Exercícios para MATLAB

Sinais e Sistemas — 2002/2003
LEIC — FEUP

Maria Inês Carvalho
Aníbal Matos

Exercícios para MATLAB – Folha 1

Operações com números complexos

1. Calcule

   (**a**) $(1+j)^{20}$

   (**b**) $j(1+j)(2+j)(3+j)$

   (**c**) $(4-2j)^4(2-4j)^5 + \dfrac{1}{5+8j}$

   (**d**) $\dfrac{e^{j\frac{\pi}{3}}}{1+\sqrt{3}j}$

   (**e**) $\dfrac{3+4j}{(5j+9)+2e^{j\frac{\pi}{4}}}$

2. Exprima cada um dos resultados do exercício anterior na forma polar.

3. Sendo $z_1 = 2+j$ e $z_2 = 3e^{j\frac{2\pi}{3}}$, calcule

   (**a**) $\Re e(z_2^2)$

   (**b**) $|z_1 - 2j|$

   (**c**) $\angle(2+z_2)$

   (**d**) $\Im m(z_1 z_2^*)$

   (**e**) $\dfrac{z_1 + z_2^*}{2+z_2^2}$

Vectores

1. Considerando os vectores $u = (1, -2, \frac{3}{2}, \sqrt{3})$ e $v = (-4, \frac{1}{5}, 2, -1)$, calcule

   (**a**) $u - v$

   (**b**) $2u + \sqrt{2}\,(u - 3v)$

   (**c**) $(1+j)u + e^{j\frac{\pi}{6}}\,v$

2. Calcule os valores de cada uma das seguintes funções nos pontos $x_k = -2 + 0.5k, \quad k = 0, \ldots, 6$

   (**a**) $\sin(\pi x) + \sqrt{2+x}$

   (**b**) $x^2 + 1$

   (**c**) $\frac{x+1}{e^x+2}$

Gráficos

1. Desenhe o gráfico de cada uma das seguintes funções nos intervalos considerados

   (**a**) $\sin(x), \quad x \in [-2\pi, 2\pi]$

   (**b**) $x^2 + 2x - 4, \quad x \in [-3, 3]$

   (**c**) $\cos^2(2\pi t), \quad t \in [0, 4]$

   (**d**) $e^{-t}\sin(3t), \quad t \in [0, \pi]$

2. Represente simultaneamente no plano complexo os números complexos: $z_1 = 2 + j3$, $z_2 = -j$, $z_3 = 2e^{j8\pi/3}$ e $z_4 = 4e^{-j\pi/2}$.

3. Em cada uma das alíneas, represente no mesmo gráfico as funções indicadas

   (**a**) $\sin(t),\ \cos(t), \quad t \in [0, 4\pi]$

   (**b**) $\sin(t),\ \sin(t - \pi/2), \quad t \in [-2\pi, 2\pi]$

   (**c**) $e^t,\ e^{1.5t},\ e^{-t/3}, \quad t \in [-2, 2]$

Exercícios para MATLAB – Folha 2

Transformação de Variável Independente

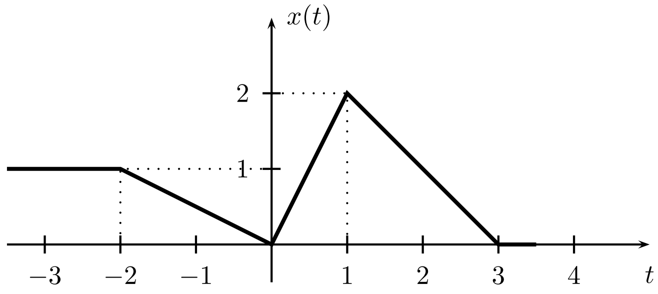
1. Represente os sinais de cada uma das seguintes alíneas no mesmo gráfico.

