

# “Turbo everywhere”

Como o “princípio turbo” está a mudar as técnicas de transmissão digital

*Sílvio A. Abrantes*

*FEUP*

---

# Turbo-códigos

- Inventados por Claude Berrou, Alain Glavieux e Punya Thitimajshima (ENST, Brest, França)
- Apresentados em 1993



**Claude Berrou**  
(1951-)



**Alain Glavieux**  
(1949-2004)

# Turbo-códigos

- Predecessores:
  - 1979-1989: Gérard Battail
  - 1989: J. Hagenauer and P. Hoeher (*SOVA*)
  - 1992: J. Lodge, P. Hoeher and J. Hagenauer

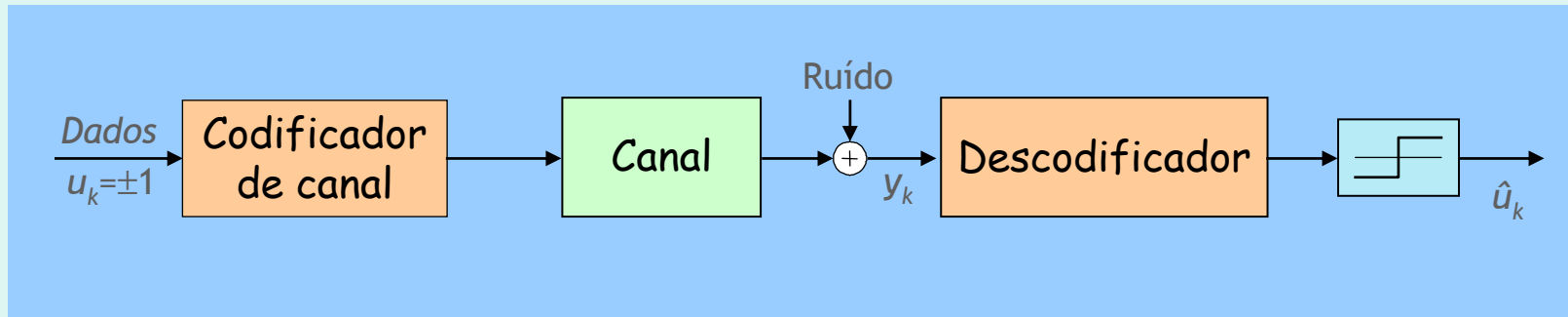
# Turbo-códigos: uma revolução

- Durante décadas a comunidade da codificação tentou aproximar-se do **limite de Shannon** com novos códigos e técnicas

**Sucesso? Algum, mas... não muito...**

- Até que, com uma abordagem diferente, surgiram códigos que se aproximam a apenas **décimas de dB** desse limite!!

# Diagrama de blocos genérico



## Abordagem convencional:

- Com códigos descritos por treliças normalmente usa-se descodificação de máxima verosimilhança com o algoritmo de Viterbi (estimação [ML](#))
- Pode também usar-se o algoritmo BCJR (estimação [MAP](#))
  - calcula a probabilidade a posteriori  $P(u_k | \mathbf{y})$  mas é muito mais complexo

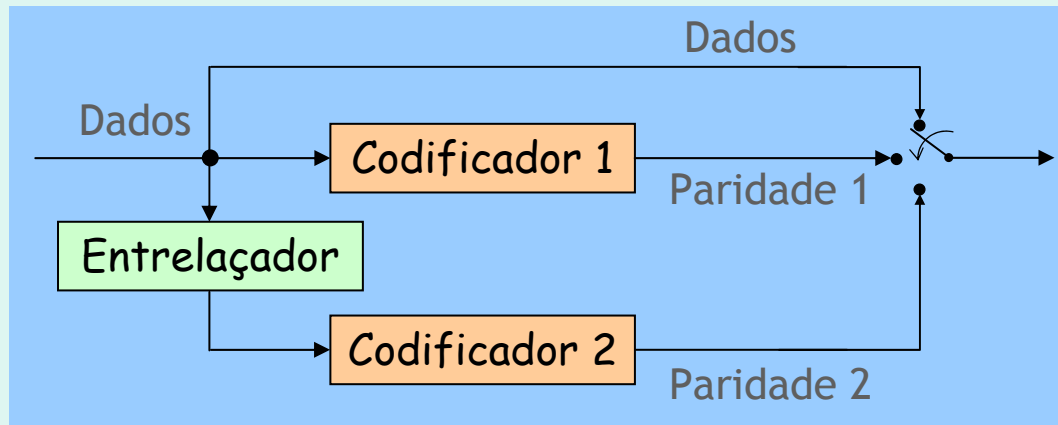
# O princípio turbo

O desempenho de um receptor num sistema de comunicações digitais é significativamente melhorado se se usar:

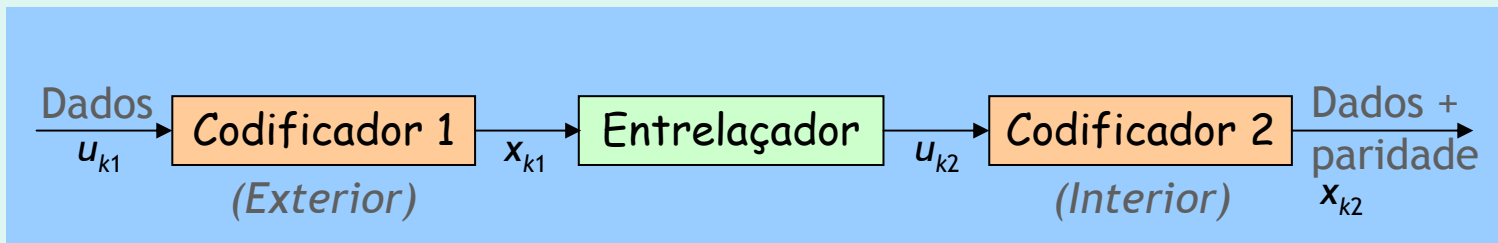
- **Codificação concatenada no emissor**
- **Detecção e descodificação iterativas no receptor**
  - Os descodificadores formam uma malha fechada de “feedback” onde circulam decisões brandas (Soft-Input Soft-Output, ou SISO) relacionadas com probabilidades *a posteriori* (APP)
  - A decisão final é tomada bit a bit (é uma decisão “rígida”)
- **Entrelaçamento e desentrelaçamento**
  - Operações são realizadas em blocos de bits  $\Rightarrow$  turbo-códigos são códigos de blocos

# Concatenação para codificação turbo

- Em paralelo (primeira a surgir em turbo-códigos)



- Em série

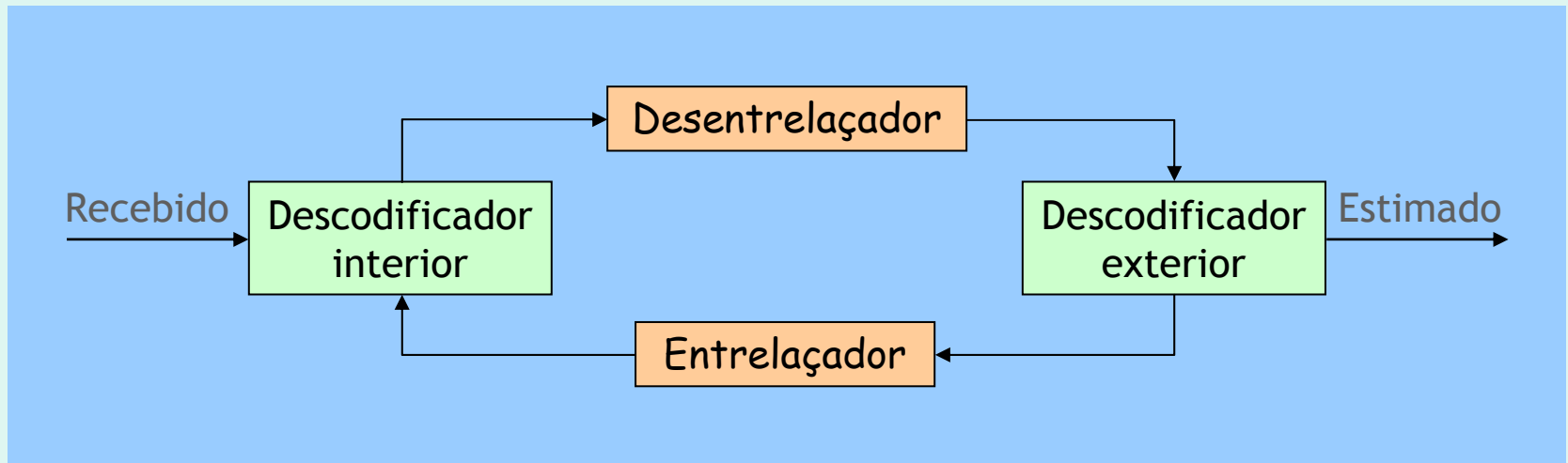


- Os codificadores estão separados por um entrelaçador

# A descodificação iterativa (turbo)

Porquê “**turbo**”?

