

# Espalhando espectros...

Onde se fala de bits, *chips* e outras coisas mais

© Sílvio A. Abrantes

Fevereiro 2009

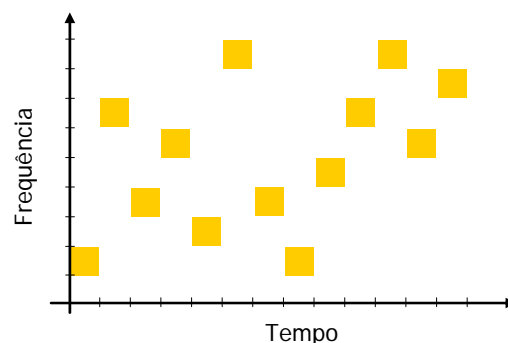
## Frequências aos saltos

### Conteúdo

1.	Introdução .....	1
2.	Geração e desmodulação de sinais FH/MFSK .....	2
3.	Ganho de processamento em FH/MFSK .....	3
4.	Recapitulando SFH .....	4
4.1.	Velocidade do relógio PN em sistemas SFH .....	5
5.	Recapitulando FFH .....	6
5.1.	Velocidade do relógio PN em sistemas FFH .....	7
6.	Probabilidade de erro .....	8
6.1.	Interferência de banda larga .....	8
6.2.	Interferência de banda parcial .....	9

### 1. Introdução

Pensemos na modulação binária FSK: consoante o bit da sequência binária moduladora, a frequência da portadora tem dois valores possíveis (por exemplo, 800 kHz e 1200 Hz) à volta de um determinado valor central (1000 Hz). Imaginemos agora que esta frequência central afinal não é constante mas varia de acordo com um dado padrão pretensamente aleatório. Por exemplo, de tantos em tantos segundos a frequência central da portadora “salta” de 1000 Hz para 2200 Hz, e depois para 1600 Hz, e depois para 2800 Hz, etc., como na figura seguinte.



Num caso destes em que a frequência da portadora modulada “salta” sequencialmente de patamar em patamar o sinal resultante vai ocupando uma maior largura de banda ao longo do tempo (basta olhar para a figura anterior). A este tipo de espalhamento espectral dá-se o nome de *espalhamento espectral por saltos em frequência* (ou FH, de “Frequency-Hopping”). A modulação digital mais usada é precisamente FSK.

À menor duração de uma qualquer frequência em FH/FSK chama-se “chip” (não confundir com o “chip” da Sequência Directa) e ao número de “chips” por segundo chama-se “chip rate”. Sendo  $R$  a

taxa de símbolos (número de símbolos FSK por segundo) e  $R_h$  a taxa de saltos (número de saltos/s) a "chip rate" é a maior das duas:

$$R_c = \max(R_h, R)$$

Consoante a rapidez dos saltos em frequência assim temos dois tipos de sistemas FH, um com *Salto Lentos* e outro com *Salto Rápidos*:

**"Slow Frequency-Hopping" (SFH)**

Os saltos são lentos e a portadora permanece em cada patamar de saltos durante um certo número de símbolos (ver Exemplo 1). Isto significa que a taxa de símbolos  $R$  do sinal MFSK é um múltiplo inteiro da taxa de saltos  $R_h$ . Ou seja,  $R \geq R_h$  e  $T_h \geq T$ , em que  $T_h = 1/R_h$  é o tempo de permanência em cada patamar e  $T = 1/R$ . Assim  $R_c = \max(R_h, R) = R$ , o tempo de "chip" é  $T_c = T$  e vários símbolos MFSK são transmitidos entre dois saltos consecutivos. Logo,

*Em SFH/MFSK cada símbolo é um "chip"*

**"Fast Frequency-Hopping" (FFH)**

Agora a portadora salta várias vezes durante cada símbolo MFSK (ver Exemplo 3), isto é, a taxa de saltos é um múltiplo inteiro,  $K$ , da taxa de símbolos:

$$R_h = KR$$

Logo,  $T_h = T/K < T$ ,  $R_c = \max(R_h, R) = R_h$  e  $T_c = T_h$ . A frequência da portadora MFSK muda, ou salta, várias vezes durante a transmissão de um símbolo, isto é,

*Em FFH/MFSK cada salto é um "chip"*

**2. Geração e desmodulação de sinais FH/MFSK**

O diagrama de blocos de um gerador de sinais FH é apresentado na Fig. 1, onde vemos que segmentos sucessivos de  $j$  bits de uma sequência PN são aplicados ao sintetizador digital de frequência para com eles seleccionar um de  $2^j$  valores possíveis da frequência da onda sintetizada. Esta onda sinusoidal é multiplicada pelo sinal MFSK originando, como é costume, uma componente de frequência-soma e uma componente de frequência-diferença. O filtro selecciona a primeira e rejeita a segunda.