   (**a**) $\sin(t),\ \sin(t-1),\ \sin(t+\frac{1}{2})$

   (**b**) $\cos(t),\ \cos(1.5t),\ \cos(2t)$

   (**c**) $e^t,\ e^{-2t-1},\ e^{t-1}$

2. Considerando o sinal $x(t)$ da figura,



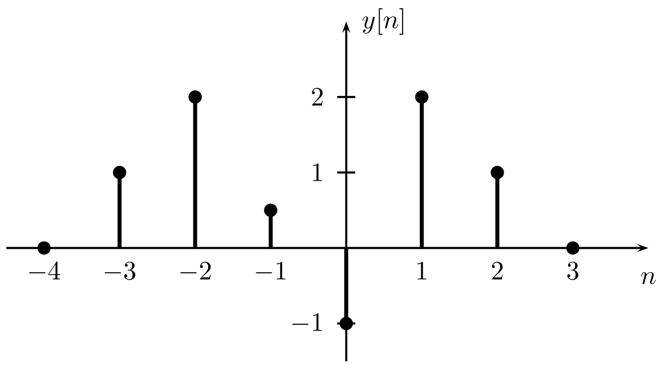
   represente graficamente:

   (**a**) $x(t-0.5)$

   (**b**) $x(-2t)$

   (**c**) $x(2t-3)$

3. Dado o sinal $y[n]$ da figura



   represente

   (**a**) $y[-n]$

   (**b**) $y[-2n+1]$

Energia de Sinais

1. Calcule a energia dos seguintes sinais

   (**a**) $x[n] = \begin{cases} \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right), & \text{se } -3 \leq n \leq 3 \\ 0, & \text{se } n < -3 \vee n > 3 \end{cases}$

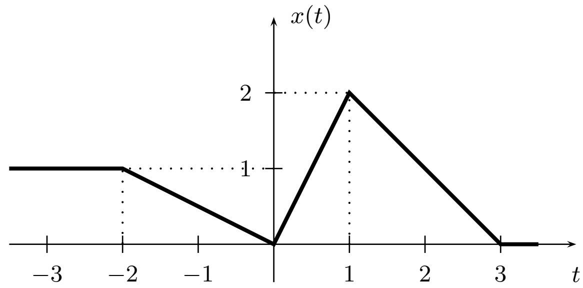
   (**b**) $y[n] = \begin{cases} 0.5^n, & \text{se } 0 \leq n \leq 5 \\ 0, & \text{se } n < 0 \vee n > 5 \end{cases}$

Exercícios para MATLAB – Folha 3

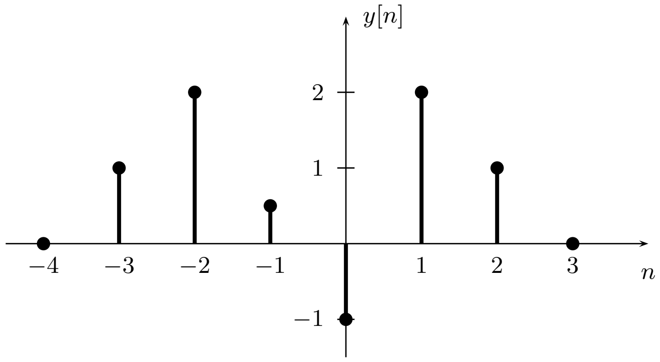
Decomposição em parte par e ímpar

1. Represente cada um dos seguintes sinais, bem como a sua parte par e a sua parte ímpar.
   - (**a**) $\sin(t + \frac{\pi}{4})$
   - (**b**) $1 + \sin(t)$
   - (**c**) $e^{0.1t}$

2. Determine e represente a parte par e a parte ímpar de cada um dos seguintes sinais.
   - (**a**)

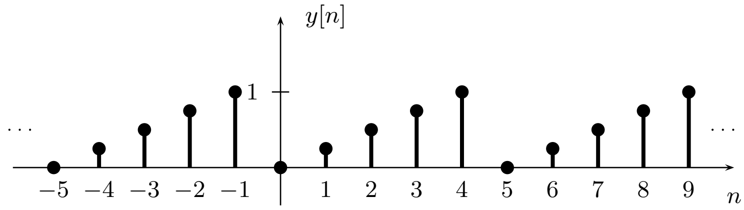


   - (**b**)



