
Apresentação da Investigação Operacional

Transparências de apoio à leccionação de aulas teóricas

Slide 1

Maria Antónia Carravilla
José Fernando Oliveira

O que é a Investigação Operacional?

- Representação de sistemas do mundo real, usando modelos matemáticos e algoritmos numa perspectiva de optimização.
- Aplicação de métodos científicos e pensamentos estruturados na tomada de decisão.

Slide 2

- Aplicação de métodos científicos de decisão, para melhor conceber e operar sistemas homem-máquina, geralmente sob condições que exigem a distribuição de recursos escassos.
- Processo social, em que os actores (clientes, gestores, decisores e utilizadores), investigadores e um problema interactuam, com o principal objectivo de obter algum apoio, para melhorar a qualidade das acções dos actores.

O que é a Investigação Operacional?

É o resultado do estudo de **problemas aplicados** e da concepção de **novas técnicas**, por parte de matemáticos e de outros cientistas, potenciados pelo grande desenvolvimento dos **computadores**.

Este progresso significativo, iniciado pelos anos 40, resultou num conjunto de abordagens e processos que constitui um núcleo fundamental duma ciência da tomada de decisão.

Slide 3

Todos esses sistemas/problemas:

- envolvem planeamento e previsão;
- são normalmente descritos e analisados em termos numéricos;
- incluem restrições tais como limitações de recursos;
- envolvem incertezas;
- envolvem objectivos a otimizar.

Origens da Investigação Operacional

(antes da Segunda Guerra Mundial)

- Resolução de um problema de transportes
 - séc. XVIII, G. Monge
- Arte matemática na incerteza
 - séc. XVIII, Pascal, Fermat, Bernoulli
- Teoria matemática dos jogos
 - séc. XIX e séc. XX, Ampère (1802), Bachelier (1901), Borel (1921-27), J. Von Newman (1939-45)
- Problemas em redes
 - Sainte-Lague (1926), Dènes Konig (1936)
- Filas de Espera
 - Erlang (1918)

Slide 4

Origens da Investigação Operacional (durante da Segunda Guerra Mundial)

Eficiência de operações militares na 2ª Guerra Mundial (**início formal da IO**)

Slide 5

- Vários problemas de tipo militar são tratados cientificamente, mas com uma atitude científica nova, uma abordagem de **investigação interdisciplinar**. Alguns exemplos:
 - dimensionamento óptimo de uma escolta de navios;
 - determinação da profundidade de cargas explosivas;
 - determinação da implantação óptima de radares.
- Os métodos e técnicas desenvolvidos depressa passam para o campo civil, encontrando diversas aplicações noutras áreas.

Origens da Investigação Operacional (durante da Segunda Guerra Mundial)

Determinação da implantação óptima de radares que correspondiam a parte do sistema de defesa aérea das ilhas britânicas.

Grupo de investigação constituído por 11 membros com formações diversas:

Slide 6

- matemática
- astronomia
- física
- fisiologia
- topografia
- operações militares

A sua actividade correspondia à prática da IO:

Aplicação do método científico por equipas interdisciplinares a problemas envolvendo o controlo de sistemas organizados, com o propósito de gerar as soluções que melhor servem os objectivos da organização como um todo.

A Investigação Operacional após a Segunda Guerra Mundial

Progressos significativos da IO:

- desenvolvimento da base teórica;
- alargamento das fronteiras;
- reconhecimento como disciplina científica autónoma;
- profissionalização da actividade de Investigador Operacional.

Slide 7

Algumas razões fundamentais para essa evolução:

- a crescente complexidade de problemas a resolver e a necessidade duma abordagem interdisciplinar;
- o desenvolvimento dos computadores.

Evolução da Investigação Operacional

Década de 40 Abordagem a problemas de natureza militar e a alguns problemas de gestão.

Década de 50 Criação de sólidas fundações matemáticas. Surgimento de inúmeras inovações técnicas:

- Programação Linear, Programação Inteira, Programação Dinâmica, Análise de Dados, Teoria dos Jogos, Filas de Espera, Técnicas de Simulação ...

