

FOLHAS DE PROBLEMAS

Estado sólido e estado líquido

Física dos Estados da Matéria

2002/03



Licenciatura em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

5ª FOLHA DE PROBLEMAS DE FEM

1. Admita que, em resultado de uma colisão, o electrão de um átomo de hidrogénio é excitado para o segundo estado excitado ($n = 3$). Determine a energia e o comprimento de onda dos fotões emitidos quando o electrão transita para o primeiro estado excitado ($n = 2$) e seguidamente para o estado base ($n = 1$).

2. Determine os comprimentos de onda das quatro primeiras linhas da série de Lyman.

3. Qual é a velocidade de um electrão de um átomo de hidrogénio em cada uma das duas menores órbitas permitidas ($n=1$ e $n=2$)?

4. Um átomo de hidrogénio está inicialmente no segundo estado excitado.
 - a) Qual é o maior comprimento de onda de radiação que pode absorver?
 - b) Qual é o menor comprimento de onda de radiação que pode absorver sem ionizar o átomo?

5. A função de onda, num determinado instante, de uma partícula é dada por

$$\psi(x, t) = A e^{-b|x|} e^{ict}$$

onde $-\infty < x < \infty$ e A , b e c são constantes reais. A partir da condição de normalização da função de onda, determine a relação entre A e b .

6. Mostre que se $\varphi_a(x)$ e $\varphi_b(x)$ forem soluções da equação de Schrödinger independente do tempo para um determinado potencial, a função de onda $\varphi(x) = A\varphi_a(x) + B\varphi_b(x)$, onde A e B são constantes, é também uma solução.

Nota: Isto significa que o princípio da sobreposição é válido.

7. De acordo com o princípio da sobreposição, qualquer combinação linear de funções de onda é ainda uma solução da equação de Schrödinger. Admita que uma partícula no interior de uma caixa de lado L se encontra num estado que é uma combinação do estado base e do primeiro estado excitado de tal forma que

$$\varphi(x) = \frac{1}{2}\varphi_1(x) + \frac{\sqrt{3}}{2}\varphi_2(x)$$

Determine a distribuição de probabilidade para esta função de onda e verifique que está correctamente normalizada.

8. Mostre que as funções de onda para uma partícula numa caixa de lado L são ortogonais.

Nota: Duas funções de onda $\varphi_n(x)$ e $\varphi_m(x)$ são ortogonais se

$$\int_0^L \varphi_n(x)\varphi_m(x)dx = 0 \quad \text{para } n \neq m$$

9. Considere uma partícula numa caixa de lado L . Sabendo que a partícula se encontra no estado base, determine a probabilidade de a partícula se encontrar na região $0 < x < L/4$.

6ª FOLHA DE PROBLEMAS DE FEM

1. Considere a ligação de van der Waals no argon sólido. A energia potencial é função da distância interatômica e pode ser descrita pela curva de energia potencial 6-12 de Lennard-Jones, isto é:

$$E(r) = -\frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}}$$

onde A e B são constantes. Admitindo que $A=1.037 \times 10^{-77} \text{ Jm}^6$ e $B=1.616 \times 10^{-134} \text{ Jm}^{12}$, calcule o comprimento da ligação e a energia de ligação (em J e em eV) para o Ar sólido.

2. Admitindo que a energia potencial pode ser descrita pela curva 6-12 de Lennard-Jones, $E(r) = 4\epsilon \left[-(\sigma/r)^6 + (\sigma/r)^{12} \right]$, e usando os dados apresentados na tabela seguinte, determine
- a) a energia potencial de dois átomos isolados de hélio, quando a distância interatômica é: **i)** $4.0 \times 10^{-10} \text{ m}$; **ii)** $2.87 \times 10^{-10} \text{ m}$; **iii)** $2.0 \times 10^{-10} \text{ m}$;
- b) a força interatômica entre dois átomos isolados de Xe, quando a distância interatômica é: **i)** $5.0 \times 10^{-10} \text{ m}$; **ii)** $4.57 \times 10^{-10} \text{ m}$; **iii)** $3.0 \times 10^{-10} \text{ m}$.

Elemento	$\epsilon/10^{-21} \text{ (J)}$	$\sigma/10^{-10} \text{ (m)}$
He	0.141	2.56
Ne	0.492	2.75
Xe	3.10	4.07
N ₂	1.25	3.70

3. A energia potencial pode também ser descrita pelo modelo de Morse:

$$E(r) = E_c \left[e^{-2(r-r_c)/a} - 2e^{-(r-r_c)/a} \right]$$

onde E_c , r_c , e a são constantes.

