

Espalhando espectros...

Onde se fala de bits, *chips* e outras coisas mais

© Sílvio A. Abrantes

Fevereiro 2009

SS Intro

Conteúdo

1. Introdução	1
2. Uma curiosidade: quem inventou o espalhamento espectral?	3
3. Considerações genéricas	4
4. A imunidade a interferências	5
5. Aplicações	5
6. Aplicação do Espalhamento Espectral em duas situações desfavoráveis	6
6.1. Empastelamento de comunicações com ruído intermitente	6
6.2. Baixa probabilidade de detecção	8

1. Introdução

Habitualmente os diferentes serviços de comunicações (radiodifusão, serviços móveis, amadores, comunicações aeronáuticas, etc.) estão confinados a determinadas bandas de frequência do espectro radioelétrico que lhes estão atribuídas pelas autoridades. Por exemplo, os serviços de rádio FM comercial utilizam a gama 88-108 MHz. A técnica de espalhamento espectral (ou técnica SS, do inglês “Spread Spectrum”) é uma abordagem diferente, na qual diversos canais ou emissões podem partilhar o mesmo espectro.

Por definição, um sinal de comunicações digitais é considerado um sinal de espalhamento espectral (ou simplesmente sinal SS) se, cumulativamente, obedecer às seguintes exigências:

- o sinal transmitido ocupa uma largura de banda maior que a largura de banda mínima necessária para transmitir a informação;
- a expansão de largura de banda é obtida com um *código* independente da informação.

A primeira condição incluiria os sistemas de FM mas a segunda exclui-os porque em FM a expansão da largura de banda depende do sinal a transmitir (recorde-se a *regra de Carson*, $B = 2(\beta + 1)f_m$).

Há três tipos básicos de sistemas SS:

- DS (“Direct Sequence”) - *Sequência Directa*
- FH (“Frequency Hopping”) - *Saltos em Frequência*
- TH (“Time Hopping”) - *Saltos no Tempo*

Nos sistemas DS o espalhamento espectral é obtido multiplicando a mensagem por um sinal pseudo-aleatório; nos sistemas FH é obtido fazendo saltitar a frequência da portadora de forma pseudo-aleatória entre valores de um conjunto grande de frequências; nos sistemas TH blocos de bits são transmitidos intermitentemente em um ou mais intervalos de tempo (“time slots”) dentro

de uma trama com um número elevado de intervalos; a escolha dos intervalos de tempo usados em cada trama é pseudo-aleatória.

Também existem sistemas híbridos mas não serão abordados aqui.

As figuras seguintes ilustram as técnicas de espalhamento espectral por Sequência Directa e por Saltos em Frequência. Na Fig. 1 a forma de onda binária $x(t)$ de valores ± 1 de duração T_b é multiplicada por uma forma de onda espalhadora $g(t)$ constituída por impulsos de duração T_c muito menor que T_b . O produto não deixa de ser parecido visualmente com a forma de onda espalhadora - no fim de contas, em cada intervalo de T_b segundos $x(t)g(t)$ ou é igual a $g(t)$ ou a $-g(t)$. Nas frequências passa-se o mesmo: sendo a largura de banda da mensagem $x(t)$ igual a cerca de $1/T_b$ (porquê?), a largura de banda de $x(t)g(t)$ é bastante maior, cerca de $1/T_c$, a mesma de $g(t)$. Fique-se já a saber que cada impulso da sequência espalhadora se chama “chip”, para distinguir dos bits da mensagem, e que ao número de *chips*/s $R_c = 1/T_c$ se chama, é claro, *chip rate*.

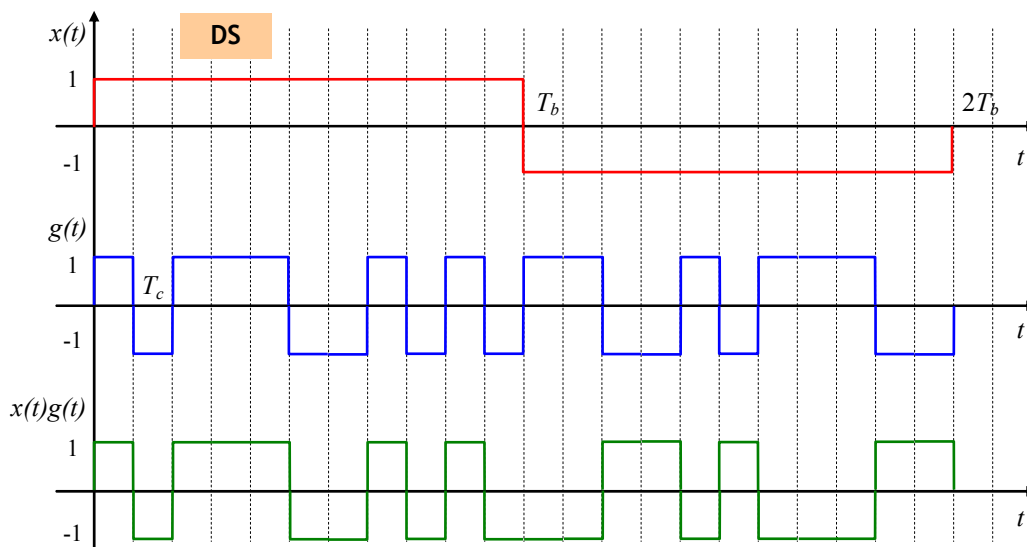


Fig. 1 Espalhamento espectral por Sequência Directa (DS).