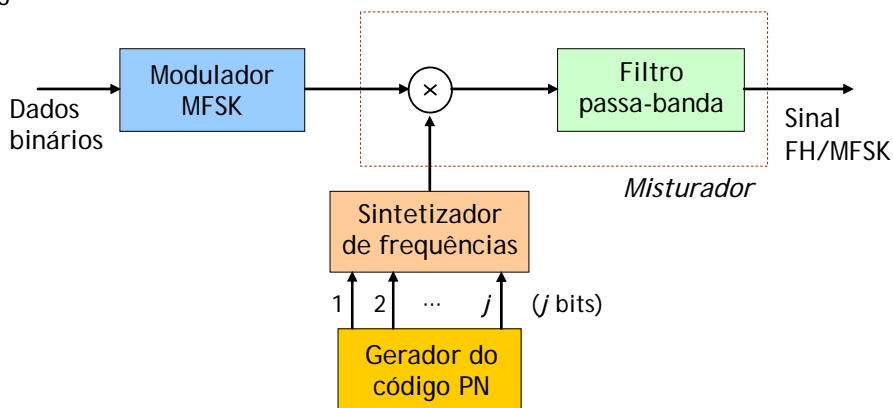


Fig. 1 Geração de sinais FH.

O sistema gera, portanto,  $2^j$  bandas de frequência FH. Como em cada banda a frequência da portadora MFSK toma  $M = 2^k$  valores então no processo de espalhamento o número total de frequências é igual a  $2^j M = 2^{j+k}$ . Entre saltos a largura de banda ocupada pelo sinal FH é igual à largura de banda de um sinal MFSK convencional mas considerando os saltos todos a largura de banda ocupada é muito maior.

É difícil aos sintetizadores de frequência manter coerência de fase entre saltos sucessivos pelo que a maior parte dos sistemas de comunicação FH/MFSK usa desmodulação *não-coerente*, como na Fig. 2.

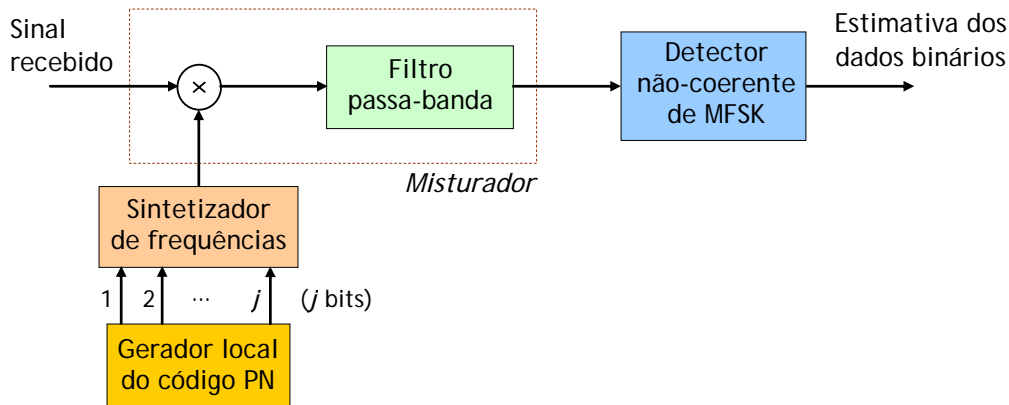


Fig. 2 Desmodulação de sinais FH.

A detecção não-coerente de MFSK pode ser feita com  $M$  filtros adaptados seguidos de detectores de envolvente, como sabemos. Em FH de Saltos Lentos o símbolo transmitido é estimado seleccionando simplesmente a saída mais elevada dos  $M$  ramos e em FH de Saltos Rápidos o símbolo é estimado de uma de duas maneiras<sup>1</sup>:

1) tomam-se decisões separadas relativamente aos  $K$  "chips" recebidos no intervalo  $T$  e por *voto de maioria* selecciona-se o símbolo MFSK (ver Exemplo 3).

2) calculam-se *funções de verosimilhança* com base no sinal total recebido durante  $K$  "chips" e selecciona-se a função mais elevada.

Um receptor que aplique a segunda alternativa é *ótimo* no sentido em que minimiza a probabilidade de símbolo errado para uma dada relação  $E_b/N_0$ .