- a) Mostre que o modelo de Morse efectivamente descreve a interacção interatómica através da representação gráfica de $E(r)/E_c$ em função de r/a quando $r_c=2a$.
- b) Qual é a distância de equilíbrio r_0 ?
- c) Calcule a força restauradora para um valor de r ligeiramente diferente de r_0 .

4. A expressão da energia potencial entre 2 átomos isolados, em função da distância r que os separa, é

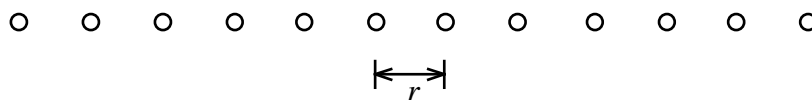
$$E_p(r) = -Ae^{-\frac{r}{a}} + Be^{-\frac{2r}{a}}$$

onde A , B e a são constantes positivas.

- a) Determine o comprimento de equilíbrio e o valor da energia de ligação.
- b) Mostre que o módulo de Young para um material constituído por átomos deste tipo é dado por

$$E = \frac{A^2}{2a^3 B \ln\left(\frac{2B}{A}\right)}$$

- c) Considere uma cadeia (unidimensional) muito longa de átomos deste tipo. Calcule a energia potencial de um átomo qualquer deste sistema.



NOTA: $1 + y + y^2 + y^3 + \dots = \frac{1}{1-y}$ (se $|y| < 1$)

5. Considere uma cadeia muito longa de $2N$ iões de carga $\pm q$, dispostos alternadamente. Sabendo que a energia potencial de interacção entre dois iões isolados de carga q_1 e q_2 , separados por uma distância r , obedece a

$$E_p = \frac{Aq_1q_2}{r} + \frac{B}{r^2}$$

onde A e B são constantes,

- a) mostre que para a cadeia de iões

$$E_p = 2N \left(-\frac{Aq^2 \ln 2}{r} + \frac{B\pi^2}{6r^2} \right)$$

b) determine a energia de ligação da cadeia de iões.

NOTA: $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$

6. No argon sólido, a ligação de Van der Waals entre dois átomos pode ser descrita por meio da curva de energia potencial 6-12 de Lennard-Jones:

$$E(r) = -\frac{A}{r^6} + \frac{B}{r^{12}}$$

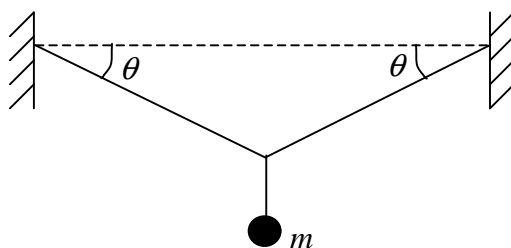
onde A e B são constantes e r é a distância interatômica. Determine:

- o comprimento da ligação;
- a energia da ligação entre dois átomos;
- o módulo de Young de um material constituído por átomos da espécie indicada.

7ª FOLHA DE PROBLEMAS DE FEM

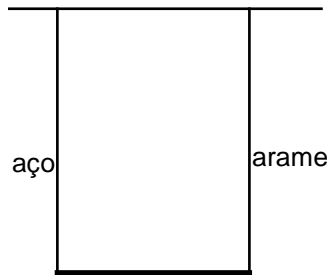
1. Um arame de aço de módulo de Young E e peso desprezável tem uma secção transversal com área A . Inicialmente, o arame é colocado na horizontal, entre dois postes, sendo a tensão desprezável. Suspende-se então um objecto de massa m pelo ponto médio do arame, o qual faz ceder o arame, tal como esquematizado na figura. Mostre que o ângulo θ representado na figura é dado pela equação

$$2 \sin \theta (\sec \theta - 1) = \frac{mg}{EA}$$



2. Dois fios, um de aço e outro de arame, cada um com 2 m de comprimento e 0.2 mm de diâmetro, pendem na vertical de um suporte rígido. As extremidades inferiores dos fios suportam uma barra muito leve de 50 cm de comprimento, colocada na horizontal, tal como mostra a figura seguinte.
- a) Que massa deve ser colocada sobre esta barra para que ambos os fios sofram um alongamento de 5 mm?
- b) A que distância do fio de aço deve essa massa ser colocada?

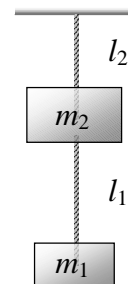
(NOTA: módulo de Young do aço: 2×10^{11} N/m²; módulo de Young do arame: 1×10^{11} N/m²)



3. Um telhado com 1.6×10^5 Kg de massa é suportado de igual forma por 6 postes de aço de 3.6 m de comprimento cada.
- Se a tensão máxima permitida para o aço for 2×10^8 N/m², determine a área mínima da secção transversal de cada poste;
 - Calcule a variação de comprimento de cada poste quando se instala o telhado.