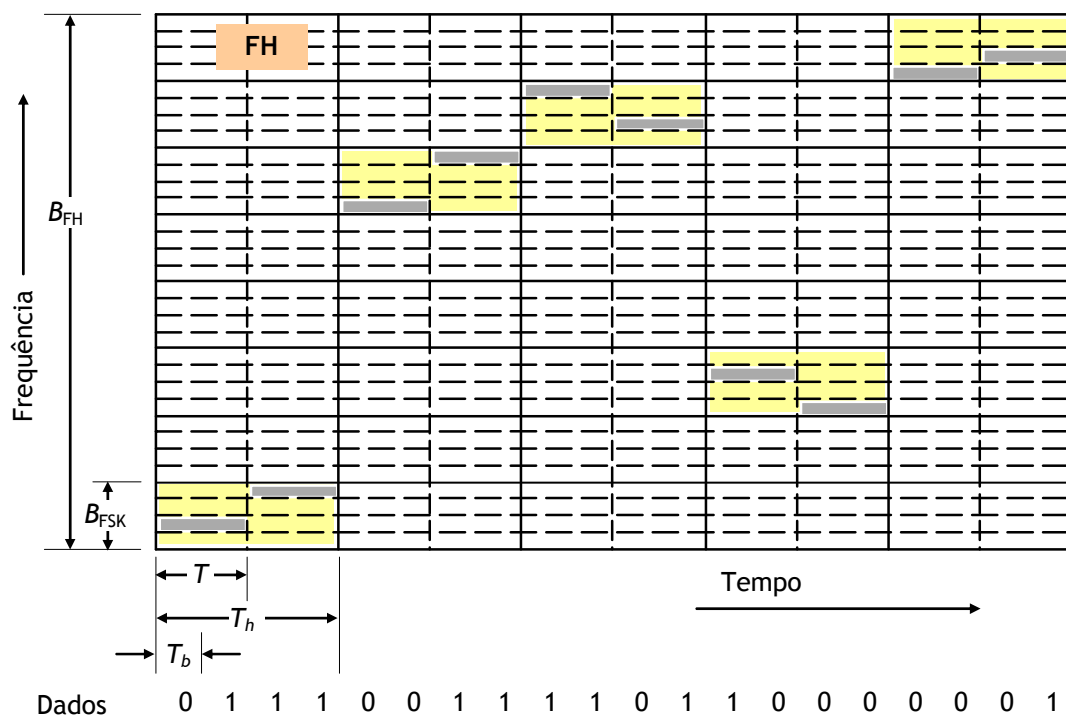


Fig. 2 Espalhamento espectral por Saltos em Frequência (FH).

No receptor a sequência espalhada é multiplicada pela mesma sequência espalhadora e recuperada intacta: $[x(t)g(t)]g(t) = x(t)[g(t)]^2 = x(t)$ (não esquecer que $g(t) = \pm 1$).

Na Fig. 2, referente aos Saltos em Frequência, a modulação digital usada é 4-FSK e a portadora pode assumir oito frequências não simultâneas. Num sistema 4-FSK convencional durante cada intervalo de $T = 2T_b$ segundos é usada uma de quatro frequências centradas na frequência única da portadora. No sistema FH da figura a frequência da portadora muda, ou salta, de T_h em T_h segundos, em que $T_h = 2T$. O processo assim continua e é por, ao longo do tempo, se ir ocupando uma maior largura de banda independente da mensagem que se trata de um método de espalhamento de espectro. Pelo contrário, nos sistemas DS a banda alargada está sempre ocupada em cada momento. O ritmo de saltos, isto é, o número de saltos/s, é $R_h = 1/T_h$. Se a portadora permanecer em cada patamar de saltos pouco tempo (digamos, $T_h < T$) então diremos que se trata de Saltos Rápidos (ou FFH, de “Fast Frequency Hopping”), se não diremos que são Saltos Lentos (ou SFH, de “Slow Frequency Hopping”).