### 3. Ganho de processamento em FH/MFSK

Tal como nos sistemas SS por Sequência Directa o ganho de processamento é definido por

$$PG = \frac{\text{largura de banda do sinal modulado espalhado}}{\text{largura de banda do sinal modulado nao espalhado}} = \frac{B_{FH}}{B_{MFSK}}$$

Vejamos como calculá-lo. Em primeiro lugar há que recordar que a separação de frequências para que as portadoras sejam ortogonais é  $\Delta f = 1/T_c$ . Teremos então, consoante o tipo de saltos FH,

$$\Delta f = \frac{1}{T_c} = \begin{cases} 1/T = R & SFH \\ 1/T_h = KR & FFH \end{cases}$$

Sem espalhamento o sinal MFSK ocupa uma largura de banda (LB)  $B_{MFSK} \approx M/T = MR$ . Ao espalhar o sinal passamos a ter  $2^j$  bandas FH, ou patamares de salto, cada uma a ocupar a largura de banda  $M\Delta f$ . Assim, a largura de banda do sinal modulado espalhado,  $B_{FH}$ , vale

$$B_{FH} = \text{nº de bandas FH} \times \text{LB de cada banda} = 2^j M \Delta f = \begin{cases} 2^j MR & SFH \\ 2^j MKR & FFH \end{cases}$$

Já estamos em condições de determinar o ganho de processamento em FH:

<sup>1</sup> In S. Haykin, "Communication Systems", 4ª Edição, Wiley, 2001.

$$PG = \frac{B_{FH}}{B_{MFSK}} = \begin{cases} 2^j & SFH \\ 2^j K & FFH \end{cases}$$

No caso particular de FSK binária o ganho de processamento pode ser expresso por

$$PG = \frac{B_{FH}}{2R_b}$$

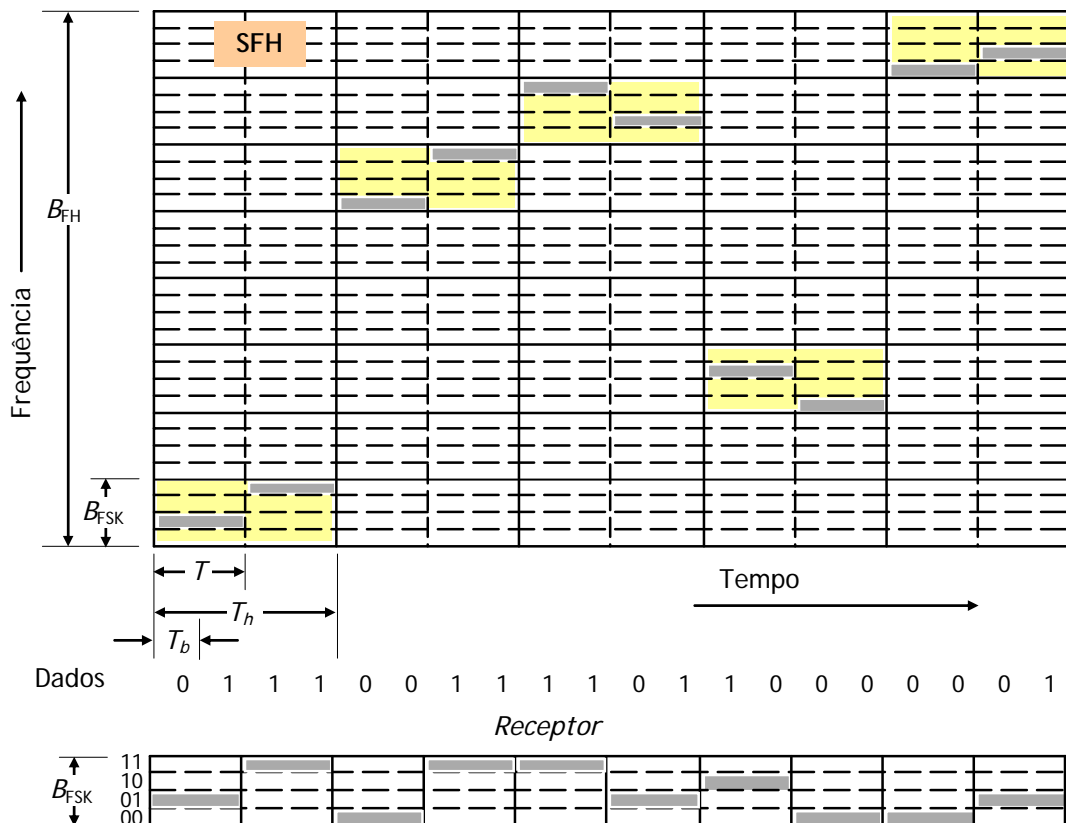
#### 4. Recapitulando SFH

Do que já vimos podemos listar as seguintes características de um sistema FH de Saltos Lentos:

- as frequências do sinal FSK estão separadas por um múltiplo inteiro da "chip rate"  $R_c = R$  para assegurar ortogonalidade entre elas (porquê  $R_c = R$ ? Porque em SFH "cada símbolo é um *chip*").
- Cada um dos  $M$  ramos do receptor não-coerente está *adaptado* a um dos  $M$  sinais ortogonais MFSK. Assim, como cada um destes sinais não vai interferir nos outros  $M-1$  ramos (pois não lhe estão adaptados) o desempenho do sistema SFH/MFSK é o mesmo de um sistema MFSK não-coerente convencional (sem saltos) em presença de ruído gaussiano branco aditivo (ruído AWGN).
- Largura de banda:  $B_{SFH} = 2^j MR = 2^{j+k} R = \frac{2^{j+k}}{k} R_b$
- Ganho de processamento:  $PG = 2^j$  ou, em dB,  $PG(dB) = 10\log_{10}(2^j) = 3j$ .