(NOTA: módulo de Young do aço: 2×10^{11} N/m²)

4. Duas massas $m_1 = 4$ kg e $m_2 = 7$ kg são mantidas por barras de secção circular dum certo material de $E = 2.1 \times 10^5$ MPa. Os comprimentos iniciais das barras eram $l_1 = 6$ cm e $l_2 = 3$ cm. A tensão máxima de tracção permissível é $\tau_{MAX} = 200$ MPa. Supondo desprezável o peso das barras, determine o diâmetro necessário da secção transversal das barras em cada troço e calcule os alongamentos sofridos pelas barras.



5. Calcular o comprimento máximo que uma barra de aço pode ter para suportar, com segurança, o seu próprio peso. Calcular o comprimento necessário para haver ruptura.

Dados: Tensão admissível: 1×10^3 kgf/cm²

Tensão de ruptura: 4×10^3 kgf/cm²

Peso específico: 8×10^3 kgf/m³

6. Um fio de um certo material, de 2 metros de comprimento e 4 mm de diâmetro, está sob a acção de forças tractivas de 400 N .

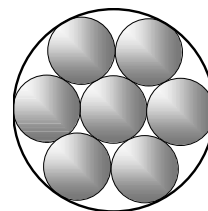
a) De quantos por cento aumenta o seu comprimento?

b) De quantos por cento diminui o seu diâmetro?

Dados: $E = 2 \times 10^{12} \text{ dine/cm}^2$

$$\sigma = 0.4$$

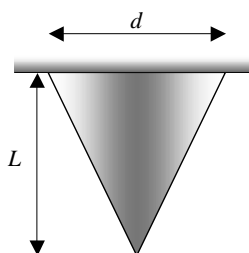
7. Considere um cabo de aço como o representado na figura. O seu diâmetro é 6 cm. O módulo de Young do aço é $E = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$. Calcule o alongamento sofrido pelo cabo supondo que o seu comprimento é 10 m e que é submetido a uma força tractiva de $5 \times 10^3 \text{ kgf}$. O diâmetro de cada cabo interior é 2 cm.



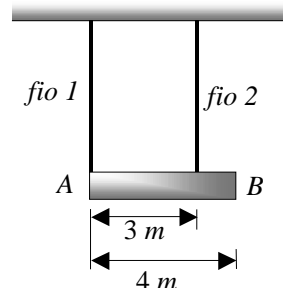
8. Verificar que o alongamento de uma peça cónica de comprimento inicial L , diâmetro de base d ($d \ll L$), peso específico ρ e módulo de Young E é dado por

$$\Delta L = \frac{\rho L^2}{6E}$$

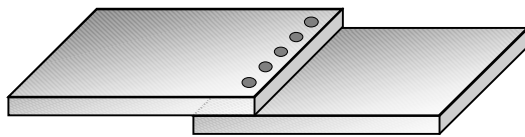
Nota: Supõe-se o peso distribuído uniformemente em cada secção.



9. Uma barra rígida AB , homogénea, de 4 m de comprimento e pesando 900 kgf é suportada por dois fios verticais feitos de um material cujo módulo de Young é $E = 2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$. Cada fio tem 10 mm^2 de secção. O fio 1 tinha 4 m de comprimento antes de se suspender a barra. Determine qual deverá ser o comprimento inicial do fio 2 de modo a que a barra fique horizontal.

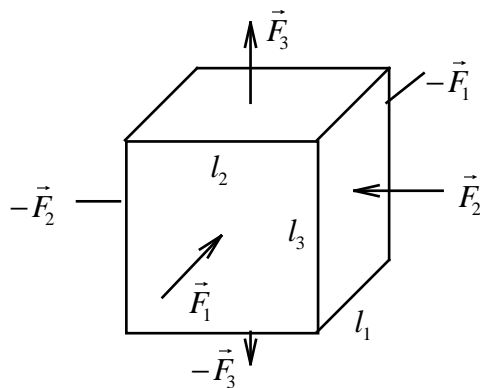


10. Duas tiras de metal são rebitadas nas suas extremidades por meio de rebites com um diâmetro de 6.3 mm . Qual deve ser o número de rebites a usar, sabendo que a tensão de corte nos rebites não deve exceder 700 kgf/cm^2 e que a força de tracção máxima a exercer nessa união é de 800 kgf ?