2. Uma curiosidade: quem inventou o espalhamento espectral?

É muito pouco comum que atrizes de cinema, pianistas e fabricantes de armas sejam as personagens de uma invenção tecnológica. Mas foi o que aconteceu com a técnica dos Saltos em Frequência. Hedy, uma inteligente atriz austríaca, tinha sido casada com alguém ligado a negócios de armamento durante a 2ª Guerra Mundial e na sua vida social da altura participava em conversas sobre armas e comando de torpedos. Pense-se numa sucessão aleatória de 88 frequências como uma sucessão de notas nas 88 teclas de um piano e a ideia pode surgir, e se George, um pianista amigo, ajudar... Assim apareceu a patente de 1942, cuja primeira página aqui se mostra ao lado de Hedy Lamarr (um pseudónimo), uma das estrelas mais glamorosas da sua época:

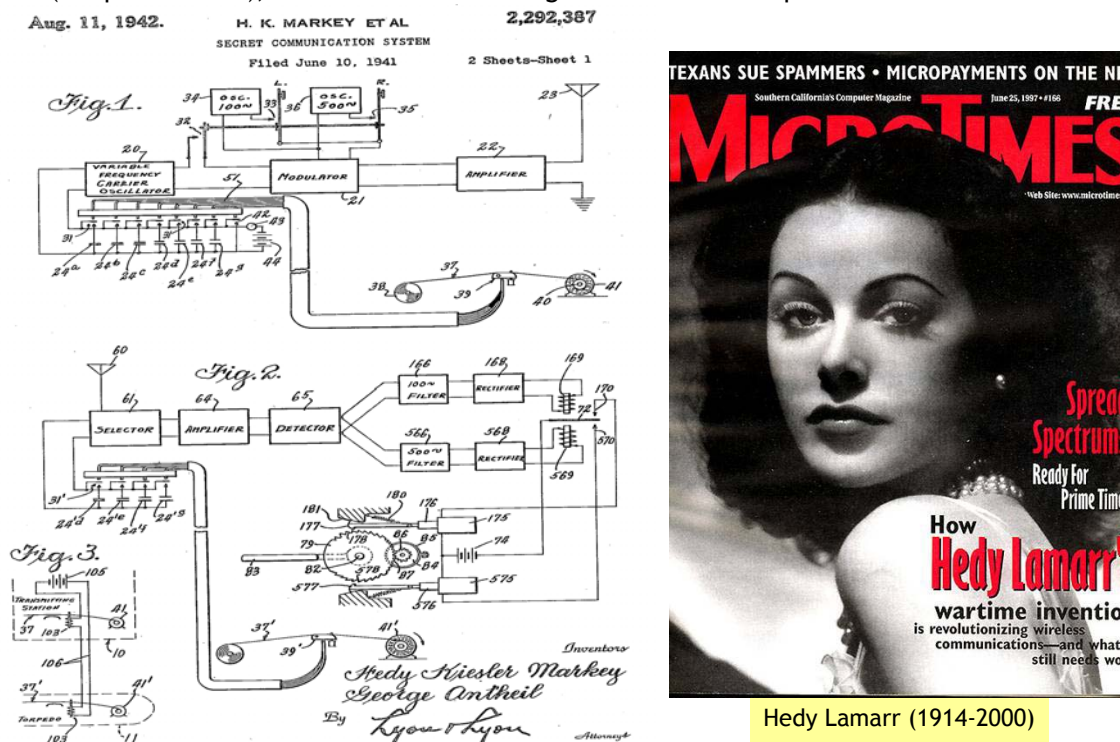


Fig. 3 A patente de um “Secret Communication System”, dos inventores Hedwig Kiesler Markey (“Hedy Lamarr”, à direita) e George Anthiel.

No entanto, só quando já tinha idade avançada é que o contributo de Hedy Lamarr para a invenção do método de “Frequency Hopping” foi ampla e publicamente reconhecido e recordado. Hoje em dia a história é facilmente encontrável na internet. Segue-se um exemplo de uma revista britânica aquando do falecimento da atriz inventora.

Cellular legacy of screen goddess

BY SHERIDAN NYE
• ORLANDO, FLORIDA

It's not often a movie star takes a leading role in the development of a telecommunications technology. So when 1940s siren Hedy Lamarr died aged 86 in her Florida home last month, the obituaries puzzled over the glamorous actress who took time out between films to invest the complex spread-spectrum technology known today as CDMA (code division multiple access).

Lamarr, born Hedwig Klesler in Austria, was known in her heyday at MGM as "the world's most beautiful woman," and for her appearance in one of the earliest nude scenes in the 1933 art-film *Ecstasy*. By all accounts, she was a difficult artist who chafed at the hierarchy of the studios. She once dismissed her own billing by saying: "Any girl can look glamorous. All you have to do is stand still and look stupid."

But Lamarr was far from stupid. Despite having dropped out of high school to take up acting, she had no trouble following the conversations between her first husband, arms dealer Fritz Mandl, and his customers. During the Second World War, the German navy needed a way to control submarine torpedoes remotely using radio frequencies that



Hedy Lamarr

would be protected against interception or jamming. Mandl and his colleagues puzzled over the problem, while Lamarr was quietly inspired to devise a solution that, incredibly, would go on to become the foundation of third-generation cell-phone technology in the next century.

Horrified by the Nazi regime, Lamarr left Europe and Mandl to continue her acting career in the United States. There she met George Antheil, an avant garde composer with a fascination for "player pianos." Together they discussed her ideas and saw the potential to assist the United States against the Nazi war ma-

chine by triggering submarine torpedoes using a code cut into paper rolls.