#### Exemplo 1: FH de Saltos Lentos

A próxima figura refere-se a um sistema SFH com as seguintes características:



- Número de frequências FSK:  $M = 4$  (isto é, 4-FSK e  $k = 2$  bits/símbolo).
- Comprimento do segmento PN que escolhe as bandas FH:  $j = 3$ . Logo, o número de bandas FH é  $2^j = 8$ .
- $\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{1}{kT_b}$ . Logo,  $B_{FSK} \approx M \Delta f = \frac{2^k}{T} = \frac{4}{T}$ ,  $B_{FH} = 2^j B_{FSK} = 8 B_{FSK}$  e  $PG = 8$  (9 dB).

#### 4.1. Velocidade do relógio PN em sistemas SFH

Uma vantagem dos sistemas FH relativamente aos sistemas DS é que a velocidade do relógio do gerador de sequências pseudo-aleatórias não precisa de ser tão elevada para se atingir o mesmo espalhamento de espectro, isto é, a mesma largura de banda ocupada. Vamos comprová-lo comparando DS/BPSK com SFH/BFSK. Mais tarde veremos que o mesmo acontece em FFH.

A largura de banda de um sinal DS/BPSK é o dobro da largura de banda da sequência espalhadora (em banda-base), isto é,  $B_{DS} = 2/T_c$ . Ora a sequência espalhadora é uma sequência pseudo-aleatória cujos bits têm a duração dos "chips", o que significa que a velocidade do relógio do gerador PN é igual à "chip rate", isto é,

$$\text{velocidade de relógio (DS): } v_{DS} = 1/T_c$$

Em SFH/BFSK a largura de banda é  $B_{SFH} = 2^j MR = 2^{j+1} R$ . Se fizermos  $T = KT_h$  e  $R = R_h/K$ , em que  $K < 1$  é o número de saltos por símbolo, então  $B_{SFH} = 2^{j+1} R = \frac{2^{j+1}}{KT_h}$ . Durante os  $T_h$  segundos de permanência numa banda FH o gerador PN tem de produzir  $j$  bits para que se saiba para onde vai a portadora saltar a seguir - quer dizer, o gerador produz  $j/T_h$  bits/s. É esta a velocidade de relógio:

$$\text{velocidade de relógio (SFH): } v_{SFH} = j/T_h$$

Igualando as duas larguras de banda,  $B_{DS} = B_{SFH}$ , obtemos  $\frac{2}{T_c} = \frac{2^{j+1}}{KT_h}$  e  $2v_{DS} = \frac{2^{j+1}}{jK} v_{SFH}$ , para finalmente comprovarmos que a velocidade de relógio é mais elevada num sistema DS do que num sistema SFH, para a mesma largura de banda espalhada:

$$\frac{v_{DS}}{v_{SFH}} = \frac{2^j}{jK} > 1$$

#### Exemplo 2: SFH de novo

**P.:** Num sistema SFH/BFSK o débito binário é 4800 bits/s, ocorrem  $K = 0,5$  saltos de frequência/bit e são usadas 2048 frequências no total.

- Quantos bits controlam o sintetizador de frequência?
- Qual é a velocidade do relógio do gerador PN?
- Qual é a largura de banda do sinal SS?

**R.:** Tratando-se de modulação binária é  $k = 1$ . O ritmo de saltos é  $R_h = K R_b = 2400$  saltos/s e o número total de frequências que o sistema FH usa é  $2^{j+k} = 2^{j+1} = 2048$ . Assim,  $j = 10$ .

- O sintetizador de frequência é controlado por  $j = 10$  bits.
- No intervalo  $T_h = 1/R_h$  entre saltos consecutivos o gerador PN tem de produzir  $j = 10$  bits (para se poder escolher o salto seguinte), isto é, tem de produzir

$$\frac{j}{T_h} = jR_h = 10 \times 2400 = 24000 \text{ bits/s.}$$

Tal significa que a velocidade do relógio do gerador é 24 kHz. Em comparação, o relógio PN de um sistema DS teria de funcionar a uma velocidade de

$$v_{DS} = \frac{2^j}{jK} v_{SFH} = \frac{2^{10}}{10 \times 0,5} \times 24 \cdot 10^3 = 4,915 \text{ MHz}$$

para se obter a mesma largura de banda espalhada.

c) A separação entre frequências contíguas do sinal FH é  $\Delta f = 1/T = 4800 \text{ Hz}$  e a largura de banda do sinal SFH/BFSK é  $B_{FH} = 2^j B_{FSK} = 2^j M \Delta f = 2^{11} \times 4800 = 9,83 \text{ MHz}$ .