Por analogia com os motores turbo de automóveis





# Entrelaçamento: um exemplo

Sequência original,  $x$

2	4	3	1	8	5	9	6	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Padrão de permutação:  
 $P = [1\ 4\ 7\ 2\ 5\ 9\ 3\ 6\ 8]$

Sequência permutada,  $y$

2	1	9	4	8	0	3	5	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Matriz de permutação:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$y[i] = x[P[i]]$$

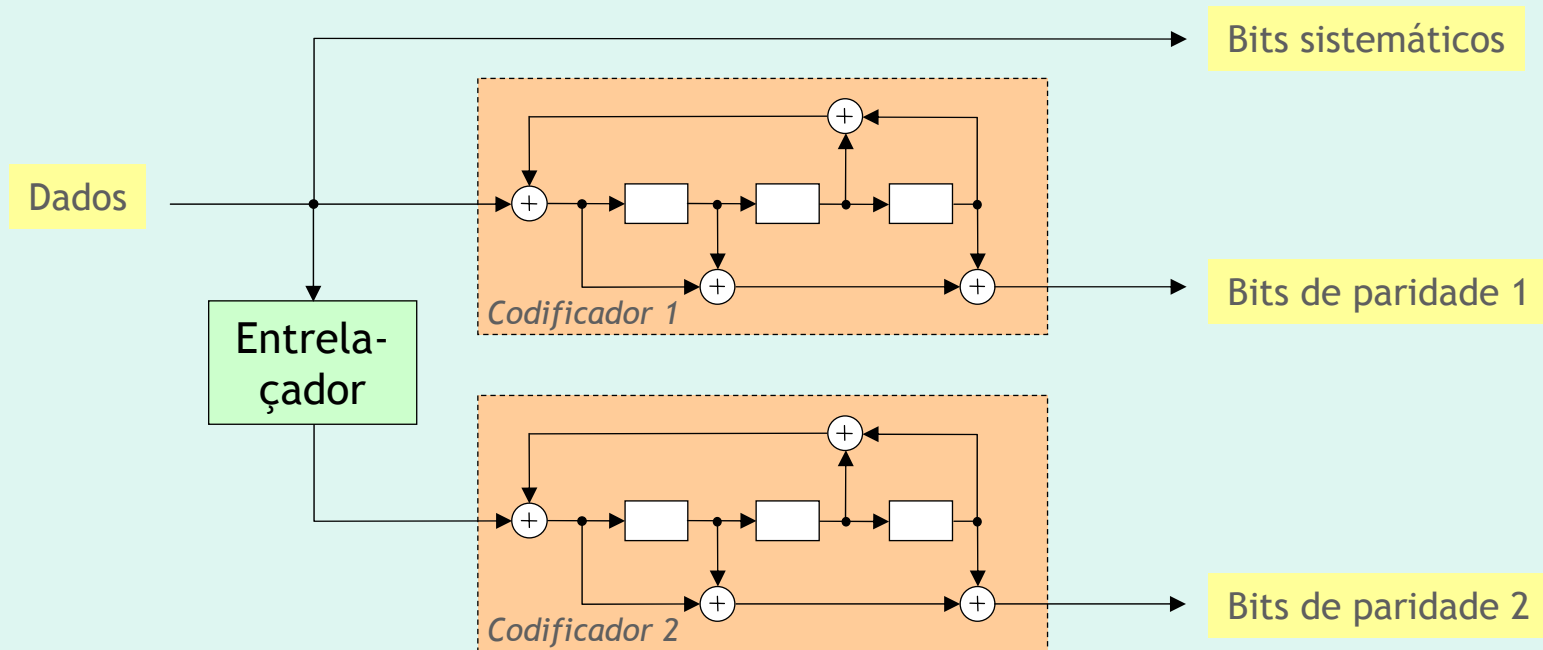
$$x[P[i]] = y[i]$$

$$y = xP$$

$$x = yP^T$$

# Codificadores constituintes dos turbo-códigos

Geralmente usam-se codificadores convolucionais recursivos iguais:

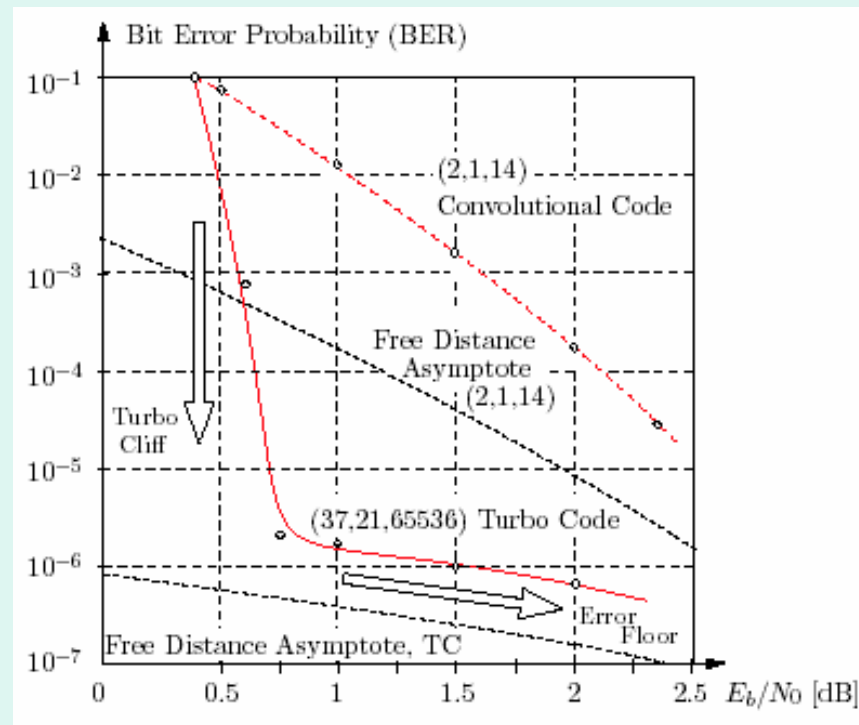


Gerador do ramo directo:  $15_8$

Gerador do ramo de "feedback":  $13_8$

# Comparação de desempenho

## Probabilidade de erro com códigos convolucionais e turbo



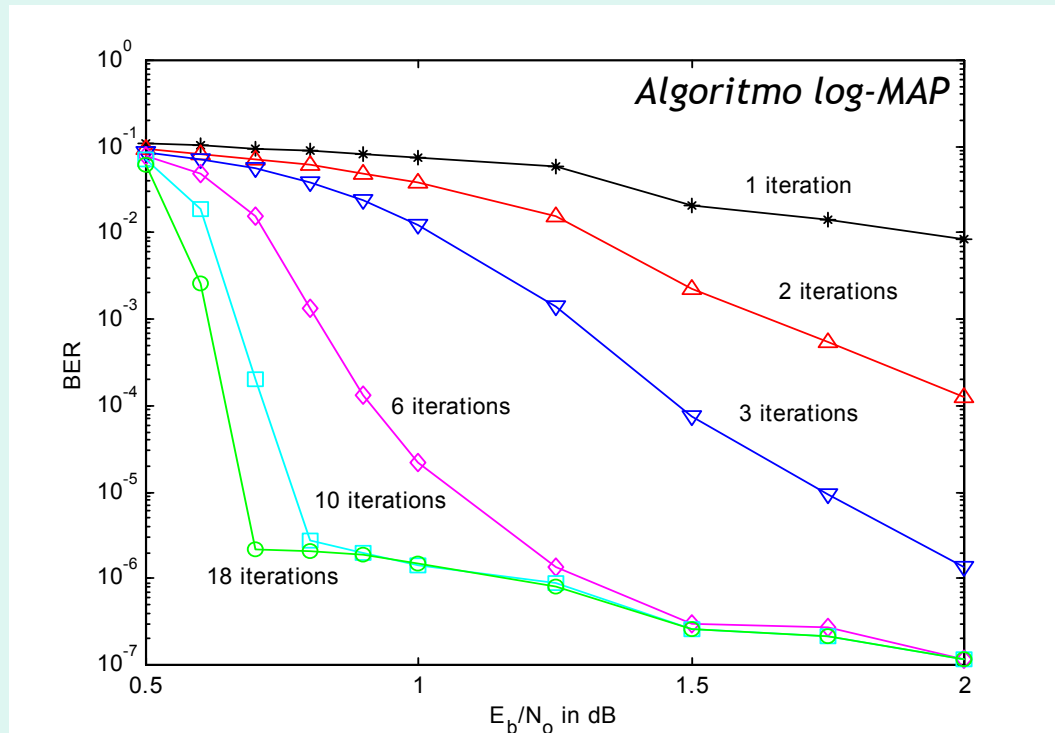
Fonte: C. Schlegel & L. Perez, *Trellis and Turbo Coding*, IEEE Press-Wiley, 2004

# Aplicações dos turbo-códigos

- Telemóveis 3G
  - UMTS, WCDMA (3GPP/evolução de GSM)
  - CDMA2000 (3GPP2/evolução de IS-95)
- Televisão digital
  - Norma DVB-RCS (“Return Channel via Satellite”)
- Redes locais e metropolitanas sem fios
  - Norma IEEE 802.16a (“Fixed Broadband Wireless Access Systems”)
- Comunicações espaciais
  - NASA: Messenger (‘04), Mars Reconnaissance Orbiter & Rover (‘05), STEREO (‘05), Pluto (‘06), Kepler (‘07), etc.
  - ESA: SMART-1 (‘03), Rosetta
- Sistemas militares
- Gravação magnética

# Descodificação turbo é iterativa

Probabilidade de erro em função do número de iterações



Fonte: M. Valenti, "Turbo Codes and Iterative Processing", *IEEE New Zealand Wireless Communications Symposium*, Nov. 1998

# Probabilidades e logaritmos

- Razão de probabilidades *a posteriori*

$$\frac{P(u_k = +1 | \mathbf{y})_{H_1}}{P(u_k = -1 | \mathbf{y})_{H_0}} \gtrless 1$$

Critério MAP

- LLR (“*log-likelihood ratio*”) *a posteriori*

$$L(u_k | \mathbf{y}) = \ln \frac{P(u_k = +1 | \mathbf{y})_{H_1}}{P(u_k = -1 | \mathbf{y})_{H_0}} \gtrless 0$$

Critério MAP

- LLR *a priori*


$$L(u_k) = \ln \frac{P(u_k = +1)}{P(u_k = -1)}$$

# Estimação MAP e algoritmo BCJR

- O receptor óptimo usa o critério da probabilidade *a posteriori* máxima (MAP) para tomar decisões sobre  $u_k$ .
- Algoritmo de cálculo de  $L(u_k | \mathbf{y})$ : BCJR (Bahl, Cocke, Jelinek e Raviv, 1974)
  - Outros nomes para o mesmo: algoritmo MAP, algoritmo APP, “forward-backward algorithm”
  - Variantes mais simples: log-MAP, max-log-MAP, SOVA

# O algoritmo BCJR, ou MAP

## Sumário de expressões usadas



Normalize!!