Primeiras Sociedades de Investigação Operacional.

Década de 60 Promoção da IO a disciplina académica e crescimento do número de publicações. Surgimento de aplicações diversas.

Década de 70 Consolidação e grande aceitação por parte da indústria e serviços.

... hoje Mais de 60.000 publicações documentadas no IAOR. Época de mais crescimento e de desafio.

Slide 8

O Caso Rio Negro^a

Transparências de apoio à leccionação de aulas teóricas

Slide 9

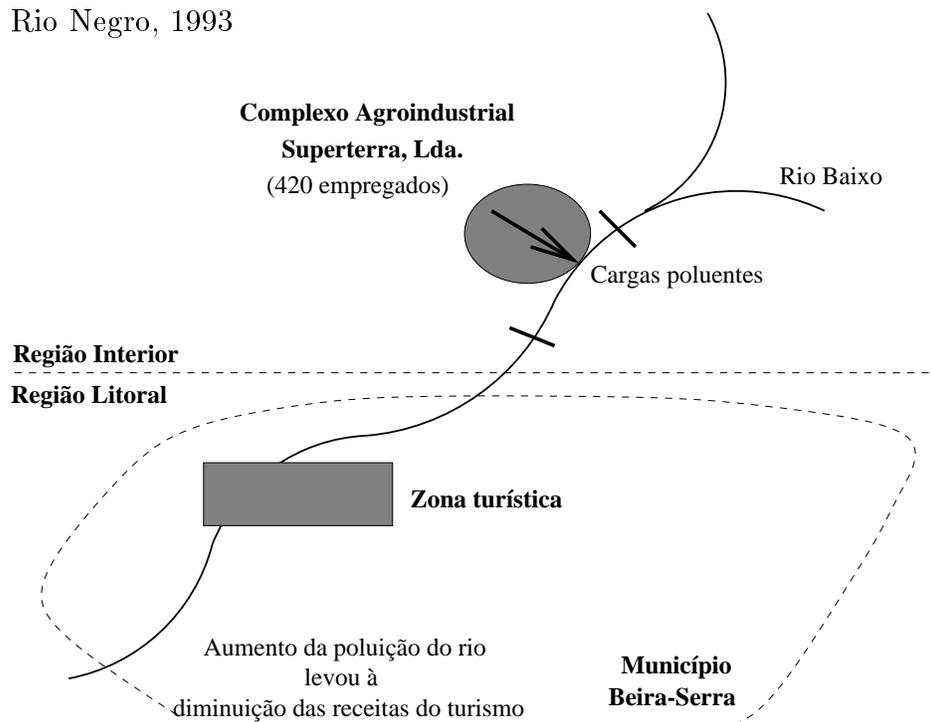
Maria Antónia Carravilla
José Fernando Oliveira

^ain “Investigação Operacional”, Valadares Tavares *et al*

O caso do Rio Negro (in “Investigação Operacional”, Valadares Tavares *et al*)

Rio Negro, 1993

Slide 10



Resultado da reunião...

...do grupo de trabalho interministerial com representantes dos movimentos de defesa do ambiente, dos empresários turísticos e das comissões de coordenação das duas regiões:

- O ministério da Indústria concluiu que a principal fonte de poluição correspondia à produção agrícola que lançava no rio elevadas quantidades de matéria orgânica, pelo que não tinha responsabilidades nesta área;
- O Ministério da Agricultura reconheceu o carácter frágil da empresa;
- O Ministério do Emprego explicou que não poderia gerar emprego alternativo para um eventual encerramento da indústria;
- O Ministério do Turismo fez notar que, embora fosse desejável reduzir a poluição, existiam outras áreas com problemas ambientais, pelo que haveria de adaptar o tipo de turismo a este novo condicionamento;
- O Ministério do Ambiente explicou que a política ambiental tem uma natureza horizontal e inter sectorial, pelo que sozinho não poderia resolver tudo;
- Os restantes representantes deixaram de comparecer às reuniões, em sinal de protesto.

Slide 11

O Município da Beira-Serra encetou negociações directas com a Superterra, Lda. — contrataram um jovem engenheiro com boa formação em IO para analisar o problema e equacionar soluções: o Eng. Luís Bela Vida.