They approached the military with their system—which used 88 frequencies, the number of keys on a piano—but the top brass were not convinced the system could be built. Antheil later commented that the generals probably couldn't see much beyond the idea of putting a piano in a submarine.

It was not until the 1960s that sophisticated electronics allowed the military to capitalize on Lamarr and Antheil's patented invention, and the benefits of secrecy and spectrum and power efficiency. The technology was declassified for commercial use in the 1980s, and Lamarr's original concept of sending scrambled signals over multiple, low-power radio frequencies is the foundation of CDMA today.

Engineers in the field have long known about her contribution, but public recognition only followed in 1997, when the Electronic Frontier Foundation (EFF) gave Lamarr a special pioneer award for her work. "Her reaction was, 'it's about time,'" said Mike Godwin, general counsel for the EFF at the time. "She was gratified," said Godwin. "But there was a clear sense that she knew she had made an important contribution, whether we acknowledged it or not." ■

Fig. 4 Notícia na revista "Communications-Week International", 7 de Fevereiro de 2000.

3. Considerações genéricas

De um modo geral verifica-se o seguinte em qualquer sistema SS:

- Pretende-se que o sinal SS transmitido se pareça com ruído para que passe despercebido a um receptor indesejado (não esquecer que as primeiras aplicações foram militares...).
- ⇒ É necessário *codificar* a mensagem de uma maneira supostamente aleatória.
- Mas, como o receptor desejado precisa de usar o mesmo *código* para extrair a mensagem, aquele tem, na verdade, de ser determinístico.
- ⇒ Usa-se um código pseudo-aleatório (também chamado código PN, de "Pseudo Noise").
- No emissor o código PN espalha o espectro; no receptor o mesmo código "desespalha-o" devolvendo-o à sua forma original.
- A largura de banda do sinal espalhador é muito maior que a largura de banda da mensagem.
- As propriedades de rejeição de interferências tornam os sistemas SS muito adequados a ambientes com multi-utilizadores.

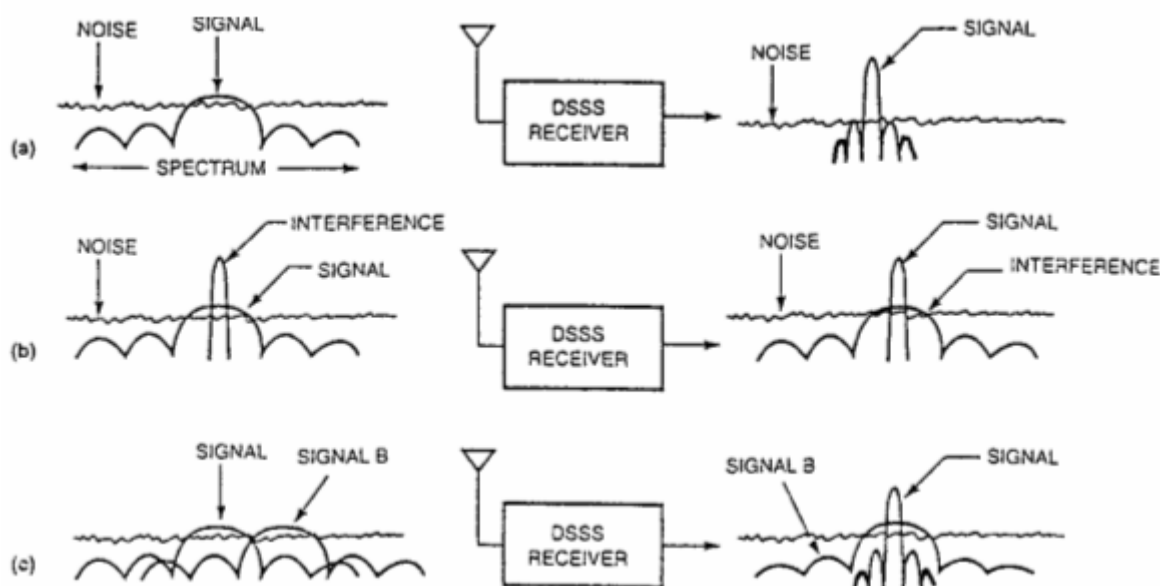
Algumas características atraentes se destacam num sinal SS:

- Resiste a interferências intencionais e não-intencionais (o que é importante na comunicação em áreas congestionadas, como cidades)
- Consegue eliminar ou atenuar o efeito da propagação multipercurso, que pode ser um grande obstáculo em meios urbanos

- Pode partilhar a mesma banda de frequências com outros utilizadores (porque o sinal tem características tipo ruído)
- Pode ser usado em bandas que não requerem licença (por exemplo, na banda ISM (“Industrial, Scientific and Medical”) de 2,4 GHz)
- Oferece um certo grau de privacidade, devido ao uso de códigos de espalhamento pseudo-aleatórios que fazem com que seja difícil interceptar o sinal.