$$L(u_k|y) = \ln \frac{\sum_{R_1} \alpha_{k-1}(s') \gamma_k(s', s) \beta_k(s)}{\sum_{R_0} \alpha_{k-1}(s') \gamma_k(s', s) \beta_k(s)}$$

$\alpha_{k-1}(0)$   $\alpha_{k-1}(1)$

$\gamma_k(0,2)$   $\gamma_k(1,2)$

$\alpha_k(2)$

$\alpha_{k-1}(1)$

$\gamma_k(1,2)$

$\beta_k(2)$

$\beta_k(1)$   $\beta_k(3)$

$\gamma_k(3,1)$   $\gamma_k(3,3)$

$\beta_{k-1}(3)$

$$\alpha'_k(s) = \sum_{s'} \alpha_{k-1}(s') \gamma_k(s', s)$$

$$\beta'_{k-1}(s') = \sum_s \beta_k(s) \gamma_k(s', s)$$

$$\alpha_0(s) = \begin{cases} 1 & s=0 \\ 0 & s \neq 0 \end{cases}$$

$$\gamma_k(s', s) = C_k e^{u_k L(u_k)/2} \exp\left(\frac{L_c}{2} \sum_{l=1}^n x_{kl} y_{kl}\right)$$

Canal AWGN

$$\beta_N(s) = \begin{cases} 1 & s=0 \\ 0 & s \neq 0 \end{cases}$$



# Variantes simplificativas do algoritmo BCJR

- Algoritmo **SOVA** (Soft Output Viterbi Algorithm)
- Algoritmo **log-MAP**
- Algoritmo **max-log-MAP**

São definidas novas variáveis,  $A$ ,  $\Gamma$  e  $B$ :

$$\Gamma_k(s', s) = \ln \gamma_k(s', s) = \ln C_k + \frac{u_k L(u_k)}{2} + \frac{L_c}{2} \sum_{l=1}^n x_{kl} y_{kl}$$

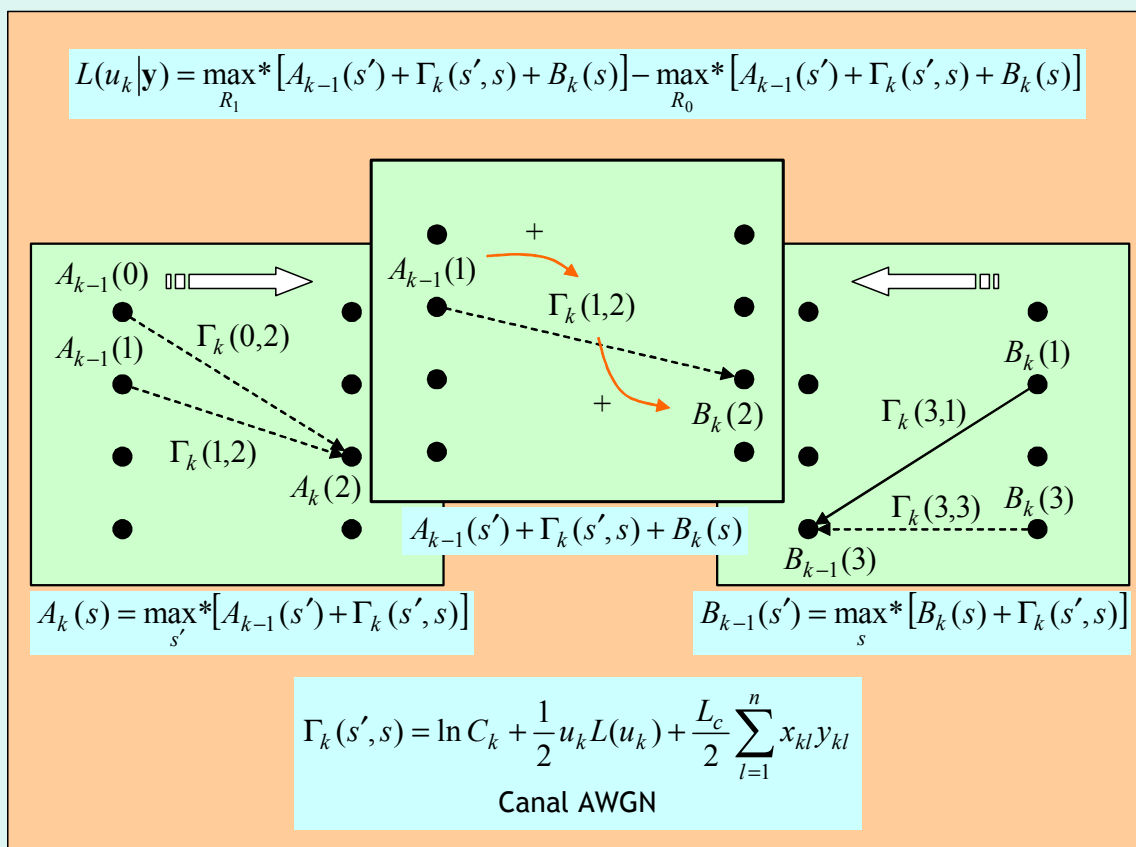
$$A_k(s) = \ln \alpha_k(s) = \max_{s'}^* [A_{k-1}(s') + \Gamma_k(s', s)] \quad A_0(s) = \begin{cases} 0 & s = 0 \\ -\infty & s \neq 0 \end{cases}$$

$$B_{k-1}(s') = \ln \beta_{k-1}(s') = \max_s^* [B_k(s) + \Gamma_k(s', s)] \quad B_N(s) = \begin{cases} 0 & s = 0 \\ -\infty & s \neq 0 \end{cases}$$

$$\max^*(a, b) = \begin{cases} \max(a, b) + \ln(1 + e^{-|a-b|}) & \text{algoritmo log-MAP} \\ \max(a, b) & \text{algoritmo max-log-MAP} \end{cases}$$

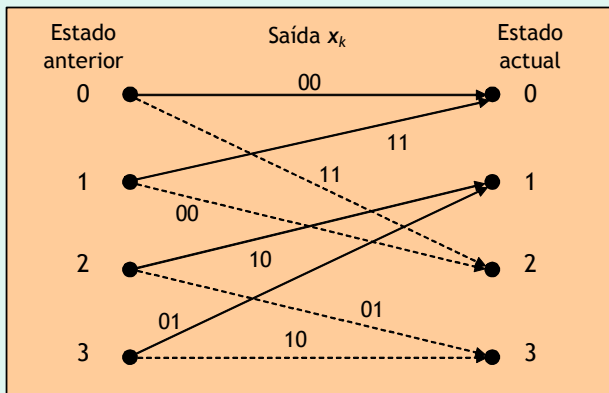
# Os algoritmos log-MAP e max-log-MAP

## Sumário de expressões usadas



# Um exemplo numérico com o algoritmo BCJR

- Canal AWGN:  $a = 1$  e  $\frac{E_c}{N_0} = 1$  dB  $\Rightarrow L_c = 4aE_c/N_0 = 5$
- Treliça do codificador convolucional de taxa  $1/2$ :



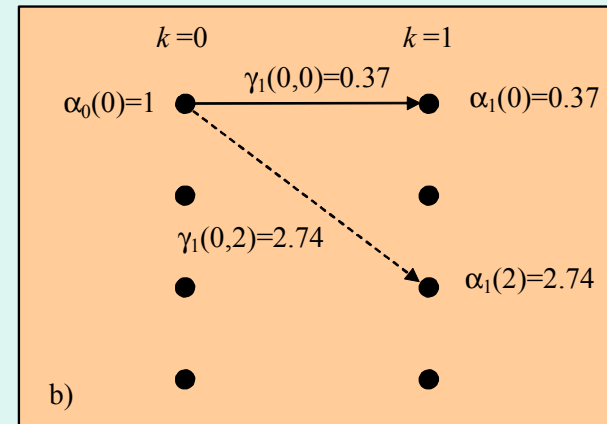
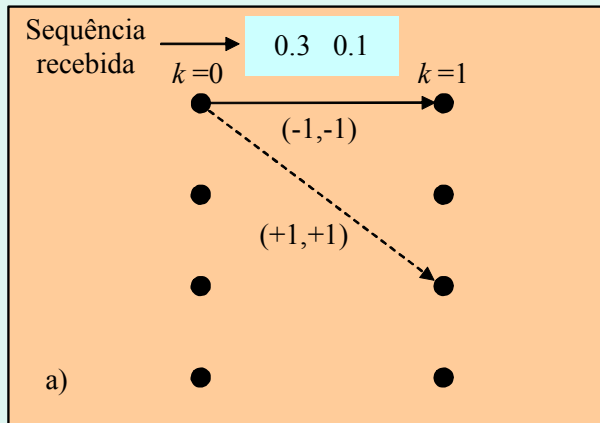
- Sequência  $\pm 1$  enviada começa e termina no estado nulo
- Sequência recebida:

$$\mathbf{y} = \underbrace{0.3 \quad 0.1}_{y_1} \quad \underbrace{-0.5 \quad 0.2}_{y_2} \quad \underbrace{0.8 \quad 0.5}_{y_3} \quad \underbrace{-0.5 \quad 0.3}_{y_4} \quad \underbrace{0.1 \quad -0.7}_{y_5} \quad \underbrace{1.5 \quad -0.4}_{y_6}$$

Qual terá sido a sequência de seis bits enviada?

