Optimização

I. Problema convexo

Considere o problema de optimização:

$$
\begin{aligned}
&\min f(x_1, x_2) = 0.25x_1^2 + x_2^2 \\
&\text{suj}: \omega = 5 - x_1 - x_2
\end{aligned}
$$

1. Construa o Lagrangeano e obtenha analiticamente o óptimo do problema

2. Construa o problema dual q(λ) e obtenha o óptimo analiticamente, através de max q(λ)

3. Obtenha o óptimo do problema dual através de um processo iterativo com base no método do gradiente, começando com λ_0=0. Use primeiro α^+=0.5 e α^-=0.1, e depois experimente com outros valores de α.

II. Problema não convexo

Considere o problema de optimização, onde u_1 e u_2 são variáveis binárias:

$$
\begin{aligned}
&\min f(u_1, u_2, x_1, x_2) = u_1\left(0.25x_1^2 + 15\right) + u_2\left(0.255x_2^2 + 15\right) \\
&\text{suj}: \omega = 5 - u_1x_1 - u_2x_2
\end{aligned}
$$

1. Construa o Lagrangeano e obtenha analiticamente o óptimo do problema para cada possível combinação de valores de u_1 e u_2. Qual será o óptimo global?

2. Construa o problema dual q(λ) e obtenha o óptimo através de um processo iterativo com base no método do gradiente.
   NB: Não sendo o problema convexo, é necessário "reoptimizar" para cada nova combinação de valores de u_1 e u_2, de forma a obter os valores correctos de x_1 e x_2.