Análise da situação da fábrica

O complexo agro-industrial tem, basicamente, duas linhas de produtos, A e B, costumando produzir, por mês, 20 toneladas de A e 80 toneladas de B, respeitando-se assim a sua capacidade máxima total de produção mensal, que é de 100 toneladas/mês. O seu director diz, com orgulho, que há mais de 10 anos que adoptam esta solução.

Slide 12

⇓

Caudal de águas residuais elevado e bastante poluído, especialmente em matérias orgânicas.

⇓

“Morte” do rio no período de menor caudal (Verão) ⇒ fim da pesca, dos banhos, etc.

Quantificação da poluição

Indicador da presença de matéria orgânica — CBO₅
(Carência Bioquímica de Oxigénio para o período de 5 dias)^a

Se o caudal do rio for elevado consegue receber um caudal de águas residuais mais “contaminado” (valor de CBO₅ mais elevado). No entanto, para o mesmo caudal de águas residuais, se o caudal do rio menor, as águas residuais terão que ter um teor de CBO₅ mais baixo, para que não se sintam os indesejáveis efeitos da poluição.

Slide 13

- Durante o Verão a capacidade de recepção do rio não ultrapassa os 210 mg/l de CBO₅ no caudal de águas residuais.
- A análise do sistema de produção permitiu concluir que cada tonelada produzida de A é responsável por uma carga de 0.7 mg/l de CBO₅, e cada tonelada de B, por 3.5 mg/l.
O caudal residual não depende das quantidades produzidas de cada tipo de produto.

^aMede a quantidade de oxigénio dissolvido na água que é necessária à oxidação bioquímica da referida matéria orgânica por parte de uma cultura de microorganismos à temperatura de 20°.

Análise económica da empresa

Identificação dos lucros relativos às duas linhas de produção (difícil dado o deficiente sistema contabilístico da Superterra):

Slide 14

- Existe uma despesa de 280000 contos/mês mesmo que não haja produção;
- Sem contar com esse encargo, o lucro obtido por tonelada de A e B é de 2000 e 4000 contos, respectivamente;
- Dada a sólida posição da empresa no mercado, as actuais produções, ou mesmo produções superiores, são facilmente escoadas para o mercado.

E se se construísse um sistema de tratamento das águas residuais?

Slide 15

Atendendo aos problemas de poluição já apresentados, a empresa encomendou um projecto de construção de um sistema de tratamento das suas águas residuais, tendo-se concluído que as cargas passavam a 0.6 e 3.0 mg/l, para A e B, respectivamente. Todavia, os custos fixos aumentariam de 20000 contos, e o lucro unitário reduzir-se-ia de 20%, o que foi considerado uma exorbitância.

Decisão do município

Obrigar a empresa a respeitar o limite de 210 mg/l \Rightarrow redução das produções, pois:

$$20 \times 0.7 + 80 \times 3.5 = 294 > 210$$

Para tal sugeriu que a empresa produzisse na mesma proporção de 1 para 4 (produtos A e B) mas em quantidades tais que o limite de 210 mg/l fosse respeitado, isto é:

$$0.7 \times x + 3.5 \times 4x = 210 \quad \Leftrightarrow \quad x = 14.3 \Leftrightarrow A \rightarrow 14.3 \text{ ton/mês} \wedge B \rightarrow 57.2 \text{ ton/mês}$$

Slide 16

O que daria um lucro de:

$$L = 2000 \times 14.3 + 4000 \times 57.2 - 280000 = -22600 \text{ contos/mês}$$

A empresa rejeitou esta solução pois daria prejuízo. No caso da introdução do sistema de tratamento:

$$0.6 \times x + 3.0 \times 4x = 210 \quad \Leftrightarrow \quad x = 16.7$$

e portanto:

$$L = 1600 \times 16.7 + 3200 \times 66.8 - 300000 = -59520 \text{ contos/mês}$$

o que também foi considerado inaceitável pois dava um prejuízo maior!

Não há melhor solução?