Sinais Periódicos: valor médio, potência média, valor eficaz

1. Para cada um dos sinais seguintes, identifique o seu período, calcule o seu valor médio, a sua potência média e o seu valor eficaz, e represente a sua componente alternada.
   - (**a**) $1 + \sin(n\pi/12)$
   - (**b**) $\sin(n\pi/20) + \sin^2(n\pi/10)$
   - (**c**) $e^{\sin(n\pi/5)}$
   - (**d**)

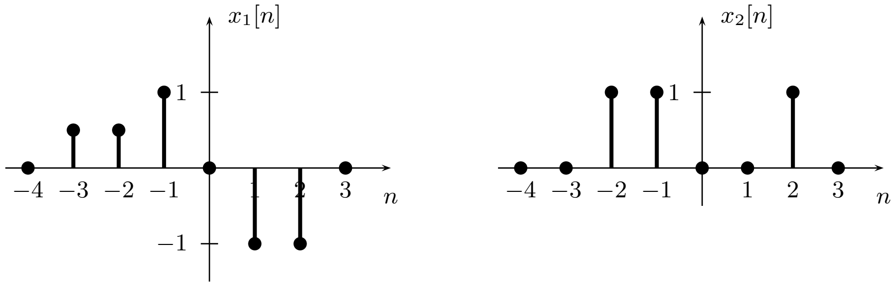


Exercícios para MATLAB – Folha 4

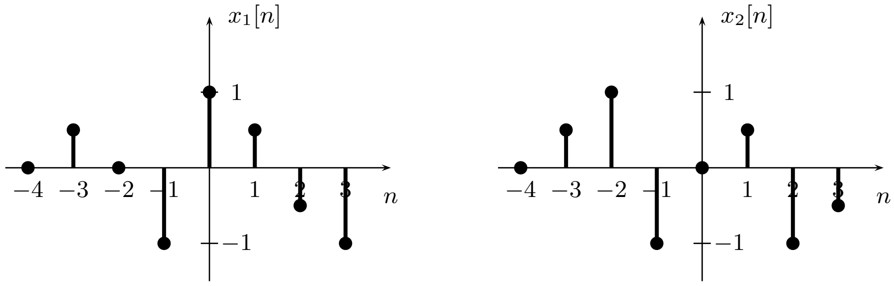
Convolução de sinais discretos (utilização da função `conv`)

1. Calcule e represente graficamente a convolução dos sinais indicados em cada alínea. Represente convenientemente o eixo da variável independente.

(a)



(b)



(c)

$$x_1[n] = u[n+2] - u[n-2]$$
$$x_2[n] = n \cdot (u[n] - u[n-3])$$

(d)

$$x_1[n] = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad n < 0 \\ \sin(2n\pi/32) & \text{se} \quad 0 \leq n \leq 31 \\ 0 & \text{se} \quad n > 31 \end{cases}$$
$$x_2[n] = \delta[n] + \delta[n-16]$$

(e)

$$x_1[n] = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad n < -32 \\ \sin(2n\pi/32) & \text{se} \quad -32 \leq n \leq 31 \\ 0 & \text{se} \quad n > 31 \end{cases}$$
$$x_2[n] = x_1[n]$$

Exercícios para MATLAB – Folha 5

Aproximação numérica de integrais

Um sinal contínuo $x(t)$ pode ser aproximado pelo sinal $x_\Delta(t)$, constante por intervalos, definido por

$$x_\Delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Delta\, x(n\Delta)\, \delta_\Delta(t - n\Delta),$$

onde $\delta_\Delta(t)$ é o sinal

$$\delta_\Delta(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{se} \quad 0 \le t < \Delta \\ 0 & \text{nos outros casos} \end{cases}$$