4. A imunidade a interferências

Observem-se as três situações ilustradas na figura seguinte. Na primeira não há interferências, só ruído, na segunda existe uma interferência de banda estreita e na terceira a interferência é um sinal espalhado.



O que o receptor faz é “desespalhar” o sinal desejado previamente espalhado e espalhar o restante - de facto, só o sinal que tenha sido espalhado por um código espalhador consegue ser “desespalhado” pelo mesmo código. Por isso é que na situação do meio a interferência de banda estreita, que obviamente não tinha sido espalhada no emissor, é espalhada pelo receptor e a sua amplitude reduzida ao nível do ruído branco. O sinal SS, pelo contrário, é desespalhado e a sua potência concentrada na banda original, assim sobressaindo do ruído e da interferência. Na terceira situação o sinal SS indesejado (sinal B) é espalhado no receptor, com as consequências que se esperam.

5. Aplicações

Inicialmente e durante muito tempo as técnicas de espalhamento espectral tiveram uma utilização estritamente militar e por isso evoluíram a partir de ideias relacionadas com radar, comunicações secretas e sistemas de telecomando de torpedos e mísseis. Hoje em dia, contudo, há cada vez mais inúmeras aplicações civis. Eis algumas:

- GPS (“Global Positioning System”)
- Redes celulares móveis de 2ª geração (IS-95, EUA)
- Redes celulares móveis de 3ª geração (UMTS) (DS)
- Redes de satélites para comunicações pessoais (exemplo: Globalstar)
- “Wireless LANs” (IEEE802.11)
- “Bluetooth” (FH)

Alguns do interesse actual também se dirige às aplicações que envolvem *acesso múltiplo* (CDMA, de “Code Division Multiple Access”). Por exemplo, em DS todos os utilizadores partilham a mesma banda de frequências e transmitem os sinais simultaneamente e em cada receptor o sinal

pseudo-aleatório “desespalha” e extrai o sinal desejado; pelo contrário, os sinais indesejados são espalhados visto não terem sofrido previamente a operação de espalhamento no emissor. Em FH e TH é diferente: cada utilizador usa um código PN diferente, de tal modo que não há dois emissores a usar a mesma frequência ou o mesmo “time slot” ao mesmo tempo. Diz-se que os emissores evitam a *colisão* uns com os outros.

6. Aplicação do Espalhamento Espectral em duas situações desfavoráveis

As técnicas de espalhamento espectral melhoram o desempenho de sistemas de comunicação. A melhoria do desempenho é quantificada pelo chamado *ganho de processamento* do sistema SS, habitualmente designado por PG. Qualitativamente vamos defini-lo assim, simplesmente:

O ganho de processamento é a diferença entre o desempenho com espalhamento espectral e o desempenho sem espalhamento espectral.

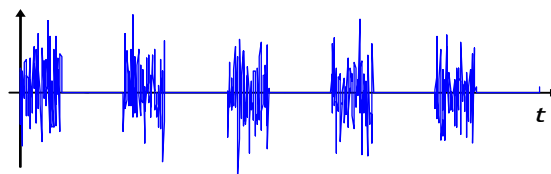
O ganho de processamento é uma relação de larguras de banda:

$$PG = \frac{\text{largura de banda espalhada}}{\text{largura de banda não espalhada}}$$

Os sistemas SS são particularmente adequados para lidar com certas situações e problemas de comunicação. Imagine-se, por exemplo, que alguém tenta dificultar a comunicação entre um emissor e um receptor emitindo impulsos de ruído; ou que se deseja que ninguém se aperceba sequer da comunicação. A primeira situação é um caso indesejável de *empastelamento de comunicações* e a segunda, onde é necessário dificultar a detecção do sinal por entidades estranhas, é um caso de *baixa probabilidade de detecção ou interceptação*. Vamos analisá-los em sequência, para concluirmos em ambos que o espalhamento do espectro tem efeitos benéficos.

6.1. Empastelamento de comunicações com ruído intermitente

Vamos admitir que a interferência que afecta a comunicação é intermitente, como na figura, e tem características gaussianas com largura de banda limitada, B , à escolha do interferente, que também pode escolher a frequência central. Os impulsos da intermitência têm um *duty factor* ρ , a percentagem de tempo em que há emissão de impulsos de ruído - logo, se $\rho = 0,5$ os impulsos têm uma duração igual às pausas e se $\rho = 1$ a interferência é contínua, isto é, não há impulsos.