# Um exemplo numérico com o algoritmo BCJR

- No instante  $k = 1$  temos



$$\gamma_1(0,0) = C_k e^{u_k L(u_k)/2} \exp\left[\frac{L_c}{2} (x_{11}y_{11} + x_{12}y_{12})\right] = e^{[2.5 \times (-1 \times 0.3 - 1 \times 0.1)]} = e^{-1} = 0.37 \quad (\text{com } L(u_k)=0)$$

$$\gamma_1(0,2) = e^{[2.5 \times (1 \times 0.3 + 1 \times 0.1)]} = e = 2.74$$

$$\alpha_0(s) = \begin{cases} 1 & s = 0 \\ 0 & s \neq 0 \end{cases}$$

$$\alpha_0(0)\gamma_1(0,0) = 1 \times 0.37 = 0.37 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1(0) = \frac{0.37}{0.37 + 2.74} = 0.12$$

$$\alpha_0(0)\gamma_1(0,2) = 1 \times 2.74 = 2.74 \quad \Rightarrow \quad \alpha_1(2) = \frac{2.74}{0.37 + 2.74} = 0.88$$

# Um exemplo numérico com o algoritmo BCJR

- Mais exemplos de cálculo de  $\alpha$ ,  $\gamma$  e  $\beta$

$$\gamma_3(2,3) = e^{[2.5 \times (-1 \times (0.8) + 1 \times 0.5)]} = e^{-0.75} = 0.47$$

$$\alpha_3(3) = \frac{\alpha_2(2)\gamma_3(2,3) + \alpha_2(3)\gamma_3(3,3)}{4.31} = \frac{0.01 \times 0.47 + 0.92 \times 2.13}{4.31} = 0.45$$

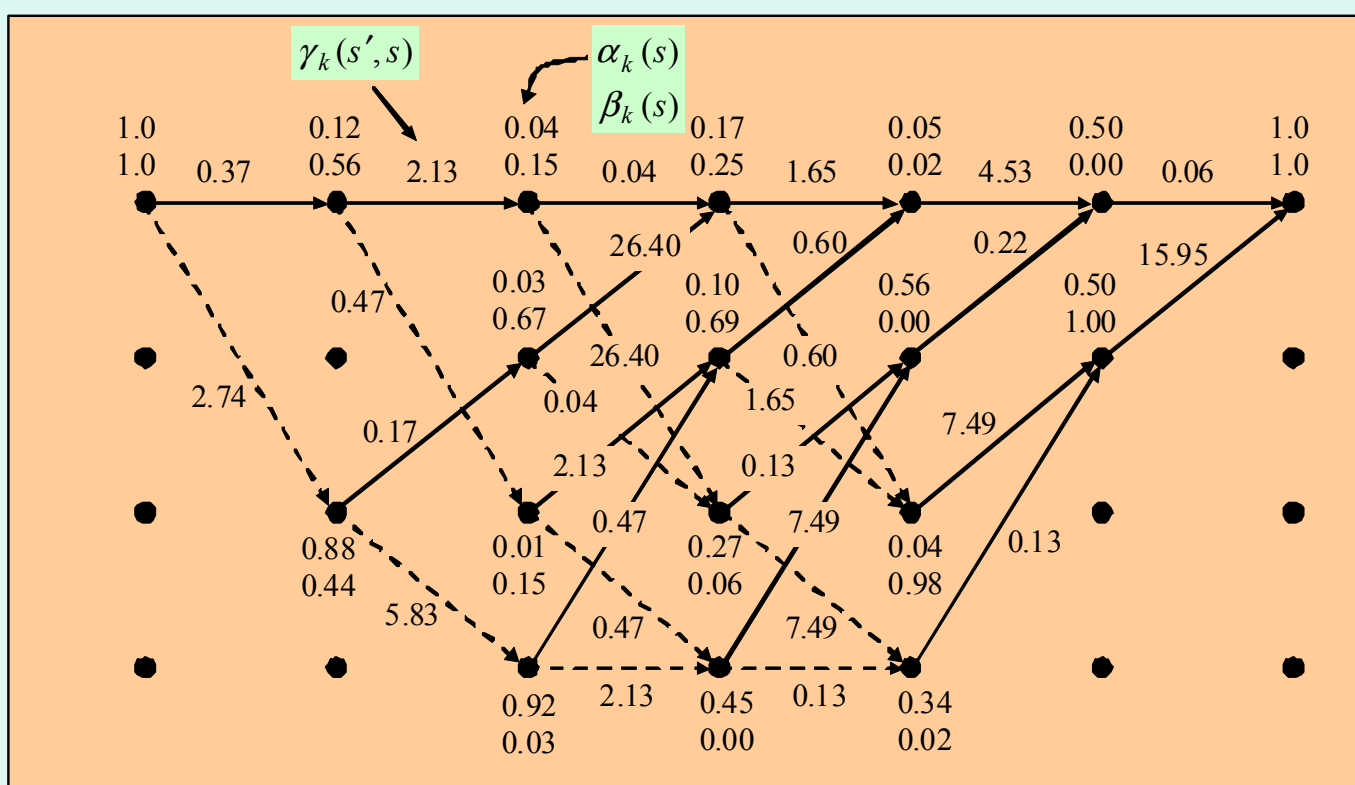
$$\beta_2(2) = \frac{\beta_3(1)\gamma_3(2,1) + \beta_3(3)\gamma_3(2,3)}{9.96} = \frac{0.69 \times 2.13 + 0.001 \times 0.47}{9.96} = 0.15$$

$$\sum_s \alpha'_3(s) = \alpha'_3(0) + \alpha'_3(1) + \alpha'_3(2) + \alpha'_3(3) = 0.716 + 0.452 + 1.182 + 1.959 = 4.31$$

$$\sum_{s'} \beta'_2(s') = \beta'_2(0) + \beta'_2(1) + \beta'_2(2) + \beta'_2(3) = 1.476 + 6.689 + 1.469 + 0.327 = 9.96$$

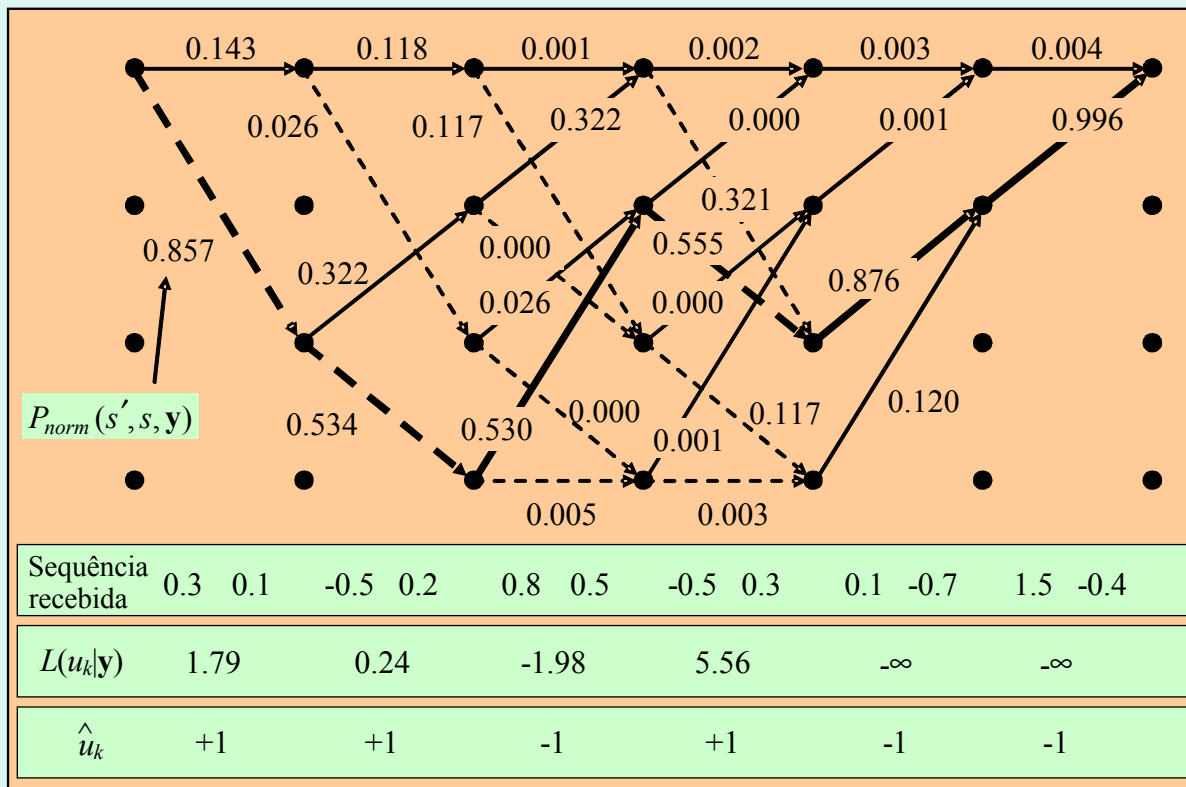
# Um exemplo numérico com o algoritmo BCJR

Valores de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  ao fim de toda a sequência de seis símbolos recebida



# Um exemplo numérico com o algoritmo BCJR

Valores da probabilidade conjunta  $P_{\text{norm}}(s', s, y)$  e da LLR  $L(u_k | y)$



# Um exemplo numérico com o algoritmo BCJR

## Valores das LLR a posteriori

$$L(u_1|\mathbf{y}) = \ln \frac{P_{norm}(0,2,\mathbf{y})}{P_{norm}(0,0,\mathbf{y})} = \ln \frac{0.857}{0.143} = 1.79$$

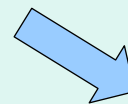
$$L(u_2|\mathbf{y}) = \ln \frac{P_{norm}(0,2,\mathbf{y}) + P_{norm}(2,3,\mathbf{y})}{P_{norm}(0,0,\mathbf{y}) + P_{norm}(2,1,\mathbf{y})} = \ln \frac{0.560}{0.440} = 0.24$$

$$L(u_3|\mathbf{y}) = \ln \frac{P_{norm}(0,2,\mathbf{y}) + P_{norm}(1,2,\mathbf{y}) + P_{norm}(2,3,\mathbf{y}) + P_{norm}(3,3,\mathbf{y})}{P_{norm}(0,0,\mathbf{y}) + P_{norm}(1,0,\mathbf{y}) + P_{norm}(2,1,\mathbf{y}) + P_{norm}(3,1,\mathbf{y})} = \ln \frac{0.122}{0.878} = -1.98$$

$$L(u_4|\mathbf{y}) = \ln \frac{P_{norm}(0,2,\mathbf{y}) + P_{norm}(1,2,\mathbf{y}) + P_{norm}(2,3,\mathbf{y}) + P_{norm}(3,3,\mathbf{y})}{P_{norm}(0,0,\mathbf{y}) + P_{norm}(1,0,\mathbf{y}) + P_{norm}(2,1,\mathbf{y}) + P_{norm}(3,1,\mathbf{y})} = \ln \frac{0.996}{0.004} = 5.56$$

$$L(u_5|\mathbf{y}) = \ln \frac{0}{P(0,0,\mathbf{y}) + P(1,0,\mathbf{y}) + P(2,1,\mathbf{y}) + P(3,1,\mathbf{y})} = -\infty$$

$$L(u_6|\mathbf{y}) = \ln \frac{0}{P(0,0,\mathbf{y}) + P(1,0,\mathbf{y})} = -\infty$$