Para saber isso é preciso descrever o problema de uma forma rigorosa (matemática). É necessário identificar e quantificar:

- o tipo de decisão a tomar
 - fechar o complexo e despedir trabalhadores está fora de questão;
 - só se pode actuar ao nível das quantidades de A e B a produzir mensalmente. Como são as nossas incógnitas chamemos-lhes x_A e x_B .
- o que limita a nossa capacidade de decisão, que neste caso são as limitações produtivas e os condicionamentos ambientais.
 - Não se pode produzir mais do que 100 toneladas por mês:

$$x_A + x_B \leq 100$$

- Não se pode exceder 210 mg/l de CBO_5 :

$$0.7x_A + 3.5x_B \leq 210 \quad \text{— cenário sem estação de tratamento}$$

ou

$$0.6x_A + 3.0x_B \leq 210 \quad \text{— cenário com estação de tratamento}$$

- o objectivo que norteia as nossas decisões, que neste caso será o lucro da empresa:

$$2x_A + 4x_B - 280 \text{ (} 10^3 \text{ contos)} \quad \text{— cenário **sem** estação de tratamento}$$

ou

$$1.6x_A + 3.2x_B - 300 \text{ (} 10^3 \text{ contos)} \quad \text{— cenário **com** estação de tratamento}$$

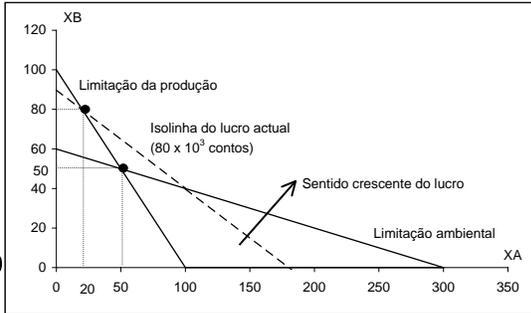
Slide 17

Slide 18

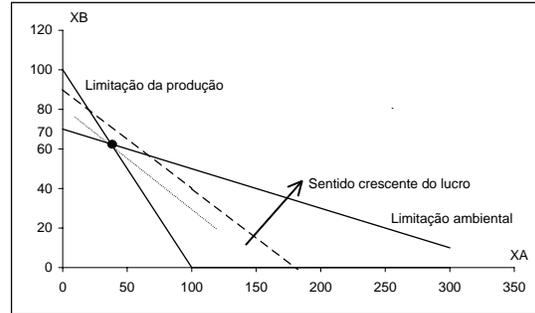
Para resolver o problema de achar a melhor solução (quantidades a produzir de cada tipo de produto) dentro de cada um dos cenários, o Eng. Luís Bela Vida achou útil representar os problemas graficamente num espaço a duas dimensões.

Representação gráfica do problema

Cenário sem estação de tratamento



Cenário com estação de tratamento



Slide 19

$$\begin{cases} 0.7x_A + 3.5x_B = 210 \\ x_A + x_B = 100 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_A = 50 \\ x_B = 50 \end{cases} \Rightarrow L = 300 - 280 = 20$$

Plano de produção com lucro (20 000 contos/mês) apesar de menor que o actual (80 000 contos/mês).

$$\begin{cases} 0.6x_A + 3x_B = 210 \\ x_A + x_B = 100 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x_A = 37.5 \\ x_B = 62.5 \end{cases} \Rightarrow L = -40$$

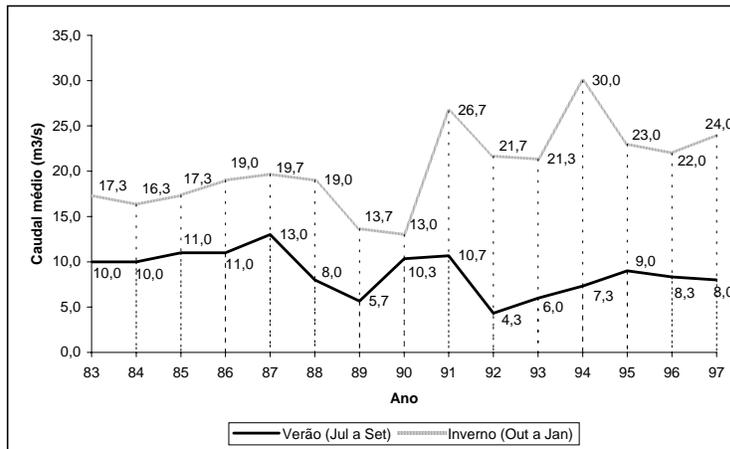
Plano de produção com prejuízo (40 000 contos/mês).