Admitamos que se usa modulação BPSK. Se a única interferência for ruído gaussiano branco aditivo (AWGN) a probabilidade de bit errado é $P_b = Q(\sqrt{2E_b/N_0})$, onde E_b é a energia de bit e $N_0/2$ é a densidade espectral de potência (d.e.p.) do ruído. Seja P_j a potência média total do ruído intermitente na entrada do receptor, a que corresponde uma d.e.p. média $\frac{N_j}{2} = \frac{P_j}{2B}$ na largura de banda B . Ora bem, se não contarmos com as pausas a potência (de pico) dos impulsos é naturalmente maior que a potência média - vale P_j/ρ - correspondendo-lhe uma d.e.p. $N_j/2\rho$. Assim, nas pausas da interferência a d.e.p. no receptor é $N_0/2$ e fora das pausas é

$$\frac{N_0}{2} + \frac{N_j}{2\rho}.$$

A probabilidade média de bit errado é a média ponderada de probabilidades de erro em dois intervalos de tempo: só com ruído AWGN (durante a percentagem de tempo $1-\rho$) e com ruído + interferência (durante a percentagem de tempo ρ): $\bar{P}_b = (1-\rho)P_b(\text{AWGN}) + \rho P_b(\text{interf.}+\text{AWGN})$, ou

$$\bar{P}_b = (1-\rho)Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) + \rho Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0 + N_j/\rho}}\right).$$

É natural que para contrariar a interferência o emissor emita com potência elevada - fazendo com que a relação E_b/N_0 seja também elevada. O que “atrapalha” verdadeiramente a comunicação é a interferência intencional e não o ruído térmico, de modo que se desprezarmos este em face daquela a probabilidade \bar{P}_b vale, aproximadamente,

$$\bar{P}_b \approx \rho Q\left(\sqrt{\frac{2E_b\rho}{N_j}}\right).$$

Podem pôr-se várias questões: qual é a melhor percentagem ρ do ponto de vista do interferente? A interferência é mais eficaz com impulsos intermitentes ou com emissão contínua? Para o sabermos temos de encontrar o valor de ρ que maximiza a probabilidade \bar{P}_b . Como? Derivando (numericamente) e igualando a zero, claro. Conclui-se que o valor máximo de \bar{P}_b se atinge para $\rho = \rho_0$ com os valores indicados:

$$\rho_0 = \begin{cases} \frac{0,709}{E_b/N_j} & \text{se } E_b/N_j \geq 0,709 \\ 1 & \text{se } E_b/N_j < 0,709 \end{cases} \quad \bar{P}_{b,\max} = \begin{cases} \frac{0,083}{E_b/N_j} & \text{se } E_b/N_j \geq 0,709 \\ Q\left(\sqrt{2E_b/N_j}\right) & \text{se } E_b/N_j < 0,709 \end{cases}$$

O “duty factor” ρ não pode ser superior a 1, o que obriga a que seja $E_b/N_j \geq 0,709$. Se assim não for \bar{P}_b não atinge o máximo pois nesse caso $\rho \neq \frac{0,709}{E_b/N_j}$. Em vez disso é $\rho = 1$ (interferência contínua) e $\bar{P}_b|_{\rho=1} \approx Q\left(\sqrt{2E_b/N_j}\right)$.

Em resumo, do ponto de vista de quem interfere:

- ou faz empastelamento contínuo ($\rho = 1$), uma situação mais favorável para quem comunica visto a relação entre \bar{P}_b e E_b/N_j ser aproximadamente exponencial: $\bar{P}_b \approx Q\left(\sqrt{2E_b/N_j}\right)$.
- ou faz empastelamento intermitente *ótimo* com $\rho = \frac{0,709}{E_b/N_j}$ e $\bar{P}_{b,\max} = \frac{0,083}{E_b/N_j}$, uma relação inversamente proporcional (linear) entre $\bar{P}_{b,\max}$ e E_b/N_j mais desfavorável para quem comunica.

O valor de ρ mais desfavorável corresponde à pior situação de empastelamento mas para isso acontecer o interferente tem de conhecer E_b/N_j (isto é, conhecer exactamente as atenuações dos trajectos emissor-receptor e interferente-receptor). Não é fácil!

A Fig. 5 mostra a probabilidade de bit errado nas duas situações. Vê-se que para atingir a mesma probabilidade de erro $\bar{P}_b = 10^{-5}$ (por exemplo) o interferente mais eficiente, intermitente, necessita de uma potência de interferência 31,5 dB menor do que com empastelamento contínuo.

Onde entra o espalhamento espectral? Olhemos para as expressões de \bar{P}_b que encontrámos: em todas a probabilidade de erro aumenta com a d.e.p. $N_j = P_j/B$. Então se aumentarmos bastante a largura de banda B , como se faz nos sistemas SS, a d.e.p. diminui, e com ela a probabilidade de bit errado. Quer dizer:

O espalhamento espectral serve para combater interferência por empastelamento de ruído impulsivo.