## 5. Recapitulando FFH

Quanto aos sistemas FH podemos dizer:

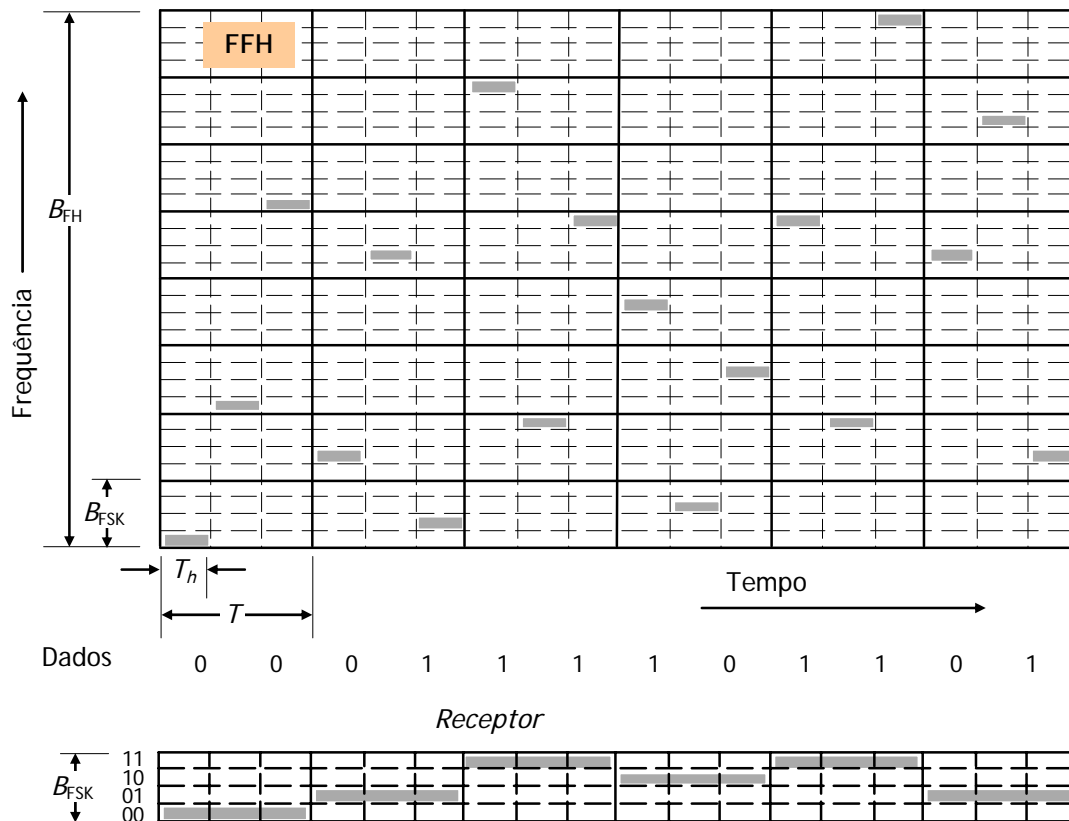
- “Cada salto é um *chip*”: ocorrem vários saltos durante cada símbolo MFSK, isto é, cada salto demora menos que cada símbolo. Ou seja,  $T_h < T$  e, portanto,  $R_c = R_h$  (e  $T_c = T_h$ ).
- Se  $K = \frac{T}{T_h} = \frac{R_h}{R}$  for o número de saltos/símbolo o espaçamento mínimo entre frequências MFSK é  $\Delta f = \frac{1}{T_h} = \frac{K}{T} = \frac{K}{kT_b}$  (ou  $\Delta f = KR$ ).
- A largura de banda de cada banda FH é  $M \Delta f = MKR = \frac{2^k}{k} KR_b$  e a largura de banda do sinal FFH/MFSK é  $B_{FFH} = 2^j M \Delta f = 2^j MKR = \frac{2^{j+k}}{k} KR_b$ .
- O ganho de processamento é  $PG = 2^j K$  ou, em dB,  $PG(\text{dB}) = 10 \log_{10}(2^j K) = 3j + K_{\text{dB}}$ .
- A técnica FH de Saltos Rápidos é muito útil em ambientes de “fading” (desvanecimento) ou em ambientes em que o empastelamento (“jamming”) é feito em parte da banda do sinal espalhado.
- É conveniente usar códigos correctores de erros associados às técnicas FH de Saltos Rápidos (veja a justificação na Sec. 6.2).