Recomendação do Eng. Luís Bela Vida: não instalação do sistema de tratamento e alteração do plano de produção nos meses de Verão.

Mas...

Porque é que, estando a Superterra a aplicar o seu plano de produção $x_A = 20$, $x_B = 80$ há mais 10 anos, só recentemente surgiu o problema da poluição do rio?

Caudais médios estivais e inverniais (m^3/s) nos últimos anos:



Slide 20

Em 1992 foi inaugurada uma nova captação de água para abastecimento urbano, pois o aumento do número de turistas nos meses de Verão conduziu a rupturas sistemáticas no abastecimento de água.

Análise da variação dos caudais

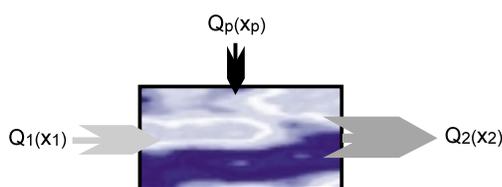
Comparação dos caudais estivais antes e depois da entrada em funcionamento da nova captação:

$$\frac{Q_{>91}}{Q_{\leq 91}} = \frac{7220 \text{ l/s}}{9960 \text{ l/s}} = 0.73$$

Próximo passo: encontrar uma estimativa para a carga de CBO₅ que seria possível lançar num caudal igual a $\frac{1}{0.73}$ vezes o actual.

Slide 21

Modelo do comportamento do rio face a uma descarga poluente, com base em equações de conservação da massa:



$$x_p \cdot Q_p + x_1 \cdot Q_1 = x_2 \cdot Q_2$$

- x_p – carga poluente lançada no rio por unidade de caudal;
- Q_p – caudal lançado pela fonte poluente no rio;
- x_1 – carga poluente trazida pelo rio (por unidade de caudal) a montante da descarga poluente;
- Q_1 – caudal do rio a montante da descarga poluente;
- x_2 – carga poluente no rio (por unidade de caudal) a jusante da descarga poluente;
- Q_2 – caudal do rio a jusante da descarga poluente ($Q_2 = Q_1 + Q_p$)

Recolhendo mais alguma informação:

- $Q_p = 80$ l/s (caudal da descarga poluente — igual nos últimos 10 anos);
- $x_1 = 10$ uni. CBO₅ (poluição a montante da Superterra);

a que se adiciona os 210 CBO₅ que se pretende impôr para x_p e 7220 l/s como valor médio para Q_2 após a entrada em funcionamento da nova captação de água.

Slide 22

Então, para a situação actual, o valor máximo admissível para x_2 , para que não se sintam os efeitos da poluição, será:

$$x_2 = \frac{210 \times 80 + 10 \times 7220}{7220 + 80} = 12.2$$

No passado o caudal era maior: em média $Q_1 = 9960$.

↓

Assumindo Q_p constante, Q_2 também seria maior.

↓

x_2 também poderia ser maior sem que se sentisse poluição.

Vamos no entanto assumir o caso mais desfavorável de, no passado, x_2 não poder exceder também os 12.2 mg/l de CBO_5 .

$$x_p \times 80 + 10 \times 9960 = 12.2 \times (9960 + 80) \Leftrightarrow x_p = 286$$

Com os caudais do passado o rio era capaz de receber uma carga poluente muito semelhante à actualmente gerada pela Superterra — 294.

Slide 23

O aumento de turistas implicou o aumento de poluição no rio!

Solução do Eng. Luís Bela Vida: Repartir os custos da necessária alteração de produção de (20,80) para (50,50) pela SuperTerra e pelos operadores turísticos.