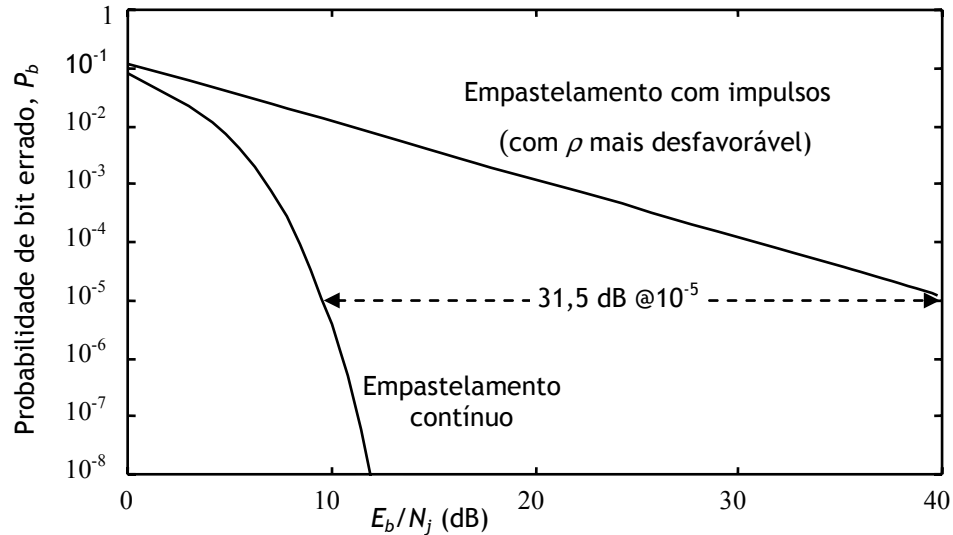


Fig. 5 A probabilidade de bit errado com empastelamento contínuo e intermitente.

6.2. Baixa probabilidade de detecção

Os sistemas com “baixa probabilidade de detecção” (designados em inglês por sistemas LPD, de “low probability of detection”) são projectados de modo que a sua detecção ou interceptação seja tão difícil quanto possível por alguém que não seja o receptor pretendido. A potência de emissão deverá ser a menor possível, obviamente.

A detecção não pretendida é normalmente realizada com um *radiómetro*¹. É um aparelho que detecta, com base num tempo de observação de T segundos, se numa determinada gama de frequências B há ou não emissão de rádio.

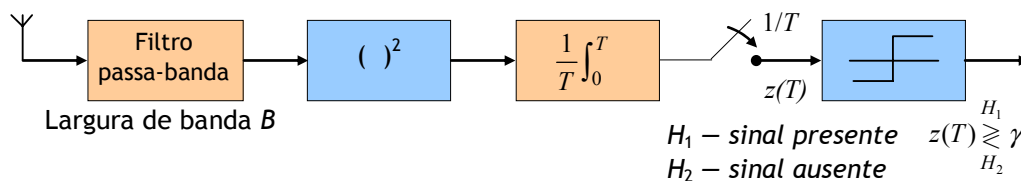


Fig. 6 Diagrama de blocos de um radiómetro.

O desempenho do radiómetro é conhecido se se conhecer a função densidade de probabilidade (fdp) da saída do integrador no instante T . Esta fdp serve para calcular duas probabilidades:

1. Probabilidade de detecção, ou probabilidade de detectar um sinal realmente presente:

$$P_d = P(z(T) > \gamma | \text{sinal presente})$$

2. Probabilidade de falsa detecção, ou probabilidade de falso alarme:

$$P_{fa} = P(z(T) > \gamma | \text{sem sinal presente})$$

¹ Chama-se assim porque este detector de energia começou por ser usado em rádioastronomia.

Seja $E = PT$ a energia do sinal de potência P observado durante T segundos. Se o produto BT (largura de banda x intervalo de observação) for elevado relativamente à razão E/N_0 a fdp à saída do integrador é aproximada por uma função gaussiana. Nesse caso, sabe-se que a probabilidade de detectar um sinal é dada pelo chamado *modelo de Edell*:

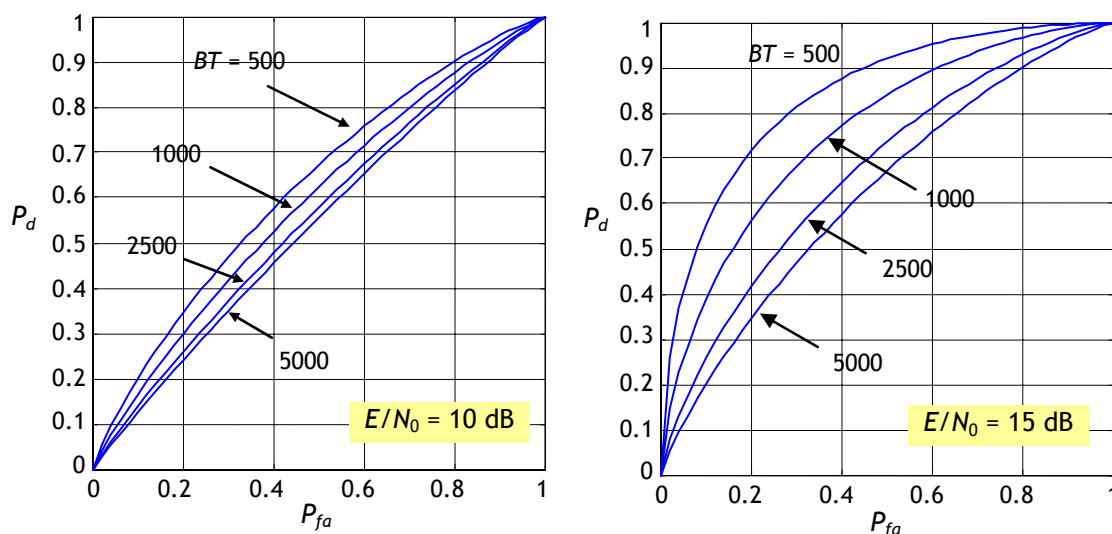
$$P_d = 1 - Q\left[\frac{P}{N_0}\sqrt{\frac{T}{B}} - Q^{-1}(P_{fa})\right] = Q\left[Q^{-1}(P_{fa}) - \frac{P}{N_0}\sqrt{\frac{T}{B}}\right] = Q\left[Q^{-1}(P_{fa}) - \frac{E/N_0}{\sqrt{BT}}\right]$$