Imagine-se que a tática de um interferente é perseguir a portadora medindo o conteúdo espectral do sinal e resintonizando o seu sinal interferente na banda de cada salto. Então, se quisermos “vencer” a interferência as frequências das portadoras FH devem mudar antes que o interferente tenha tido tempo de fazer todo o processamento necessário à sua acção. A técnica FH de Saltos Lentos é claramente menos indicada para este tipo de interferência persecutória.

### Exemplo 3: FH de Saltos Rápidos

A próxima figura refere-se a um sistema FFH com as seguintes características:

- Número de frequências FSK:  $M = 4$  (isto é, 4-FSK e  $k = 2$  bits/símbolo).
- Comprimento do segmento PN que escolhe as bandas FH:  $j = 3$ . Logo, o número de bandas FH é  $2^j = 8$ .
- Número de saltos/símbolo:  $K = 3$ .
- $\Delta f = \frac{1}{T_h} = \frac{K}{T} = \frac{3}{T}$ . Logo,  $B_{FSK} = M \Delta f = \frac{4 \times 3}{T} = \frac{12}{T}$  e  $B_{FH} = 2^j B_{FSK} = 8 B_{FSK}$ . Uma pergunta: acha que, tal como no Exemplo 1, o ganho de processamento é 8? Não, pois não?



Uma maneira possível de estimar símbolos na desmodulação é proceder a um voto por maioria. Observando a figura anterior notamos que cada símbolo é estimado com base em três decisões, cada uma correspondente a um dos três patamares de salto por símbolo. Imaginemos, por exemplo, que na estimação do primeiro símbolo havia duas decisões a favor do símbolo 00 e uma a favor do símbolo 01. Quem ganharia?

### 5.1. Velocidade do relógio PN em sistemas FFH

Vimos atrás que a velocidade de relógio do gerador PN é menor em FH com Saltos Lentos do que num sistema SS por Sequência Directa, para a mesma largura de banda espalhada. Em FFH também é assim, como vamos ver de imediato com FSK binária.

Recorda-se que a largura de banda de um sinal DS/BPSK é  $B_{DS} = 2/T_c$  e a velocidade do relógio  $v_{DS} = 1/T_c$ . Tal como acontecia com Saltos Lentos, também em FFH o gerador PN tem de produzir  $j$  bits nos  $T_h$  segundos de permanência numa banda FH, fazendo com que  $v_{FFH} = j/T_h$ . Em FFH/BFSK o espaçamento de frequências é  $\Delta f = 1/T_h$  e a largura de banda do sinal é  $B_{FFH} = 2^j M \Delta f = \frac{2^{j+1}}{T_h}$ .

Igualando as duas larguras de banda,  $B_{DS} = B_{FFH}$ , obtemos  $\frac{2}{T_c} = \frac{2^{j+1}}{T_h}$  e  $2v_{DS} = \frac{2^{j+1}}{j} v_{FFH}$ , isto é,

$$\frac{v_{DS}}{v_{FFH}} = \frac{2^j}{j} > 1.$$

Comprovámos que, de facto, a velocidade de relógio é mais elevada num sistema DS do que num sistema FFH, para a mesma largura de banda espalhada.

É claro que em FFH o relógio tem de ser mais rápido que em SSH, para o mesmo  $j$ . Na verdade, com base em  $\frac{v_{DS}}{v_{FFH}} = \frac{2^j}{j}$  e  $\frac{v_{DS}}{v_{SFH}} = \frac{2^j}{jK}$ ,  $K < 1$ , obtemos  $v_{FFH} = \frac{v_{SFH}}{K} > v_{SFH}$ . Não esquecer que nestas expressões o parâmetro  $K < 1$  representa o número de saltos por símbolo em SFH.

**Exemplo 4:**  
**Velocidade do relógio PN em FFH**

Vamos comparar a velocidade de relógio dos geradores de sequências pseudo-aleatórias de um sistema FFH com FSK binária e de um sistema DS com PSK binária.

**P.:** Um sistema BFSK de espalhamento espectral por saltos rápidos em frequência usa 2048 frequências. Se desejarmos obter a mesma largura de banda de espalhamento com um sistema SS/BPSK obtido por sequência directa qual é a relação entre as velocidades de relógio dos geradores PN dos respectivos códigos de espalhamento?

**R.:** Acabámos de ver que a relação entre as duas velocidades de relógio é dada por  $\frac{v_{DS}}{v_{FH}} = \frac{2^j}{j}$ , em que  $j$  representa o número de bits da sequência PN que selecciona cada banda de frequências de salto em FH. Cada uma dessas bandas usa duas frequências (por se tratar de modulação FSK binária) e como ao todo existem 2048 frequências, então o número de bandas de salto é  $2048/2 = 1024$ , valor que é igual a  $2^j$ , claro. Logo,  $j = 10$ . Conclui-se imediatamente que a velocidade de relógio do sistema DS é cerca de cem vezes maior que a velocidade de relógio do sistema FFH:

$$\frac{\text{velocidade de relógio (DS)}}{\text{velocidade de relógio (FH)}} = \frac{2^j}{j} = \frac{2^{10}}{10} = 102,4 \text{ vezes.}$$

**6. Probabilidade de erro**

A Fig. 3 mostra dois tipos de interferência de ruído branco intencional: de banda larga e de banda parcial. A primeira ocupa toda a largura de banda ocupada pelo sinal,  $B_{ss}$ , e a segunda ocupa apenas uma parte.