Sequência estimada

$\hat{u}_k = +1 \ +1 \ -1 \ +1 \ -1 \ -1$



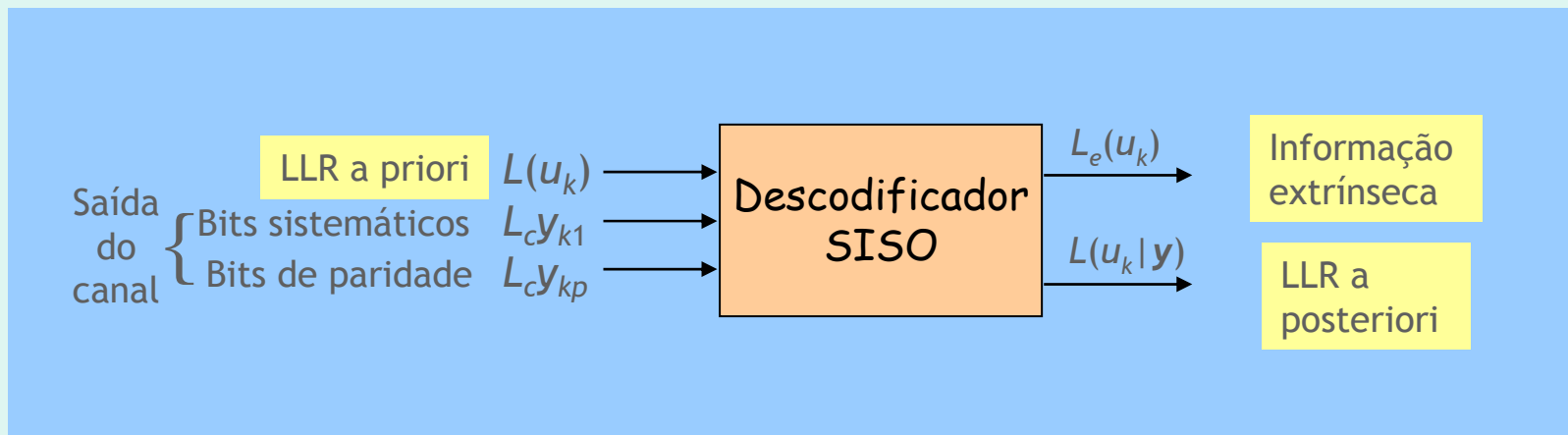
# Descodificação iterativa

- É uma abordagem relativamente recente (1993).
- É um intercâmbio iterativo de decisões brandas (“soft”) entre dois descodificadores no receptor.
- Que decisões brandas? Estimativas cada vez mais apuradas da informação *a priori*:

$$L(u_k) = \ln \frac{P(u_k = +1)}{P(u_k = -1)}$$

LLR a priori

# Descodificador SISO (*Soft-In Soft-Out*)



$$L(u_k | \mathbf{y}) = L(u_k) + L_c y_{k1} + L_e(u_k)$$

⇓

$$L_e(u_k) = L(u_k | \mathbf{y}) - L(u_k) - L_c y_{k1}$$

$$L_c = 4aR_c \frac{E_b}{N_0}$$

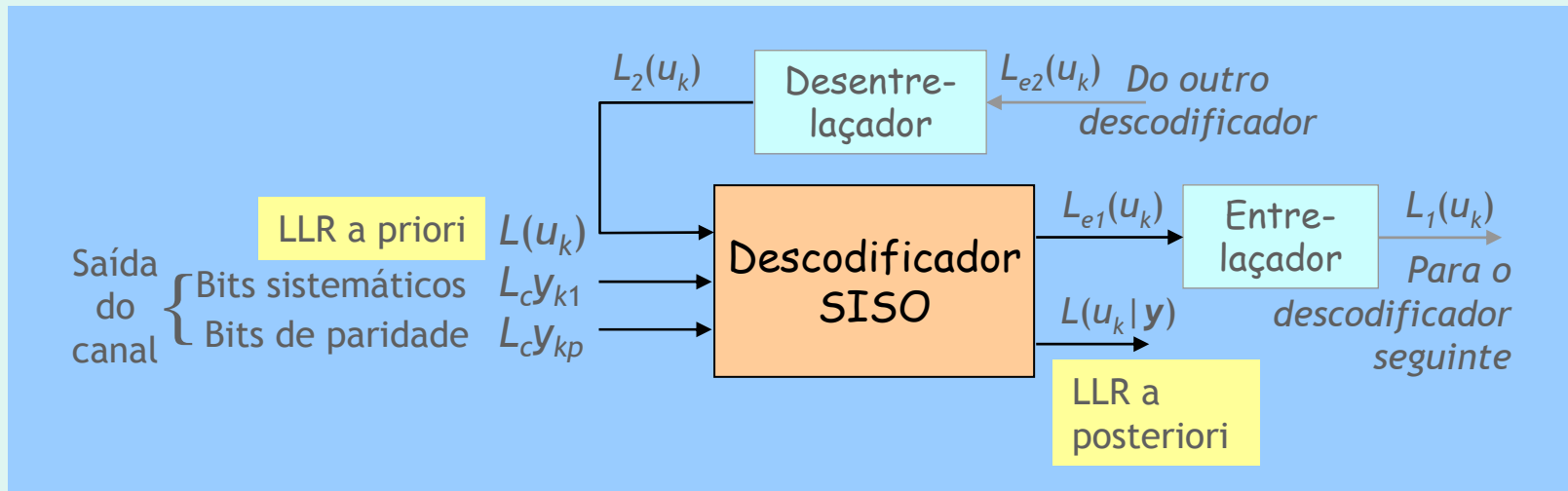
Taxa do código

AWGN:  $a = 1$

Mas... é preciso calcular  $L(u_k | \mathbf{y})$ ! Como? Com BCJR...

# Descodificação iterativa

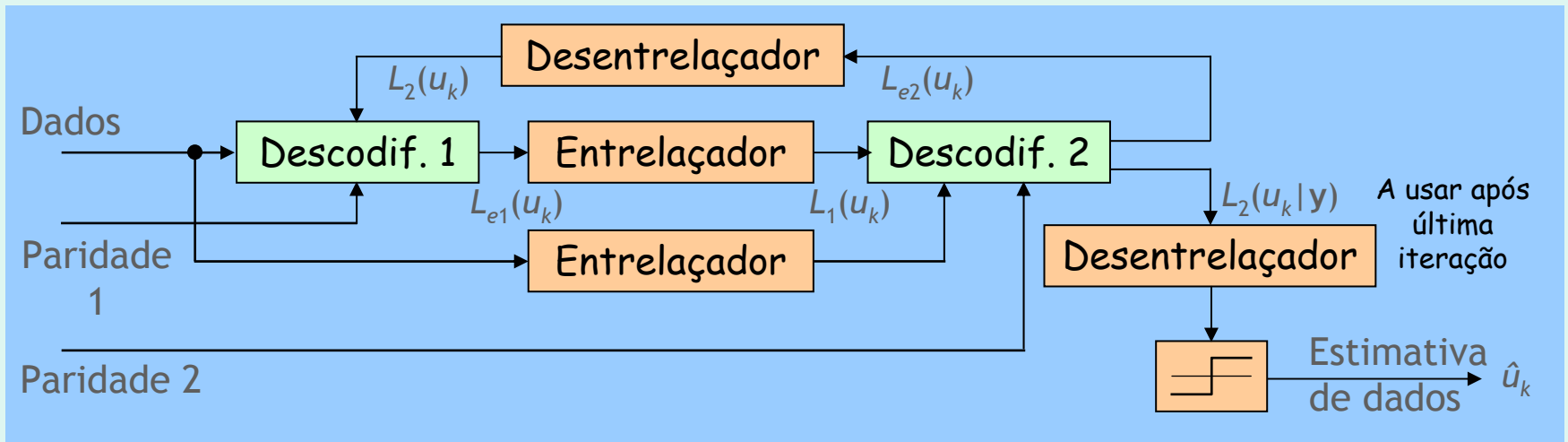
## Concatenação em paralelo: decodificador 1



- Só a informação extrínseca circula entre decodificadores.
- O entrelaçador e o desentrelaçador convertem as informações extrínsecas em estimativas melhoradas da LLR a priori.
- No decodificador 2 troca-se o entrelaçador e o desentrelaçador.

# Descodificação iterativa

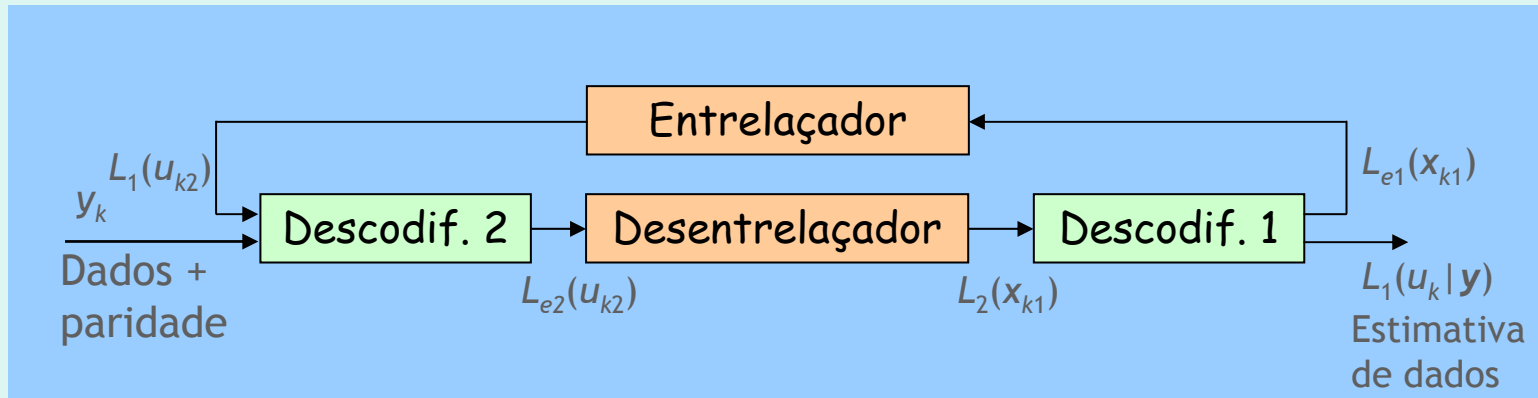
*Para concatenação em paralelo*



- $L_2(u_k)$  é normalmente inicializado em zero.