É possível mostrar que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x_\Delta(t)dt = \Delta \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_\Delta(n\Delta) = \Delta \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n\Delta).$$

Quando $\Delta \to 0$, verifica-se que $x_\Delta(t) \to x(t)$ para um alargado número de sinais de interesse. Então, para Δ suficientemente pequeno, verifica-se que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt \simeq \Delta \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n\Delta) \quad \text{e}$$

$$\int_a^b x(t)dt \simeq \Delta \cdot \sum_{n:\ a \le n\Delta < b} x(n\Delta).$$

1. Em cada uma das alíneas seguintes aproxime o integral para os valores de Δ indicados. Calcule também o valor exacto do integral e determine os erros das aproximações.

   (a) $\int_0^2 t^2 dt$ $\quad \Delta = 0.1,\ \Delta = 0.001,\ \Delta = 10^{-5}$

   (b) $\int_0^\pi \sin(t)dt$ $\quad \Delta = 0.1,\ \Delta = 10^{-4}$

   (c) $\int_{-1}^0 e^{-2t}dt$ $\quad \Delta = 0.1,\ \Delta = 0.01,\ \Delta = 10^{-5}$

Aproximação numérica da convolução de sinais contínuos

A convolução dos sinais contínuos $x_1(t)$ e $x_2(t)$ é dada por

$$x_1(t) * x_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(\tau)\, x_2(t-\tau)d\tau.$$

Para valores de Δ suficientemente pequenos, $x_1(t)$ e $x_2(t)$ podem ser aproximados por $x_{1,\Delta}(t)$ e $x_{2,\Delta}(t)$, respectivamente, tendo-se ainda que

$$x_1(t) * x_2(t) \simeq \int_{-\infty}^{+\infty} x_{1,\Delta}(\tau)\, x_{2,\Delta}(t-\tau)d\tau.$$

É também possível concluir que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x_{1,\Delta}(\tau)\, x_{2,\Delta}(n\Delta-\tau)d\tau = \Delta \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1(k\Delta)\, x_2((n-k)\Delta),$$

o que permite escrever

$$(x_1(t) * x_2(t))\Big|_{t=n\Delta} \simeq \Delta \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_1(k\Delta)\, x_2((n-k)\Delta).$$

Esta expressão mostra que é possível calcular aproximadamente a convolução de sinais contínuos efectuando uma convolução discreta dos sinais amostrados.

1. Calcule numericamente a convolução dos sinais indicados em cada alínea para os seguintes valores de $\Delta: 0.2,\ 0.1,\ 0.001$, e represente os resultados graficamente. Calcule também a convolução dos sinais de forma exacta e represente-a no mesmo gráfico. Tenha o cuidado de representar convenientemente o eixo da variável independente.

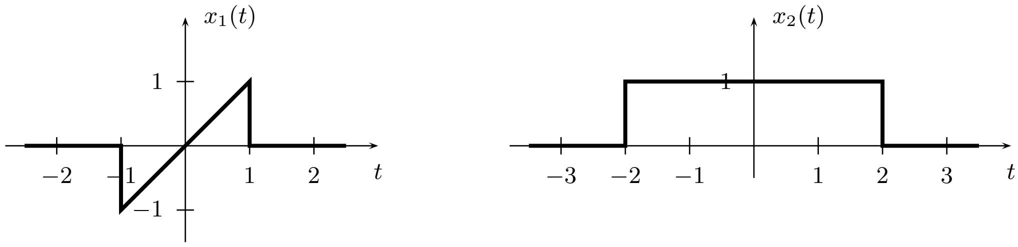
   (**a**) $x_1(t) = u(t) - u(t-2)$, $\qquad x_2(t) = e^{-0.5t} \cdot (u(t) - u(t-3))$.

   (**b**) $x_1(t) = t \cdot (u(t) - u(t-3))$, $\qquad x_2(t) = -u(t+2) + u(t)$.

