo, que o aumento de P_2 faz diminuir P_{12} e P_{13} (sinal negativo nas duas primeiras linhas da primeira coluna da matriz) e aumentar P_{23} (sinal positivo).

É possível, no entanto, ir mais além, e definir *acções de controlo*, por exemplo para evitar ultrapassar os limites térmicos de uma linha. Imagine-se, no exemplo, que se pretendia limitar o trânsito de potência activa na linha 2-3 a 0,6 p.u., em vez do valor actual de 0,68. Tem-se:

$$P_{23} = 0,4 P_2 - 0,4 P_3$$

e, fixando $P_{23}=0,6$ como pretendido e mantendo $P_3=-1,0$ (visto ser uma carga),

$$0,6 = 0,4 P_2 - 0,4 \cdot (-1,0)$$

o que daria $P_2=(0,6-0,4)/0,4=0,5$ em vez dos 0,7 actuais (claro que se passaria necessariamente a ter $P_1=0,5$). Um cálculo alternativo procuraria as *diferenças* em relação à

situação actual, usando a mesma equação:

$$\Delta P_{23} = 0,4 \Delta P_2 - 0,4 \Delta P_3$$

$$-0,08 = 0,4 \Delta P_2$$

$$\Delta P_2 = -0,2$$

Ou seja, P_2 terá que diminuir 0,2 para se reduzir de 0,08 a potência que transita na linha 2-3.

Para terminar, saliente-se que todas as alterações a P_2 e P_1 correspondem a modificações no *despacho*, ou seja, na especificação das potências activas produzidas, uma vez que as cargas se consideram variáveis independentes.