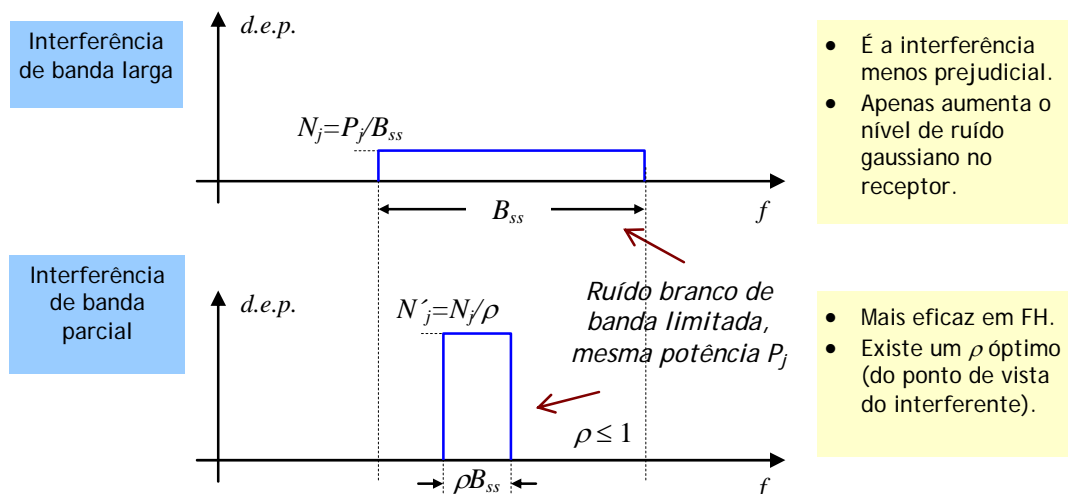


Fig. 3 Interferências de banda larga e de banda parcial.

**6.1. Interferência de banda larga**

Consideremos em primeiro lugar uma transmissão SFH/BFSK afectada de ruído gaussiano branco (AWGN) e interferência de banda larga. O sinal tem potência  $P$  e largura de banda  $B_{ss}$ , o ruído AWGN tem densidade espectral de potência unilateral  $N_0$  e a interferência tem potência  $P_j$  e densidade



espectral de potência  $N_j = P_j/B_{ss}$ . A probabilidade de bit errado com detecção não-coerente é dada por

$$P_b = \frac{1}{2} e^{-\frac{E_b}{2(N_0 + N_j)}} = \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{-E_b/N_0}{2 \left( 1 + \frac{E_b/N_0}{E_b/N_j} \right)} \right]$$

ou alternativamente por

$$P_b = \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{-E_b/N_0}{2 \left( 1 + \frac{P_j/P}{B_{ss}/R_b} E_b/N_0 \right)} \right] = \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{-E_b/N_0}{2 \left( 1 + \frac{P_j/P}{2PG} E_b/N_0 \right)} \right] = \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{-1}{2 \left( N_0 \frac{R_b}{P} + \frac{P_j/P}{B_{ss}/R_b} \right)} \right]$$

A Fig. 4 apresenta a probabilidade de bit errado para vários valores de  $E_b/N_0$ . Tal como em DS/BPSK, para valores elevados de  $E_b/N_j$  a probabilidade de erro estabiliza num patamar imposto pela relação  $E_b/N_0$ : nessa zona do gráfico o ruído AWGN é preponderante.

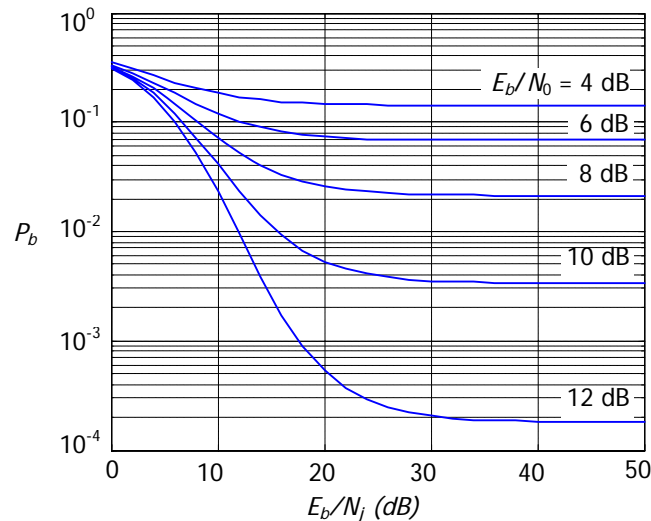


Fig. 4 Probabilidade de bit errado em FH/BFSK não-coerente com interferência de banda larga.