11. Considere o sólido representado na figura, feito de um material com módulo de Young igual a $2 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ e coeficiente de Poisson igual a 0.33 . Perpendicularmente às faces do sólido são aplicadas forças, tal como esquematizado, que, em faces opostas, têm a mesma direcção e sentidos contrários. Sabendo que $l_1=2 \text{ cm}$; $l_2=1.6 \text{ cm}$; $l_3=2.8 \text{ cm}$; $F_1=940 \text{ kgf}$; $F_2=670 \text{ kgf}$ e $F_3=730 \text{ kgf}$,

- determine o valor da tensão em cada uma das faces do sólido.
- Devido à aplicação deste sistema de forças, cada uma das arestas do paralelepípedo sofre uma variação no seu comprimento. Supondo que a lei de Hooke é válida e que o princípio da sobreposição se aplica, calcule as variações de comprimento sofridas por cada uma das arestas.
- Determine a variação relativa de volume sofrida pelo sólido.



8ª FOLHA DE PROBLEMAS DE FEM

1.

- a) Mostre que a concentração de electrões livres por unidade de volume num metal de densidade d é dada por

$$n = \frac{N_A d \nu}{M}$$

onde N_A é o número de Avogadro, M a massa molar dos átomos que constituem o metal e ν o número de electrões livres que cada átomo cede para a ligação metálica.

- b) Utilizando o resultado da alínea anterior, calcule a mobilidade de deriva no cobre à temperatura ambiente. A densidade do cobre é 8.93 gcm^{-3} , o seu átomo-grama é 63.5 g , e a sua condutividade $5.9 \times 10^7 \text{ } \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$.
- c) Calcule a mobilidade dos electrões livres no alumínio, sabendo que a sua densidade é 2.70 gcm^{-3} e que a sua resistividade é $3.44 \times 10^{-6} \text{ } \Omega \text{ cm}$. Considere que cada átomo de alumínio cede três electrões livres.

2. Um fio de cobre, de condutividade $\sigma = 5.88 \times 10^7 \text{ } \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$, tem diâmetro igual a 1.0 mm e comprimento $l = 2.0 \text{ m}$. Sabendo que o número de electrões livres por unidade de volume no cobre é $8.47 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$, determine, quando o fio transporta uma corrente contínua de valor 5.0 A ,

- a) a velocidade de deriva dos electrões;
- b) o tempo que um electrão demora a percorrer o fio de uma extremidade à outra.

3. A massa efectiva de um electrão no cobre é $m^* = 1.3m$, onde $m = 9.11 \times 10^{-28} \text{ g}$ é a massa do electrão. Determine, para a temperatura do zero absoluto,

- a) a energia de Fermi para os electrões livres no cobre;

- b) a energia média por electrão;
- c) a velocidade média dos electrões;
- d) o tempo que um electrão, movimentando-se em linha recta com a velocidade calculada na alínea anterior, demoraria a percorrer um distância de 2.0 m . Compare com o resultado do problema anterior.
4. Calcule a energia de Fermi para o mar de electrões livres no lítio, sabendo que a massa efectiva dos electrões neste metal é $m^* = 2.2m$, onde $m = 9.11 \times 10^{-28}\text{ g}$ é a massa do electrão, e que a densidade de electrões livres é $4.7 \times 10^{28}\text{ m}^{-3}$.
5. Um fio condutor de diâmetro D e comprimento L é feito de um material de densidade d e massa molar M . Admita que existe 1 electrão livre por átomo e que a massa efectiva dos electrões neste material é aproximadamente igual à massa m do electrão.
- a) Detemine a concentração de electrões livres por unidade de volume do material.
- b) Escreva a expressão para a máxima energia dos electrões livres à temperatura do zero absoluto.
- c) Calcule a fracção de electrões livres com energias compreendidas entre 0 e metade da energia máxima quando $T=0\text{ K}$.
- d) Estime o tempo necessário para que um electrão percorra o fio de uma extremidade à outra quando este é atravessado por uma corrente eléctrica de intensidade I .
6. Um fio de cobre de diâmetro 1.03 mm tem uma resistência igual a $6.51\ \Omega$ por 1000 ft ($1\text{ ft} = 0.3048\text{ m}$). Sabendo que a concentração de electrões livres no cobre é $8.47 \times 10^{28}\text{ m}^{-3}$, determine, quando a corrente que percorre o fio tem o valor 2 A
- a) a velocidade de deriva dos electrões;
- b) a condutividade do cobre;
- c) a mobilidade do cobre.

7. A resistividade de um material varia linearmente com a temperatura de acordo com a relação $\rho = AT + B$. Se α_1 for o coeficiente da variação da resistividade com a temperatura à temperatura T_1 , e α_0 o mesmo coeficiente à temperatura T_0 , mostre que

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_0}{1 + \alpha_0(T_1 - T_0)}$$

9ª FOLHA DE PROBLEMAS DE FEM

1. Calcule a resistividade eléctrica do silício a 300 K, sabendo que a concentração intrínseca a esta temperatura é $1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$.