- Lucro actual: $2 \times 20 + 4 \times 80 - 280 = 80$ (10^3 contos/mês)
- Lucro após alteração: $2 \times 50 + 4 \times 50 - 280 = 20$ (10^3 contos/mês)

Considerando os 3 meses de Verão o prejuízo por ano será de 180000 contos (por sinal muito inferior ao resultante da introdução da estação de tratamento...).

A aplicação das soluções

Reuniões + reuniões + reuniões + reuniões + ...

- Os operadores turísticos não aceitaram cobrir parcialmente os prejuízos por entenderem ser obrigação legal do município proporcionar boa qualidade ambiental.
- A Superterra recusou-se alterar a produção pois considerou que o interessante relatório do Eng. Luís Bela Vida mostrava que a causa do aumento da poluição era a redução do caudal do rio, de que eles não eram responsáveis.

Slide 24

O município acabou por deliberar:

- Impôr a redução de produção à Superterra nos meses de Julho, Agosto e Setembro.
- Aplicar uma taxa adicional à actividade turística a fim de compensar os custos adicionais do abastecimento de água.

E o que aconteceu?

- A poluição começou gradualmente a diminuir e o turismo voltou a florescer.
- O Eng. Luís Bela Vida foi contratado como assessor do Presidente da Câmara para o ambiente.

Slide 25

Dois anos mais tarde...

O Presidente chama o Eng. Luís Bela Vida ao seu gabinete e confia-lhe pessoalmente um novo dossier: o excesso de turistas estava a criar situações de insuficiência de abastecimento de água à população nos meses mais secos!

Metodologia da Investigação Operacional

Transparências de apoio à leccionação de aulas teóricas

Slide 26

Maria Antónia Carravilla
José Fernando Oliveira

Método da Investigação Operacional

Fases do método

1. Formulação do problema
2. Construção de um modelo
3. Obtenção da solução
4. Validação do modelo e teste da solução
5. Implementação da solução

Slide 27

Observações:

- sequência apresentada não é rígida;
- fases, depois de iniciadas, sobrepoem-se no tempo;
- há interacção contínua entre as várias fases;
- fases são mutuamente dependentes.

Método da Investigação Operacional

Razões para diversidade nas abordagens

Slide 28

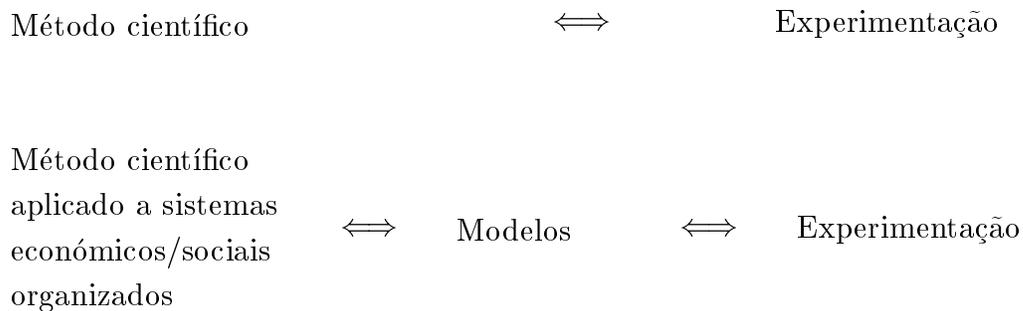
- Estrutura particular do problema em análise
- Contexto em que o problema ocorre
 - prazo para conclusão
 - dificuldade na obtenção de dados
- Composição do grupo que realiza o estudo

Método da Investigação Operacional

O Modelo como representação da realidade

Porque se usam modelos?

Slide 29



Método da Investigação Operacional

O Modelo como representação da realidade

Sistema real

- complexo;
- grande número de variáveis;
- interacção entre variáveis.