# Descodificação iterativa

*Para concatenação em série*



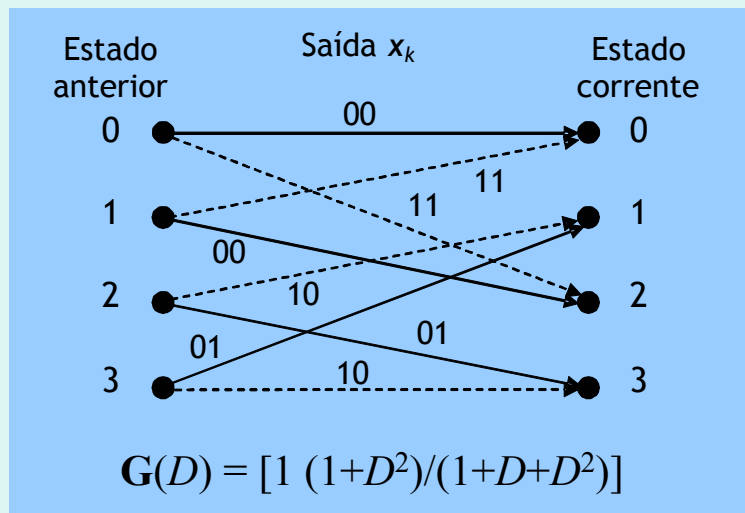
- Repare-se que o descodificador 1 só tem uma entrada (a LLR a priori estimada pelo descodificador 2)

# Passos da descodificação iterativa

1. Descodificador 1 envia informação “extrínseca” ao descodificador 2
2. Descodificador 2 envia ao descodificador 1 nova informação extrínseca
3. O processo  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow \dots$  prossegue iterativamente até se satisfazer o critério de paragem pré-estabelecido.

# Um turbo-exemplo numérico (concatenação em paralelo)

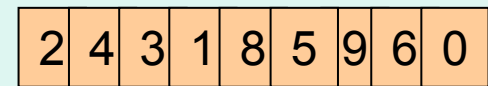
## Treliça dos codificadores convolucionais



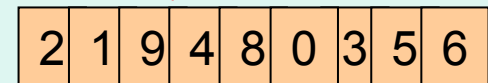
## Padrão de entrelaçamento:

$$P = [1 \ 4 \ 7 \ 2 \ 5 \ 9 \ 3 \ 6 \ 8]$$

Se sequência original



Sequência entrelaçada



Como estimar a sequência enviada?

- Perfuração de códigos para que  $R_c = 1/2$
- Canal AWGN com  $E_c/N_0 = 0.25$  e  $a = 1 \Rightarrow L_c = 1$
- Sequência de nove bits enviada: -1 -1 -1 ... -1
- Sequência de 18 valores reais recebida:

$y = 0.3 \ -4.0 \ -1.9 \ -2.0 \ -2.4 \ -1.3 \ 1.2 \ -1.1 \ 0.7 \ -2.0 \ -1.0 \ -2.1 \ -0.2 \ -1.4 \ -0.3 \ -0.1 \ -1.1 \ 0.3$

paridade 1 ↗ ↖ paridade 2

# Turbo-exemplo numérico

## 1) Sequências de entrada do decodificador turbo

$k$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$L_c \mathbf{y}_{k1}$	0.3	-1.9	-2.4	1.2	0.7	-1.0	-0.2	-0.3	-1.1
$L_c \mathbf{y}_{k1}^{(P)}$	0.3	1.2	-0.2	-1.9	0.7	-1.1	-2.4	-1.0	-0.3
$L_c \mathbf{y}_{kp}^{(1)}$	-4.0	0	-1.3	0	-2.0	0	-1.4	0	0.3
$L_c \mathbf{y}_{kp}^{(2)}$	0	-2.0	0	-1.1	0	-2.1	0	-0.1	0

Todos os zeros de paridade são devidos à perfuração nos codificadores



# Turbo-exemplo numérico

## 2) Saída do decodificador 1 após 1ª meia iteração

4 Erros

$L_1(u_k   y)$	-4.74	-3.20	-3.66	1.59	1.45	-0.74	0.04	0.04	-1.63
$L(u_k)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$L_c y_{k1}$	0.30	-1.90	-2.40	1.20	0.70	-1.00	-0.20	-0.30	-1.10
$L_{e1}(u_k)$	-5.04	-1.30	-1.26	0.39	0.75	0.26	0.24	0.34	-0.53
$L_1(u_k)$	-5.04	0.39	0.24	-1.30	0.75	-0.53	-1.26	0.26	0.34

P

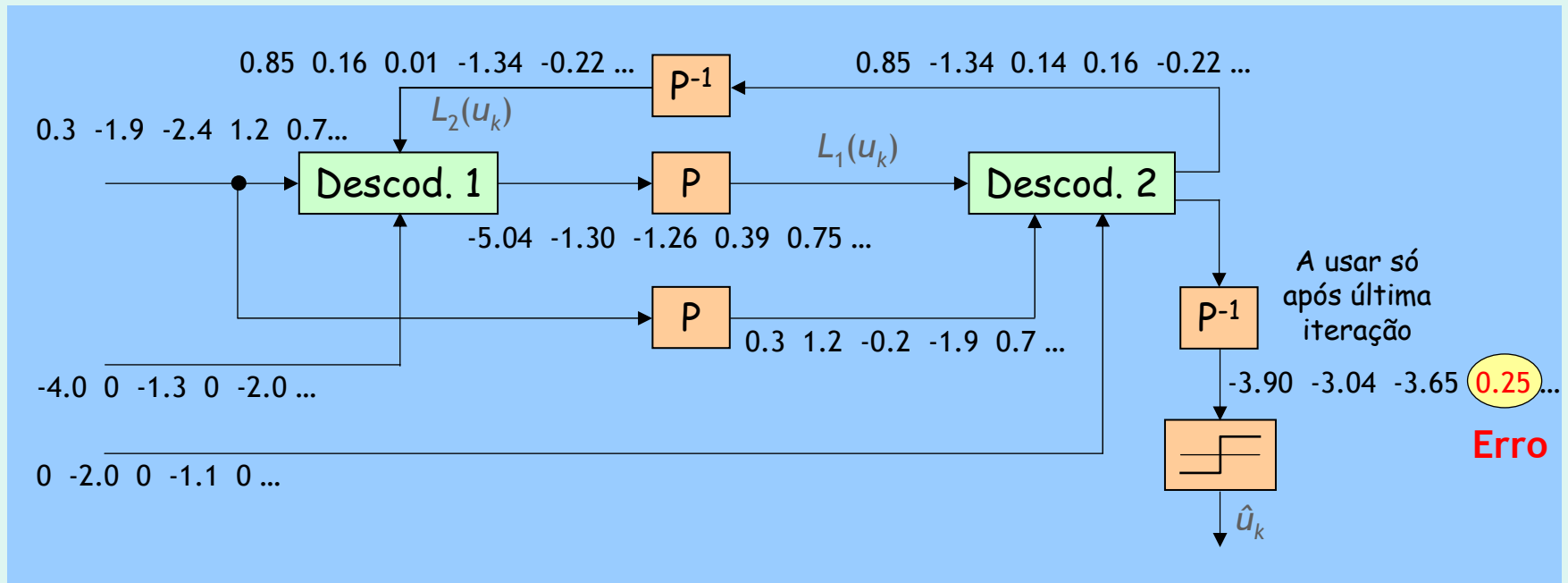
## 3) Saída do decodificador 2 após 1ª iteração

$L_2(u_k   y)$	-3.90	0.25	0.18	-3.04	1.23	-1.44	-3.65	-0.72	0.04
$L_1(u_k)$	-5.04	0.39	0.24	-1.30	0.75	-0.53	-1.26	0.26	0.34
$L_c y_{k1}^{(P)}$	0.30	1.20	-0.20	-1.90	0.70	-1.10	-2.40	-1.00	-0.30
$L_{e2}(u_k)$	0.85	-1.34	0.14	0.16	-0.22	0.19	0.01	0.02	0.00
$L_2(u_k)$	0.85	0.16	0.01	-1.34	-0.22	0.02	0.14	0.00	0.19

P-1

# Turbo-exemplo numérico

## Sequências após primeira iteração



# Turbo-exemplo numérico

## 4) Saídas dos decodificadores turbo durante cinco iterações

Erros

Iteração	$k \rightarrow$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	$L_1(u_k y)$	-4.74	-3.20	-3.66	1.59	1.45	-0.74	0.04	0.04	-1.63
2	$L_1(u_k y)$	-3.64	-2.84	-3.28	0.11	0.27	-0.95	-0.17	-0.25	-1.40
3	$L_1(u_k y)$	-3.65	-3.00	-3.35	-0.58	-0.34	-1.07	-0.61	-0.63	-1.53
4	$L_1(u_k y)$	-3.85	-3.21	-3.49	-1.02	-0.74	-1.20	-0.93	-0.90	-1.75
5	$L_1(u_k y)$	-4.08	-3.42	-3.64	-1.35	-1.05	-1.32	-1.18	-1.11	-1.95
1	$L(u_k y)$	-3.90	-3.04	-3.65	0.25	1.23	-0.72	0.18	0.04	-1.44
2	$L(u_k y)$	-3.61	-2.96	-3.29	-0.41	0.13	-0.97	-0.43	-0.25	-1.48
3	$L(u_k y)$	-3.75	-3.11	-3.35	-0.87	-0.45	-1.08	-0.80	-0.63	-1.66
4	$L(u_k y)$	-3.98	-3.32	-3.50	-1.22	-0.85	-1.21	-1.07	-0.90	-1.86
5	$L(u_k y)$	-4.21	-3.52	-3.65	-1.51	-1.15	-1.33	-1.28	-1.11	-2.06