(NOTA: Use $\mu_n = 0.135 \text{ m}^2 / \text{Vs}$ e $\mu_p = 0.048 \text{ m}^2 / \text{Vs}$)

2. A resistividade eléctrica do silício à temperatura de 300 K é $\rho = 2.3 \times 10^3 \Omega \text{m}$. Sabendo que para o silício a energia da banda proibida tem o valor 1.1 eV, determine a sua condutividade eléctrica quando $T=473 \text{ K}$.

3. Admitindo que a concentração de electrões na banda de condução de uma amostra de silício é dada por $n = Ce^{-E_g/2KT}$, onde $C = 2 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$, estime o número de electrões por metro cúbico a uma temperatura de 300 K.

Nota: Considere $E_g = 1.11 \text{ eV}$.

4. Admitindo que as mobilidades dos electrões e das lacunas não variam com a temperatura, determine a temperatura à qual a condutividade do germânio é o dobro da sua condutividade a 300 K.

Nota: Para o germânio $E_g = 0.67 \text{ eV}$.

5. Uma amostra de silício é dopada com 10^{21} átomos de fósforo por metro cúbico. Admitindo que à temperatura ambiente os átomos doadores se encontram completamente ionizados e $n_i = 1.5 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$, calcule

- a) a concentração de cargas maioritárias;
- b) a concentração de cargas minoritárias;
- c) a resistividade eléctrica deste semiconductor.

(NOTA: Use $\mu_n = 0.135 \text{ m}^2 / \text{Vs}$ e $\mu_p = 0.048 \text{ m}^2 / \text{Vs}$)

6. Uma amostra de silício, à qual foram adicionados átomos de fósforo, tem uma resistividade eléctrica a 27^0 C igual a $8.33 \times 10^{-5} \Omega m$. Sabendo que $\mu_n = 0.135 m^2 / Vs$ e $\mu_p = 0.048 m^2 / Vs$, determine a concentração de cargas maioritárias. Admita que à temperatura ambiente todas as impurezas estão ionizadas.
7. Uma amostra de silício é dopada com 1.4×10^{16} átomos de boro por centímetro cúbico e 1.0×10^{16} átomos de fósforo por centímetro cúbico. Admitindo que as impurezas se encontram completamente ionizadas e sabendo que para o silício $n_i = 1.5 \times 10^{16} m^{-3}$, calcule as concentrações de equilíbrio de electrões livres e de lacunas.
8. A banda proibida no germânio é $E_g = 0.67 eV$ e a concentração intrínseca de cargas a 300K é $n_i = 2.5 \times 10^{19} m^{-3}$. Determine
- a) a concentração de átomos aceitadores que devem ser adicionados ao germânio para se obter uma concentração de lacunas igual a $4.0 \times 10^{19} m^{-3}$;
 - b) a densidade de electrões livres nas condições da alínea anterior;
 - c) a diferença entre o nível de Fermi correspondente e o nível de Fermi para o germânio intrínseco.

10ª FOLHA DE PROBLEMAS DE FEM

1. Numa amostra semicondutora em equilíbrio verifica-se que a diferença entre o nível de Fermi e o nível de Fermi intrínseco é dada por $E_F - E_{Fi} = CxKT$, onde C é uma constante positiva e $0 < x < L$, sendo L o comprimento da amostra, K a constante de Boltzmann e T a temperatura absoluta.

- a) De que tipo é esta amostra?
- b) Determine as concentrações de cargas maioritárias e minoritárias.
- c) Mostre que se verifica $N_D - N_A = n_i(e^{Cx} - e^{-Cx})$.
- d) Determine o campo eléctrico gerado interiormente nesta amostra.

2. Com o objectivo de aumentar a condutividade de uma amostra semicondutora intrínseca, são-lhe adicionadas impurezas dadoras.

- a) De que tipo é o semicondutor resultante? Indique quais são as cargas maioritárias e minoritárias.
- b) Se admitirmos que $\mu_n = \mu_p$, e pretendermos obter $\sigma = \alpha\sigma_i$, em que σ_i é a condutividade da amostra antes da adição de impurezas e onde $\alpha > 1$, mostre que a concentração de electrões livres é dada por

$$n = n_i \left(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1} \right),$$

sendo n_i a concentração intrínseca de cargas.