## 6.2. Interferência de banda parcial

Suponhamos agora que a interferência intencional ocupa uma percentagem  $\rho$  da banda do sinal. Em sistemas FH esta fracção de ocupação da banda espalhada é também a probabilidade de um dado símbolo sofrer interferência.

A probabilidade média de bit errado é calculada pela média ponderada

$$\begin{aligned} \bar{P}_b &= (1-\rho)P_b(\text{so' AWGN}) + \rho P_b(\text{AWGN+interf.}) = \\ &= \frac{1-\rho}{2} \exp \left( -\frac{E_b}{2N_0} \right) + \frac{\rho}{2} \exp \left[ -\frac{E_b}{2(N_0 + N_j/\rho)} \right] \end{aligned}$$

Se  $N_j \gg N_0$  podemos desprezar o ruído AWGN, ficando

$$\bar{P}_b \approx \frac{\rho}{2} \exp \left( -\frac{\rho E_b}{2N_j} \right).$$

O interferente nada ganha em usar uma largura de banda  $B_j$  inferior à largura de banda  $B$  do sinal sem espalhamento; sendo assim,  $\rho = B_j/B_{ss} \geq B/B_{ss}$ , ou melhor,  $\frac{B}{B_{ss}} \leq \rho \leq 1,0$ . Esta é a gama útil de  $\rho$  do ponto de vista do interferente. O melhor valor de  $\rho$  (para o interferente, entenda-se) é o que causar maior dano; ou seja, é o valor  $\rho = \rho_0$  para o qual  $\bar{P}_b$  é máxima. Derivando  $\bar{P}_b$  em ordem a  $\rho$  e igualando a zero conclui-se que  $\rho_0 = \frac{2}{E_b/N_j}$  e, portanto:

$$\bar{P}_{b_{\max}} = \begin{cases} \frac{1}{eE_b/N_j} & \text{se } E_b/N_j > 2,0 \quad \left( \text{e } \rho = \rho_0 = \frac{2}{E_b/N_j} \right) \\ \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{E_b}{2N_j}\right) & \text{se } E_b/N_j \leq 2,0 \quad (\text{e } \rho = 1 \Rightarrow \text{ocupa toda a banda}) \end{cases}$$

Note-se que se  $E_b/N_j \leq 2,0$  não é possível usar  $\rho = \rho_0$  pois seria superior a 100%. A Fig. 5 apresenta a probabilidade de bit errado para vários valores de  $\rho$ .

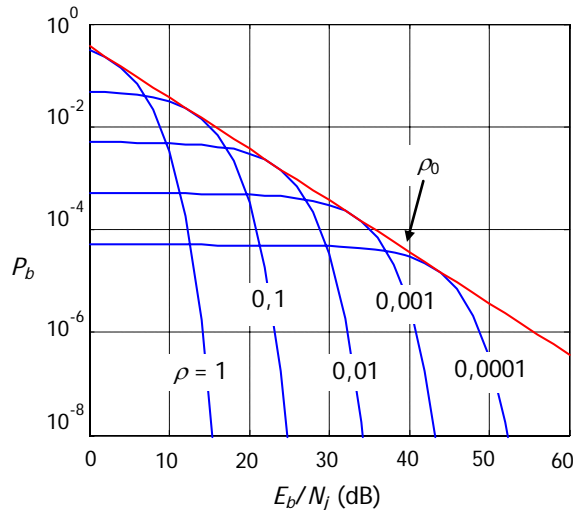


Fig. 5 Probabilidade de bit errado em FH/BFSK não-coerente com interferência de banda parcial.

Se  $\rho \neq \rho_0$  há uma relação exponencial entre  $P_b$  e  $E_b/N_j$ ; se  $\rho = \rho_0$  a relação passa a ser inversamente proporcional, o que é mais desfavorável para quem comunica, como a figura comprova. Vemos no gráfico, por exemplo, que para a mesma probabilidade de erro  $P_b = 10^{-6}$  há uma diferença de mais de 40 dB na relação  $E_b/N_j$  com  $\rho = 1$  (interferência de banda larga) e com  $\rho = \rho_0$  (pior interferência de banda parcial). Isto quer dizer que o interferente com  $\rho = \rho_0$  poupa mais de 40 dB de potência para ter o mesmo efeito que a interferência de banda larga.

Como combater este tipo de interferência? Com códigos correctores de erros e entrelaçamento. É que a codificação e o entrelaçamento transformam a relação inversa de novo na relação exponencial.