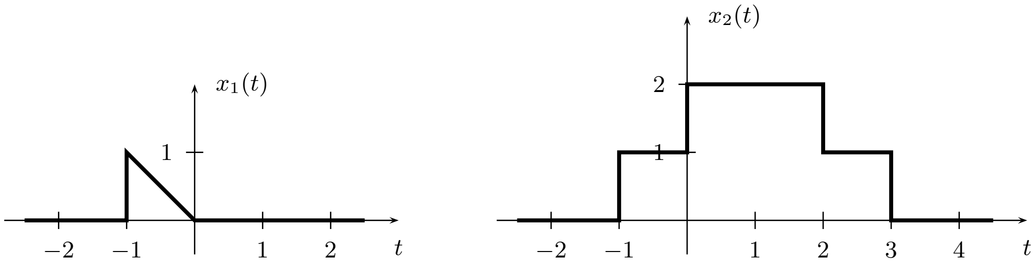
   (**c**) $x_1(t) = \sin(\pi t) \cdot (u(t) - u(t-2))$, $\qquad x_2(t) = u(t+1) - u(t)$.

   (**d**) $x_1(t) = u(t+1) - 2u(t) + u(t-1)$, $\qquad x_2(t) = u(t-1) - u(t-2)$.

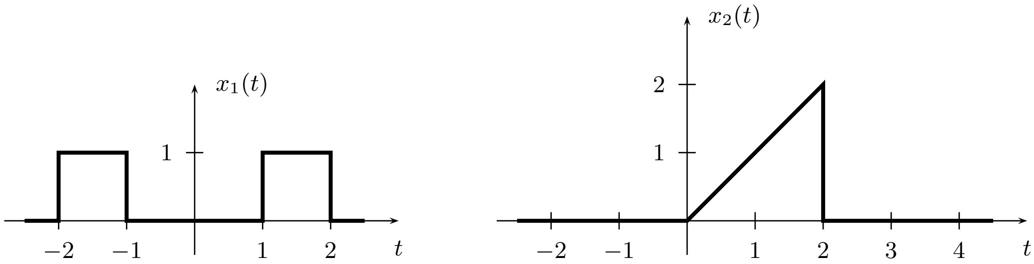
   (**e**)



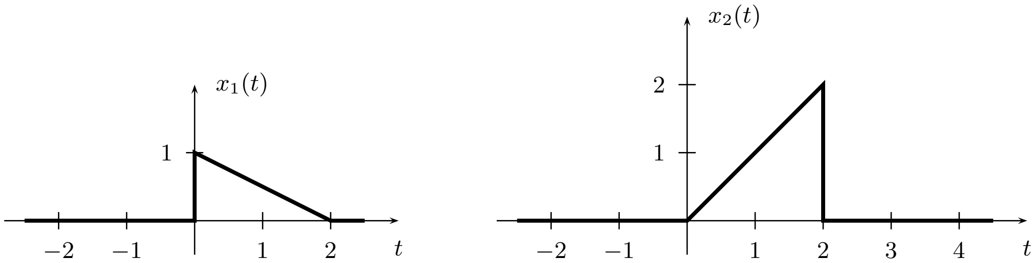
   (**f**)



   (**g**)



   (**h**)



Exercícios para MATLAB – Folha 6

Simulação de sistemas descritos por equações às diferenças

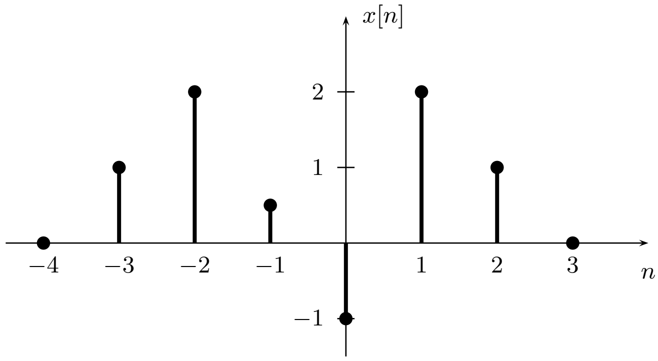
Para se obter a resposta do sistema descrito pela equação às diferenças