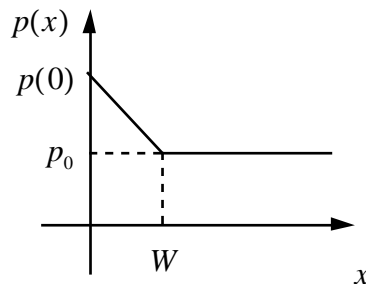
- c) Nas condições da alínea anterior, verifique que a concentração de átomos dadores deverá ser

$$N_D = 2n_i \sqrt{\alpha^2 - 1}.$$

3. A concentração de lacunas numa amostra semicondutora varia com a distância x da forma ilustrada na figura. Sabendo que $p(0)/p_0 = 2$, determine

- a) a corrente de difusão correspondente;

- b) o campo eléctrico gerado no interior da amostra quando não lhe é aplicado nenhum campo eléctrico exterior;
- c) a diferença de potencial entre os pontos $x = 0$ e $x = W$.



4. Um dispositivo semiconductor é constituído por uma junção de um semiconductor intrínseco de silício e um semiconductor de silício dopado com átomos aceitadores. Sabendo que a concentração intrínseca de cargas no silício é $n_i = 1.5 \times 10^{16} m^{-3}$ e que a diferença de potencial entre os extremos da zona de transição é 0.05V para $T=300K$, determine a concentração de átomos aceitadores no lado p.
5. Um dispositivo semiconductor é constituído por uma junção de uma amostra de silício dopada com 10^{20} átomos aceitadores por metro cúbico com outra amostra de silício dopada com 7×10^{21} átomos dadores por metro cúbico. Qual é a diferença de potencial entre os extremos da zona de transição à temperatura de 300 K?
6. Sabendo que a corrente que percorre um díodo polarizado inversamente é $-1 \times 10^{-5} A$, determine a corrente que o atravessa quando ele é polarizado directamente com uma tensão igual a
- 0.05V;
 - 0.1V;
 - 0.15V.

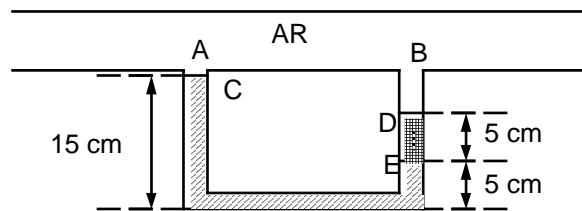
NOTA: Considere $T=300K$.

7. Suponha que a corrente num díodo é I quando uma tensão directa V lhe é aplicada, e é 0.1% de I quando a mesma tensão V lhe é aplicada inversamente. Qual é o valor de V ? Admita que a temperatura é 300 K e que a tensão inversa aplicada satura o díodo.

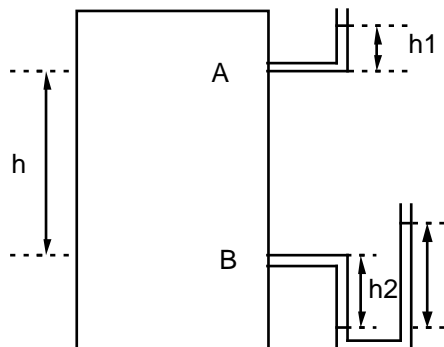
8. O díodo não satisfaz a lei de Ohm (a tensão V e a corrente I não são proporcionais). Contudo, pode definir-se a sua resistência eficaz $R=V/I$. Esboce o gráfico da resistência eficaz em função de V .

11ª FOLHA DE PROBLEMAS DE FEM

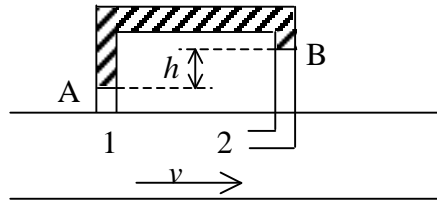
1. A figura esquematiza uma conduta por onde passa ar. Sabendo que os pontos A e B estão à mesma pressão e que a densidade d do líquido contido entre os pontos D e E é 0.7, determine a densidade d_m do outro fluido no tubo manométrico. (Suponha o peso do ar desprezável)



2. Num laboratório subterrâneo encontra-se o reservatório representado na figura, o qual contém um líquido de massa específica $\mu_L=2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Sabendo que a aceleração da gravidade medida no laboratório é $g=11 \text{ m/s}^2$ e que o manômetro inferior utiliza um líquido de densidade $d_M=4$,
- a) exprima o valor do desnível l em função dos parâmetros representados na figura.
- b) O reservatório é medido num dispositivo que lhe comunica uma aceleração vertical, de baixo para cima, de 4 m/s^2 . Calcule a diferença entre os valores da pressão medidos nos manômetros durante a aceleração.