em que, como de costume, $Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy$ é uma função decrescente. O nosso objectivo é diminuir a probabilidade de detecção P_d . Como fazer?

Vamos admitir que a probabilidade de falso alarme P_{fa} é fixa. Como não podemos controlar T (isso é feito no radiómetro), então a probabilidade P_d pode ser diminuída ou reduzindo a relação P/N_0 e/ou aumentando a largura de banda B . Em conclusão:

O uso de espalhamento espectral reduz a detectabilidade do sinal.

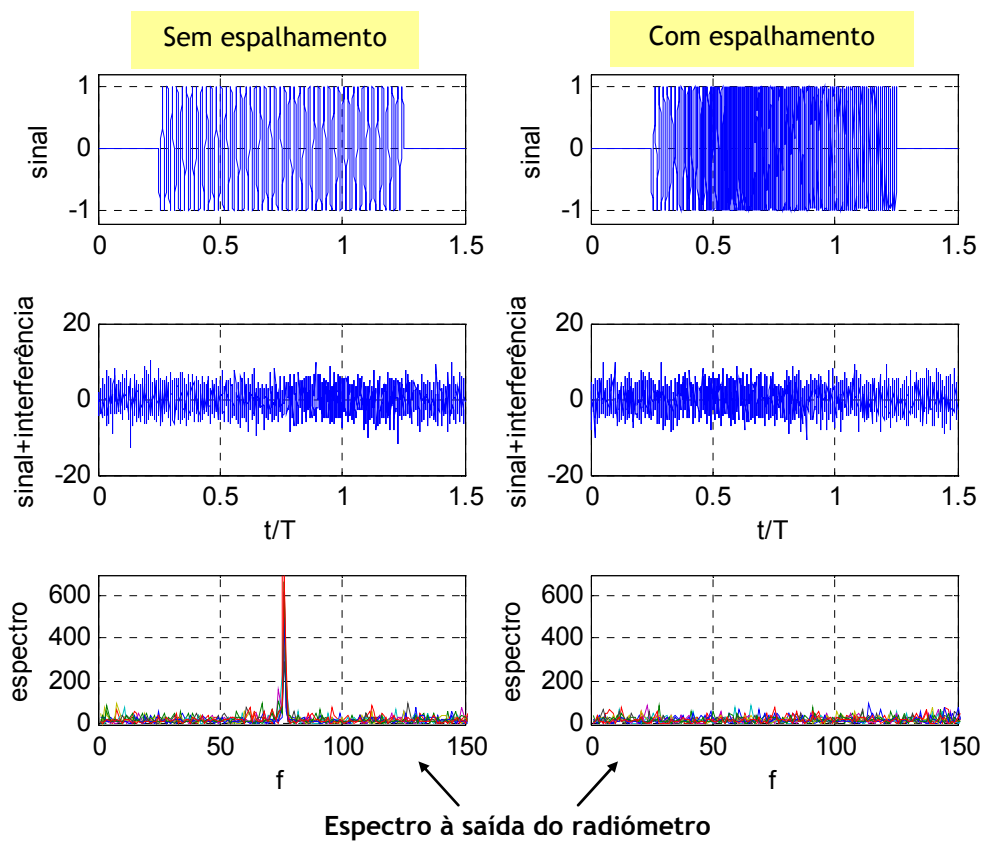
Nas figuras seguintes encontramos a representação gráfica de P_d em função de P_{fa} para dois valores² de E/N_0 e vários valores do produto BT . Vemos que para E/N_0 e P_{fa} fixos a probabilidade de detecção P_d diminui com o aumento do produto BT e que para E/N_0 e BT fixos P_d aumenta com P_{fa} .



No exemplo³ da figura seguinte podemos comparar situações de detecção com sinais SS e com sinais convencionais (sem espalhamento espectral).

² Talvez convenha recordar que na relação E/N_0 o numerador representa a energia do sinal que chega ao radiómetro e não a energia do sinal que chega ao receptor desejado.

³ Fonte: V. Ipatov, "Spread Spectrum and CDMA - Principles and Applications", cap. 3, Wiley, 2005.



Nota-se bem que o sinal SS não é detectado pelo radiômetro.