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$$

com condições iniciais nulas, pode utilizar-se a função `filter(B,A,x)`, onde B é o vector $[b_0\ b_1\ \ldots\ b_M]$, A é o vector $[a_0\ a_1\ \ldots\ a_N]$ e x define o sinal de entrada. Os valores retornados correspondem apenas aos instantes em que se definiu o sinal de entrada.

1. Obtenha a saída do sistema descrito por $y[n] = 0.5y[n-1] + x[n]$ para cada um dos seguintes sinais de entrada.

   (**a**)

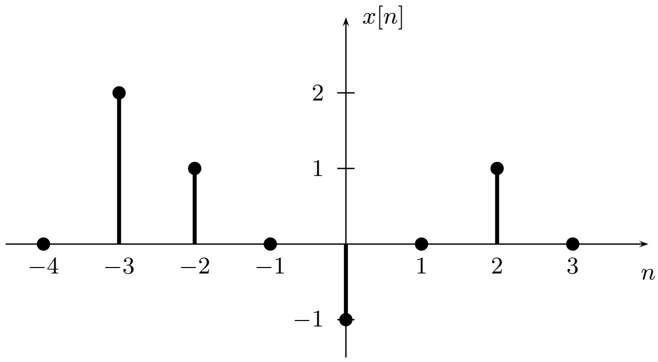


   (**b**) $x[n] = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad n < 0 \\ \sin(2n\pi/32) & \text{se} \quad 0 \leq n \leq 31 \\ 0 & \text{se} \quad n > 31 \end{cases}$

   (**c**) $x[n] = u[n+3] - u[n-2]$

2. Obtenha a saída do sistema descrito por $2y[n] + y[n-1] = x[n-1]$ para cada um dos seguintes sinais de entrada.

   (**a**)



   (**b**) $x[n] = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad n < 0 \\ \cos(2n\pi/16) & \text{se} \quad 0 \leq n \leq 31 \\ 0 & \text{se} \quad n > 31 \end{cases}$

   (**c**) $x[n] = n \cdot (u[n+1] - u[n-5])$

Exercícios para MATLAB – Folha 7

Simulação de sistemas descritos por equações diferenciais

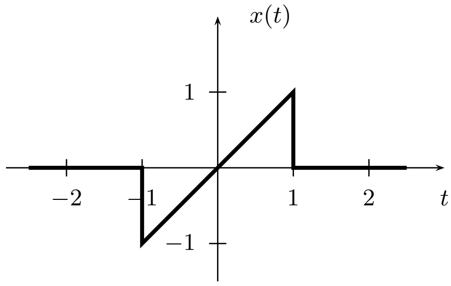
Para se obter aproximadamente a resposta do sistema descrito pela equação diferencial

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$

com condições iniciais nulas, pode utilizar-se a função `lsim(B,A,x,t)`, onde B é o vector $[b_M \ \ldots \ b_1 \ b_0]$, A é o vector $[a_N \ \ldots \ a_1 \ a_0]$ e x define o sinal de entrada nos instantes dados por t. Esta função admite que o sinal de entrada é constante entre instantes consecutivos, verificando-se que na maioria das situações esta aproximação é tanto melhor quanto menor for o intervalo entre instantes consecutivos. Os valores retornados correspondem apenas aos instantes em que se definiu o sinal de entrada.

1. Determine a saída do sistema descrito por $\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t)$ para cada um dos seguintes sinais de entrada.