3. Na figura está representado um tubo de Pitot. O líquido do tubo e fluido na conduta horizontal têm pesos específicos $\gamma_m=750\text{kgf/m}^3$ e $\gamma_f=10^3\text{kgf/m}^3$, respectivamente. Sabendo que o desnível h no tubo manométrico é de 15cm, determine o valor da velocidade v de escoamento do fluido no interior da conduta.



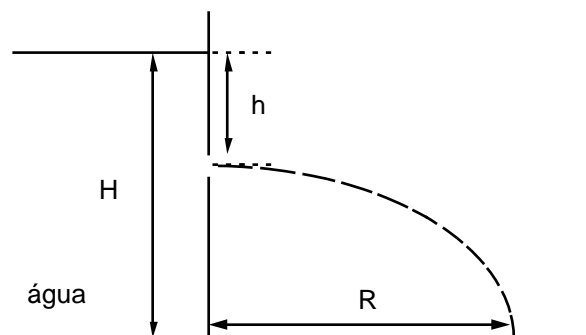
4. Num certo ponto de um tubo horizontal onde se escoia um fluido incompressível, a pressão manométrica é p_1 , e noutro ponto do mesmo tubo é p_2 . Se as áreas das secções do tubo nesses pontos forem S_1 e S_2 , respectivamente, mostre que a expressão do caudal no tubo é

$$Q = \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (p_1 - p_2) \frac{S_2^2}{1 - (S_2/S_1)^2}}$$

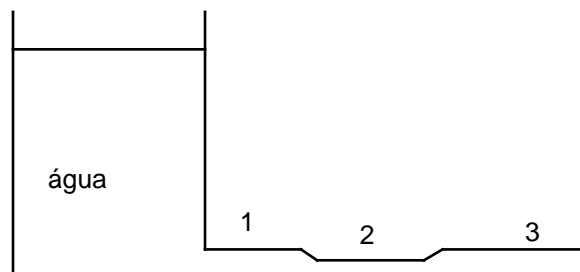
onde γ é o peso específico do fluido incompressível.

5. O nível de água num grande reservatório aberto, de paredes verticais, tem altura H . Faz-se um furo na parede à profundidade h (ver figura).

- A que distância R da base da parede atingirá o jacto de água o solo?
- A que altura a partir da base se deveria fazer um segundo furo de modo que o novo jacto de água atingisse o solo à mesma distância R ?
- A que distância da superfície livre do líquido deve ser feito um furo que maximize R ? Neste caso, qual o valor de R ?



6. Considere o reservatório e o sistema de canalização esquematizado na figura. O reservatório tem uma secção de área S e, inicialmente, a altura de água no reservatório é H . A área da secção de canalização em 1 e 3 é $S/5$. Determine em função do tempo:
- a expressão da altura de água no recipiente, $h(t)$;
 - o valor do caudal mássico, $Q_m(t)$;
 - o valor da pressão na posição 2, sabendo que neste ponto o tubo tem uma secção de área $S/10$.



SOLUÇÕES

5ª FOLHA

1. $\Delta E_{32} = 3.01 \times 10^{-19} \text{ J}; \lambda_{32} = 6.6 \times 10^{-7} \text{ m}; \Delta E_{21} = 1.63 \times 10^{-18} \text{ J}; \lambda_{21} = 1.22 \times 10^{-7} \text{ m}$

3. $2.19 \times 10^6 \text{ m/s}; 1.09 \times 10^6 \text{ m/s}$

1. $18760 \text{ \AA}; 8206 \text{ \AA}$

2. $A = \sqrt{b}$

7. $|\psi(x,t)|^2 = \frac{1}{2L} \sin^2\left(\frac{\pi x}{L}\right) + \frac{3}{2L} \sin^2\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + \frac{\sqrt{3}}{L} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \cos\left[\frac{(E_2 - E_1)t}{\hbar}\right]$

9. 0.0908

6ª FOLHA

1. $r_0 = 3.82 \times 10^{-10} \text{ m}; E_0 = 1.664 \times 10^{-21} \text{ J} = 0.0104 \text{ eV}$

2. a) i) $-3.7 \times 10^{-23} \text{ J}$ ii) $-1.41 \times 10^{-22} \text{ J}$ iii) $8.43 \times 10^{-21} \text{ J}$

b) i) $-1.81 \times 10^{-11} \text{ N}$; ii) $-1.68 \times 10^{-13} \text{ N}$; iii) $1.77 \times 10^{-8} \text{ N}$