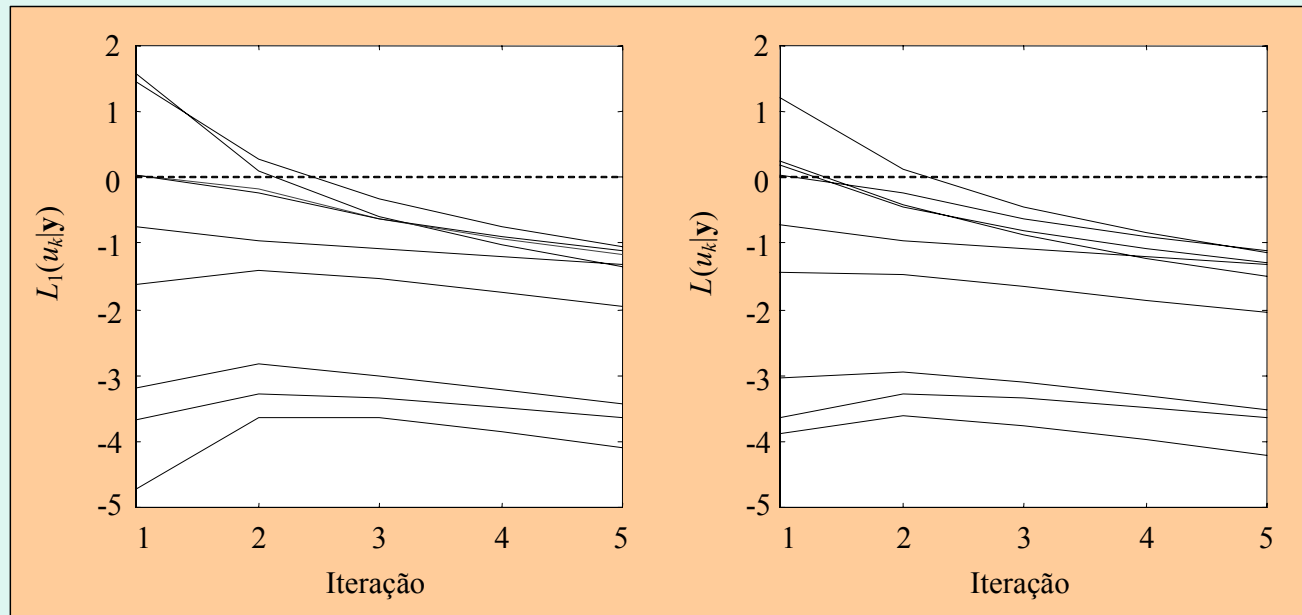
Após 2 iterações todas as decisões rígidas são correctas!

# Turbo-exemplo numérico

LLR a posteriori,  $L(u_k | \mathbf{y})$

Descodificador 1

Descodificador 2



Os valores de  $L(u_k | \mathbf{y})$  são todos negativos (como deviam!) após a 2ª iteração.

# Concatenação para codificação turbo

- Na concatenação em paralelo o projecto do entrelaçador é crucial
- Vantagens da concatenação em série:
  - Projecto do entrelaçador é mais fácil
  - Maior flexibilidade  $\Rightarrow$  âmbito de aplicação mais alargado

# Entrelaçadores propostos na literatura\*

- **Entrelaçadores aleatórios** (de Berrou & Glavieux)
- **Entrelaçadores de espalhamento S** (“S-random interleavers”, de Divsalar & Pollara)
  - “High Spread-Random (HSR) interleavers”
  - “Dithered-Diagonal (DD) interleavers”
  - “Dithered golden interleavers”
  - “Dithered Relative Prime (DRP) interleavers”

\* Haykin, S. et al, “Turbo-MIMO for Wireless Communications”, *IEEE Communications Magazine*, Out. 2004, e outras fontes

# Aplicações do “princípio turbo”

- Codificação de canal
- Igualização e estimação de canal
- Modulação codificada
- Codificação conjunta de canal e de fonte
- Sincronização
- Sistemas MIMO
- Detecção multi-utilizador e com espalhamento espectral
- Etc.

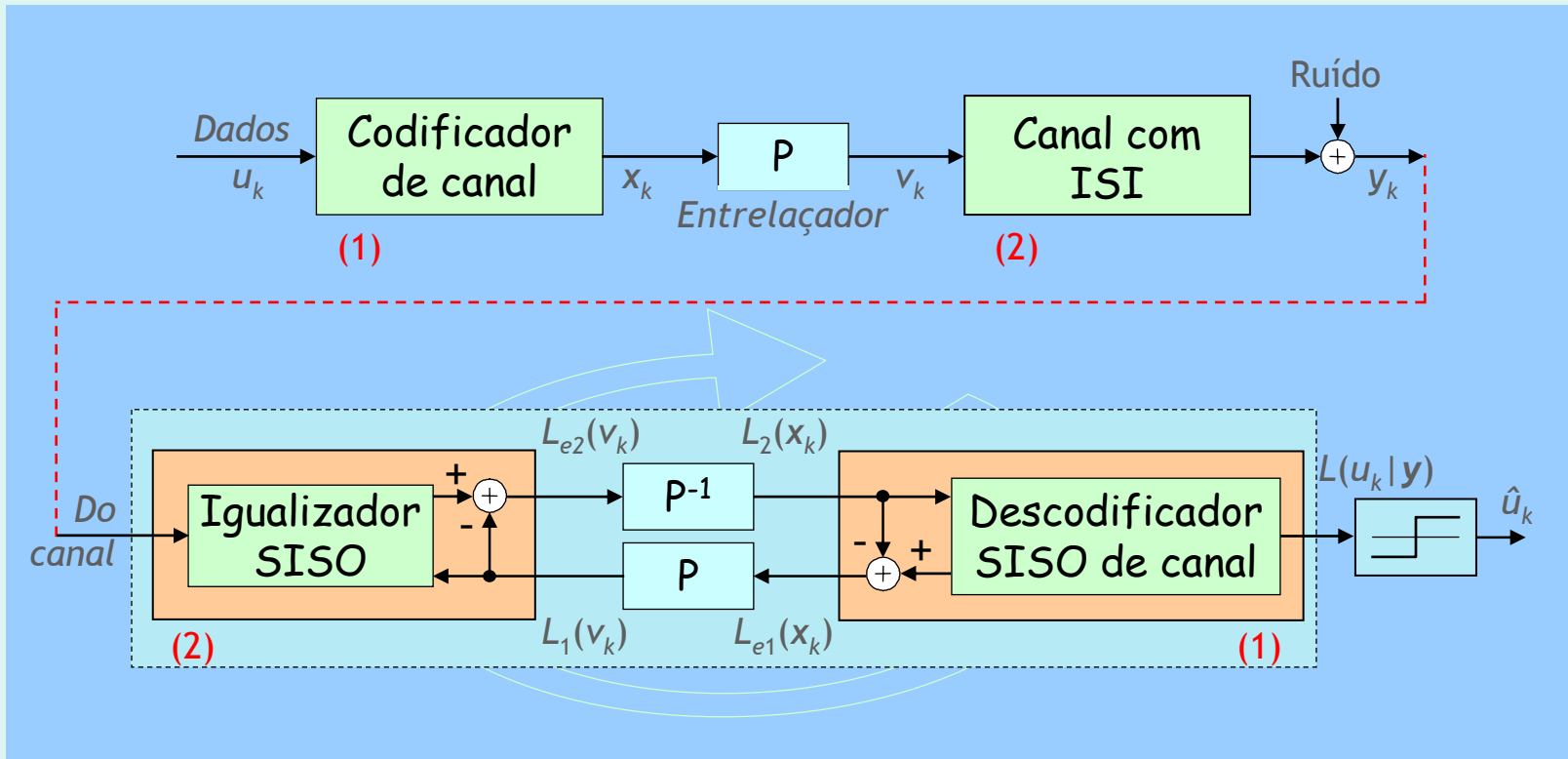
# Configurações de aplicações turbo (concatenação em série)

Aplicação	Codific./Descodific. exterior (1)	Codific./Descodific. interior (2)
Codificação (FEC) concatenada em série	Codificador/ Descodificador (FEC)	Codificador/ Descodificador (FEC)
Igualização	Codificador/ Descodificador (FEC)	Canal/Detector (igualizador)
Modulação codificada (TCM)	Codificador/ Descodificador (FEC)	Mapeador/ Desmapeador
Codificação de fonte e de canal conjunta	Codific./Descodific. de fonte	Codificador/ Descodificador (FEC)
MIMO	Codificador/ Descodificador (FEC)	Mapeador e Detector MIMO

Fonte: J. Hagenauer, "The Turbo Principle in Wireless Communications", *Nordic Radio Symposium*, Oulu, Finlândia, Agosto 2004