   (**a**)

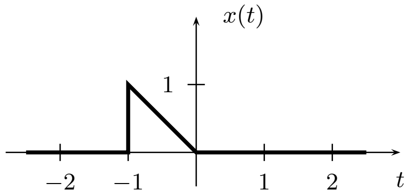
   

   (**b**) $x(t) = \begin{cases} 0 & \text{se} \quad t < 0 \\ \sin(2\pi t) & \text{se} \quad 0 \leq t \leq 4 \\ 0 & \text{se} \quad t > 4 \end{cases}$

   (**c**) $x(t) = u(t+3) - u(t-1)$

2. Determine a saída do sistema descrito por $\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 2\frac{dy(t)}{dt} + 5y(t) = x(t)$ para cada um dos seguintes sinais de entrada.

   (**a**)

   (**b**) $x(t) = t^2 \cdot (u(t) - u(t-1))$

   (**c**) $x(t) = \sin(2t) \cdot (u(t+\pi) - u(t-\pi))$

Exercícios para MATLAB – Folha 8

Série de Fourier para sinais contínuos

Considere-se um sinal $x(t)$ de período T_0 e o seu desenvolvimento em série de Fourier

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

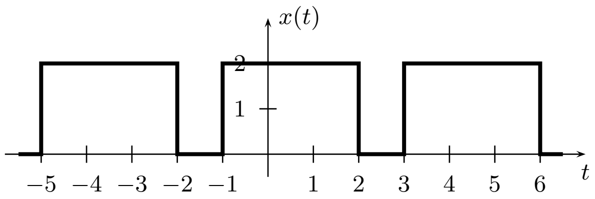
onde $\omega_0 = 2\pi/T_0$. Dado um inteiro positivo N, defina-se o sinal $x_N(t)$ como

$$x_N(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{N} \left(a_k e^{jk\omega_0 t} + a_{-k} e^{-jk\omega_0 t} \right)$$

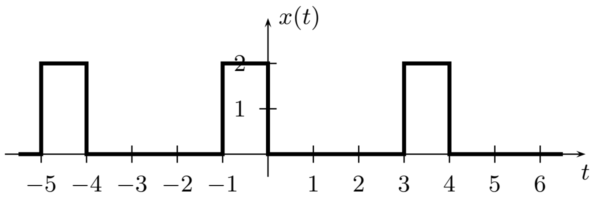
ou seja, o sinal que se obtém considerando apenas a componente contínua e os primeiros N harmónicos do desenvolvimento em série de Fourier de $x(t)$.

1. Em cada uma das seguintes alíneas, determine os coeficientes a_k ($k \in \mathbb{Z}$) da série de Fourier do sinal periódico $x(t)$ e, utilizando o MATLAB, esboce no mesmo gráfico o sinal $x(t)$ e os correspondentes sinais $x_1(t)$, $x_2(t)$ e $x_8(t)$.

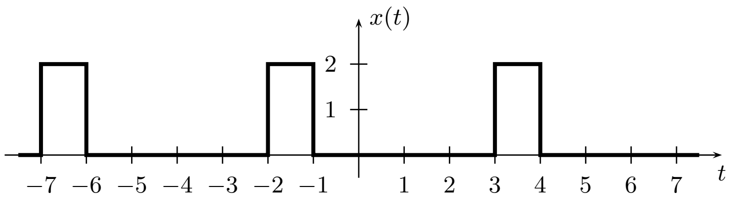
   (a)



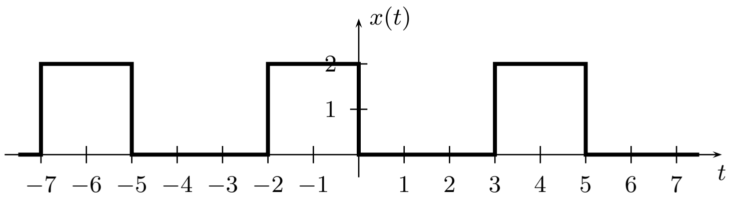
   (b)