3. b) $r_0 = r_c$

c) $F_T(r) \approx -\frac{2E_c}{a^2}(r - r_c)$

4. a) $r_0 = a \ln(2B/A)$; $E_0 = A^2/4B$

c) $E_p = -2A/(e^{T/a} - 1) + 2B/(e^{2T/a} - 1)$

5. b) $E_0 = (3N/B)(Aq^2 \ln 2/\pi)^2$

6. a) $r_0 = \sqrt[5]{2B/A}$

b) $E_0 = A^2/4B$

c) $E = (3A/B)^2 \sqrt{2AB}$

7ª FOLHA

2. a) 2.4Kg

b) 0.17m

3. a) $1.31 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

b) -3.6mm

4. $\phi_1 = 5 \times 10^{-4} \text{ m}$; $\phi_2 = 8.29 \times 10^{-4} \text{ m}$; $\Delta l_1 = 5.7 \times 10^{-5} \text{ m}$; $\Delta l_2 = 2.86 \times 10^{-5} \text{ m}$
5. $l_{MAX} = 1250 \text{ m}$; $l_{rup} = 5000 \text{ m}$
6. a) 0.016 %
b) -0.0064 %
7. $\Delta l \approx 1.14 \text{ mm}$
9. $l_2 = 399.4 \text{ cm}$
10. 4
11. a) $t_1 = -209.8 \text{ Kgf/cm}^2$; $t_2 = -119.6 \text{ Kgf/cm}^2$; $t_3 = 228.1 \text{ Kgf/cm}^2$
b) $\Delta l_1 = -2.46 \times 10^{-6} \text{ m}$; $\Delta l_2 = -1.01 \times 10^{-6} \text{ m}$; $\Delta l_3 = 4.72 \times 10^{-6} \text{ m}$
c) -1.75×10^{-5}

8ª FOLHA

1. b) $4.35 \times 10^{-3} \text{ m}^2/Vs$
c) $1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2/Vs$
2. a) $4.7 \times 10^{-4} \text{ m/s}$
b) 1.18 horas
3. a) 5.42 eV
b) 3.25 eV
c) $9.37 \times 10^5 \text{ m/s}$
d) $2.13 \mu s$
4. 2.16 eV
5. a) $n = N_A d / M$
b) $E_{F0} = (3\pi^2)^{2/3} (\hbar^2 / 2m) (N_A d / M)^{2/3}$
c) $\sqrt{2}/4$
d) $\Delta t = (\pi N_A e d L D^2) / (4MI)$
6. a) $1.77 \times 10^{-4} \text{ m/s}$
b) $5.61 \times 10^7 \Omega^{-1} m^{-1}$
c) $4.13 \times 10^{-3} \text{ m}^2/Vs$

9ª FOLHA

1. $2.28 \times 10^3 \Omega m$

2. $1.03 \Omega^{-1} m^{-1}$
3. $9.22 \times 10^{15} m^{-3}$
4. 318 K
5. a) $10^{21} m^{-3}$
 b) $2.25 \times 10^{11} m^{-3}$
 c) $0.0463 \Omega m$
6. $5.56 \times 10^{23} m^{-3}$
7. $n = 5.6 \times 10^{10} m^{-3}$; $p = 4 \times 10^{21} m^{-3}$
8. a) $2.44 \times 10^{19} m^{-3}$
 b) $1.56 \times 10^{19} m^{-3}$
 c) $-1.22 \times 10^{-2} eV$

10ª FOLHA

1. a) tipo n
 b) $n = n_i e^{Cx}$; $p = n_i e^{-Cx}$
 d) $E_{int} = -V_T C$
2. a) tipo n; cargas maioritárias: electrões; cargas minoritárias: lacunas
3. a) $\frac{eD_p p_0}{W}$ para $0 \leq x < W$
 b) $-\frac{V_T}{2W - x}$ para $0 \leq x < W$
 c) $-0.69V_T$
4. $1.008 \times 10^{17} m^{-3}$
5. 0.56 V
6. a) $5.9 \times 10^{-5} A$
 b) $4.7 \times 10^{-4} A$
 c) $3.3 \times 10^{-3} A$
7. 0.18 V

11ª FOLHA

1. 0.35
2. a) $l = (h + h_1 + h_2)/2$
 b) $3 \times 10^4 h$

3. 0.86 m/s

5. a) $R = 2\sqrt{h(H-h)}$

b) $h' = h$

c) $h = H/2$ e $R_{MAX} = H$

6. a) $h = \left(\sqrt{H} - \frac{t}{4} \sqrt{\frac{g}{3}} \right)^2$

b) $Q_m = \left(\sqrt{\frac{gH}{12}} - \frac{gt}{24} \right) \rho S$

c) $p_2 = p_0 - \frac{25}{8} \gamma h$