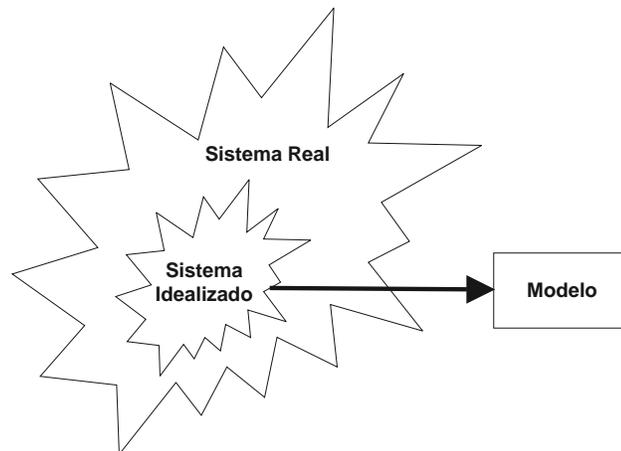
Modelo

- variáveis dominantes;
- simplificação da interacção entre as variáveis dominantes.

Slide 30

Sistema idealizado

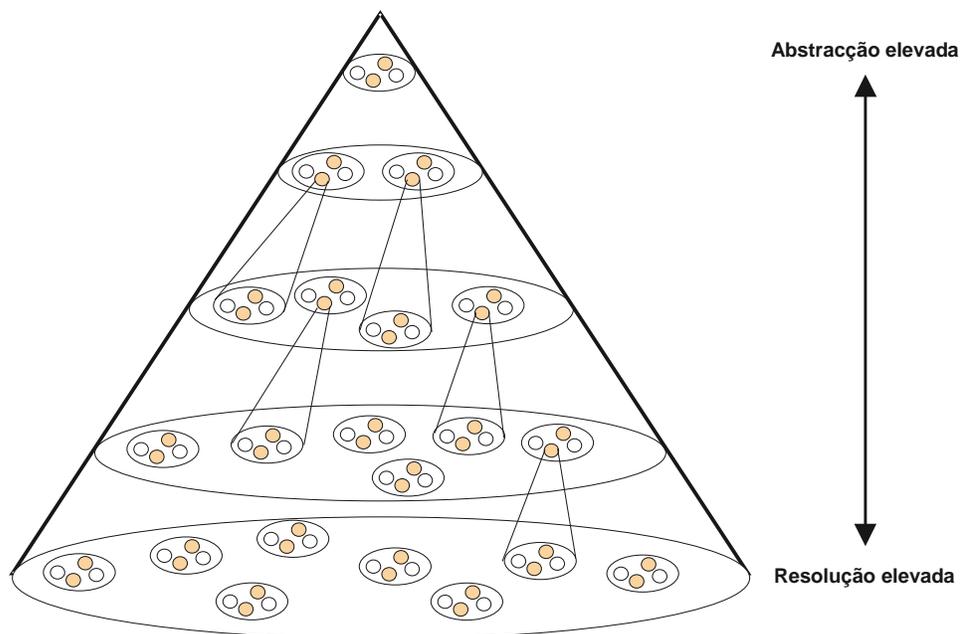
- concentração nas variáveis dominantes;
- interacção entre variáveis dominantes.



Método da Investigação Operacional

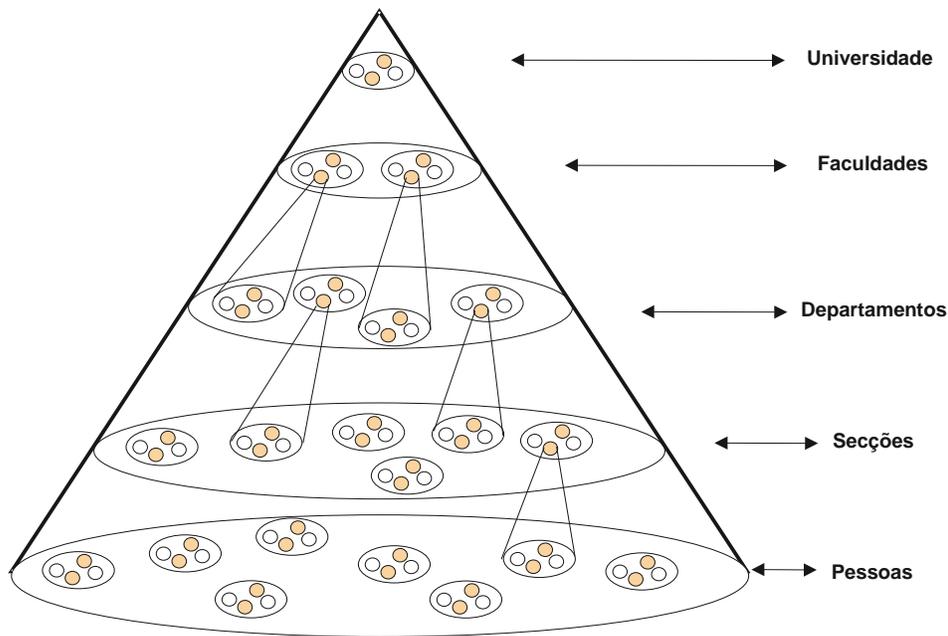
Cone de resolução (in Beer 1967)