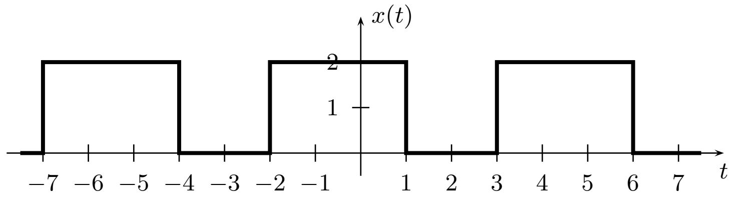
   (c)



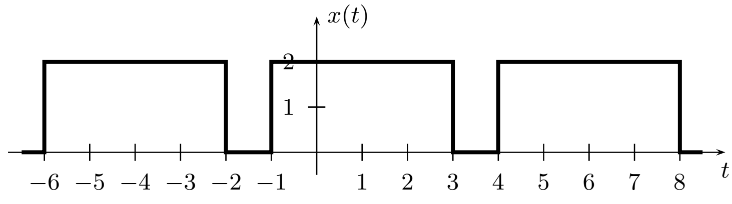
   (d)



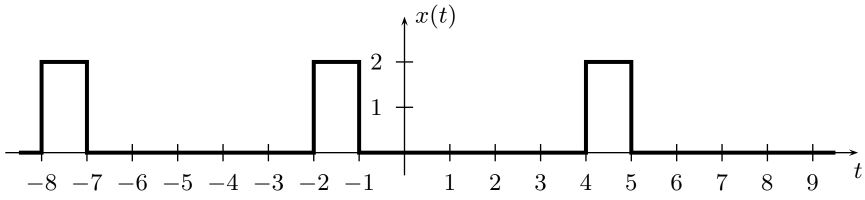
(**e**)


x(t)
2
1
−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7
t

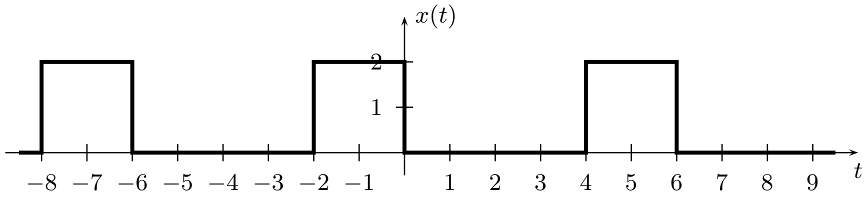
(**f**)


x(t)
2
1
−6 −5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7 8
t

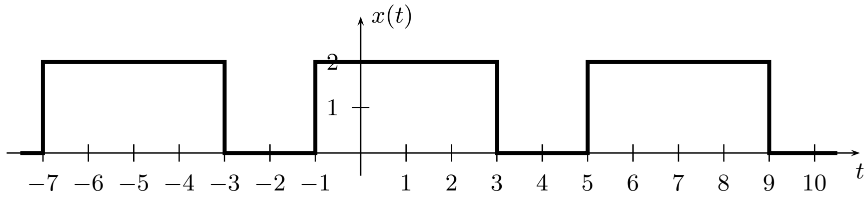
(**g**)


x(t)
2
1
−8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7 8 9
t

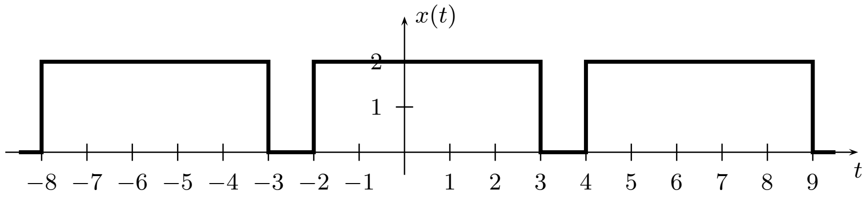
(**h**)


x(t)
2
1
−8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7 8 9
t

(**i**)


x(t)
2
1
−7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
t

(**j**)


x(t)
2
1
−8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 1 2 3 4 5 6 7 8 9
t