Slide 31



Método da Investigação Operacional Cone de resolução (exemplo)

Slide 32



Método da Investigação Operacional Procedimento para representação de um sistema em análise

Slide 33

1. Construir um modelo
 - simples;
 - de dimensão reduzida.
2. Usar modelo para detectar subsistemas relevantes
 - máquinas onde é mais simples conseguir um aumento de produção;
 - sectores que correspondem a estrangulamentos, etc ...
3. Aumentar a resolução de subsistemas considerados relevantes.
4. Aumentar modelo ...

Quando se atinge a base do cone de resolução, já se focam apenas os subsistemas relevantes para o problema em causa.

Modelos de problemas de decisão

Quando é que há um problema de decisão?

Slide 34

- Quando existe pelo menos um indivíduo (agente de decisão) a quem o problema é atribuído;
- Quando existe mais do que uma linha de acção que esse agente pode seguir;
- Quando o agente de decisão tem pelo menos um objectivo a atingir quando opta por uma das decisões alternativas;
- Quando as alternativas de decisão não correspondem todas ao mesmo grau de satisfação do objectivo.

Modelos e técnicas usados em IO

Slide 35

- | | |
|------------------------------|--|
| • Modelos Estocásticos | • Modelos Determinísticos |
| – Teoria das Filas de Espera | – Programação Linear |
| – Teoria da Decisão | – Programação Inteira |
| – Teoria do Valor | – Análise de Dados |
| – Programação estocástica | – Programação Não-linear |
| – Teoria dos Jogos | – Optimização com Objectivos Múltiplos |
| – Simulação | – Programação Dinâmica |
| – Programação Dinâmica | – ... |
| – ... | |

Alguns domínios de aplicação da IO

Slide 36

- Previsão
- Marketing
- Economia e Finanças
- Gestão de Recursos Humanos
- Gestão de Stocks
- Planeamento da Produção
- Manutenção
- Localização
- Distribuição
- Processos Sequenciais
- Transportes
- Sistemas Urbanos
- Controlo de Processos Industriais
- Planeamento de Sistemas de Energia
- Recursos Hídricos
- Problemas Ambientais
- ...

Bibliografia

Slide 37

- Ferreira, José António Soeiro (1995). *Apontamentos de Investigação Operacional 1*. FEUP.
- Guimarães, Rui Campos (1979). *Metodologia da Investigação Operacional*. FEUP.
- Guimarães, Rui Campos (1983). *Introdução à Programação Linear*. FEUP.
- Guimarães, Rui Campos (1984). *Planeamento e Controlo de Projectos: Método CPM e extensões*. FEUP.
- Hillier, Frederick S. e Lieberman, Gerald (1995). *Introduction to Operations Research*, Mc Graw-Hill.
- Oliveira, José Fernando (1996). *Apontamentos de Investigação Operacional 1*. FEUP.

- Ravindram, Philips e Solberg (1987). *Operations Research, Principles and Practice*. John Wiley & Sons.
- Taha, Hamdy A. (1997). *Operations Research, an Introduction*. Prentice Hall.
- Tavares, L. V., Oliveira, R. C., Themido, I. H., Correia, F. N. (1997). *Investigação Operacional*. Mc Graw-Hill.

Slide 38