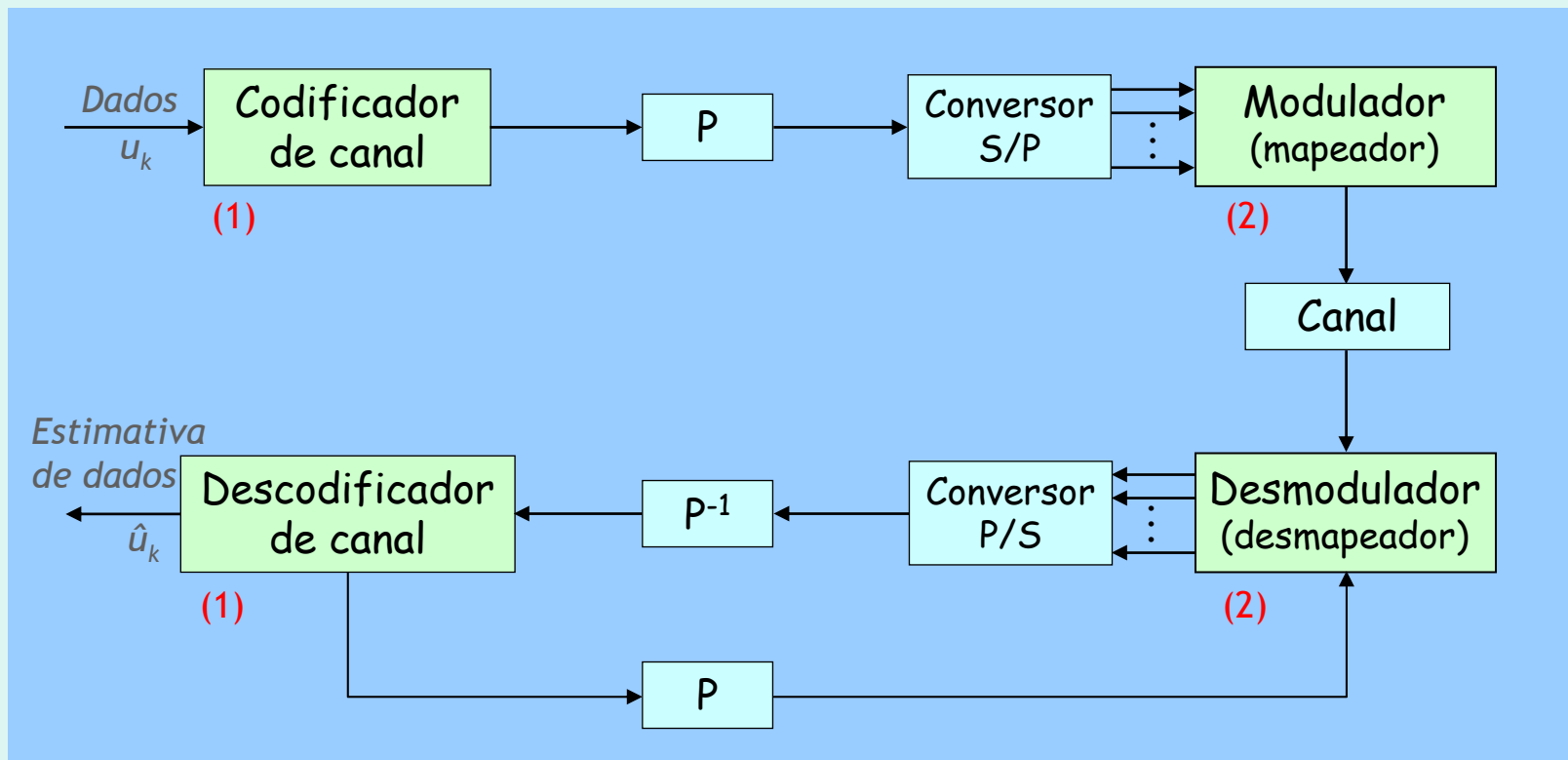


# Igualização turbo



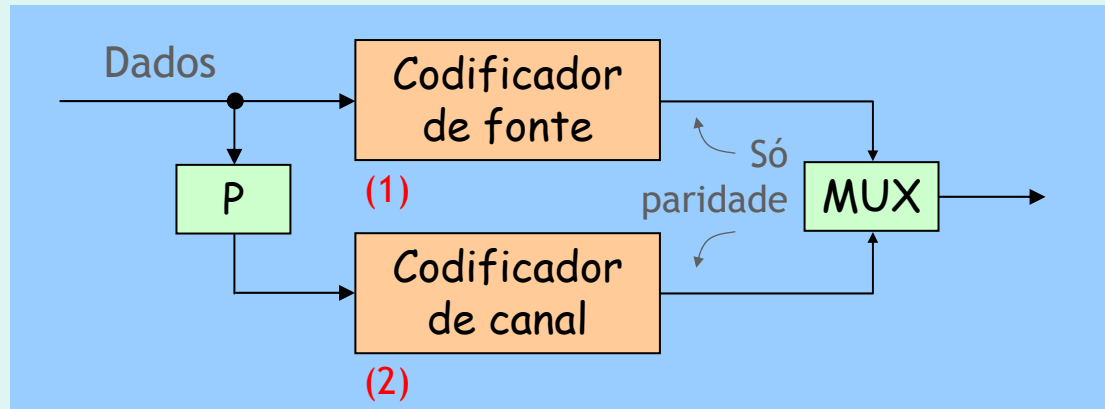
- Canal ISI pode ser encarado como um codificador de taxa 1 no corpo dos reais
- Igualizador tem duas entradas: sinal recebido do canal e  $L_1(v_k)$
- Descodificador só tem uma entrada:  $L_2(x_k)$

# Modulação codificada turbo

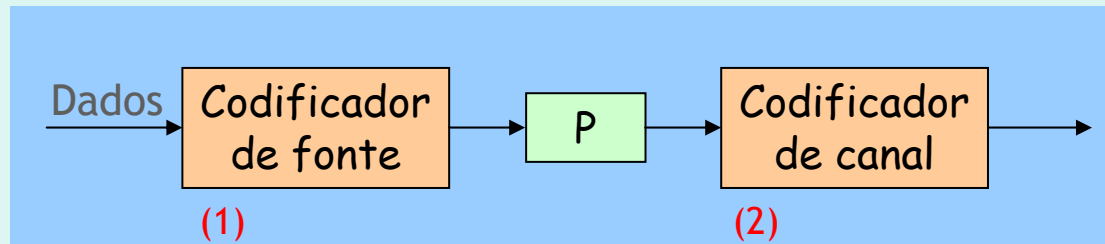


# Codificação turbo conjunta de fonte e de canal

- Em paralelo

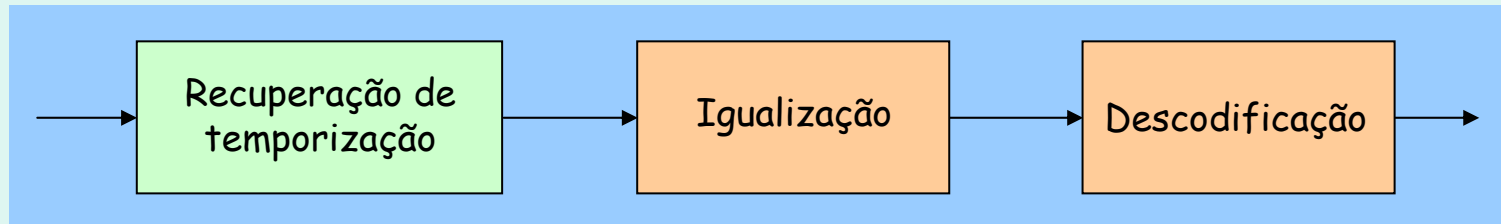


- Em série

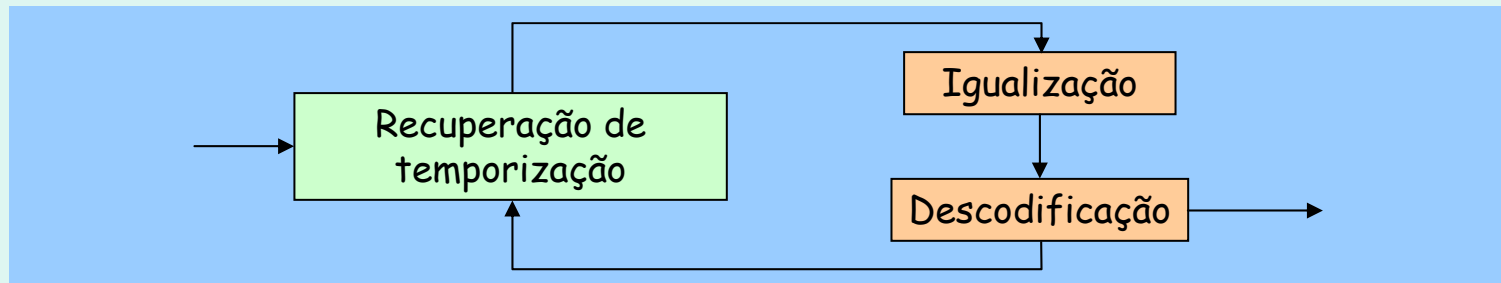


# Recuperação de temporização turbo

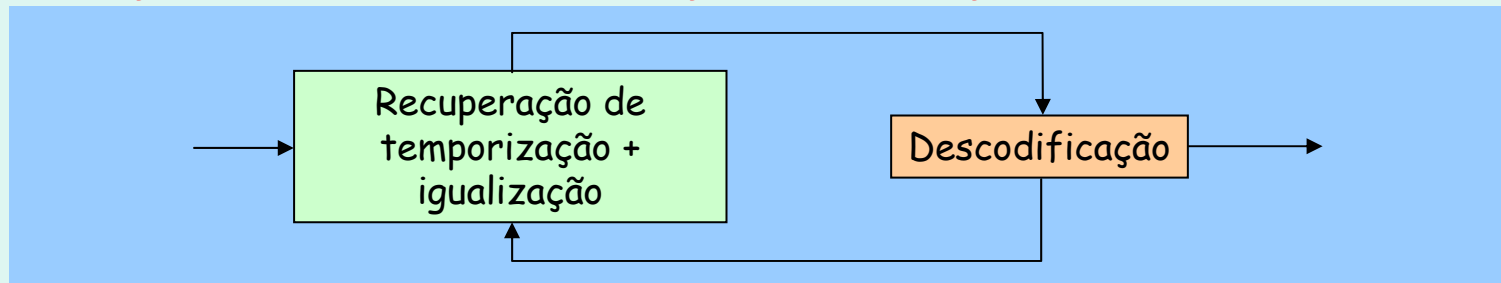
## *Abordagem convencional*



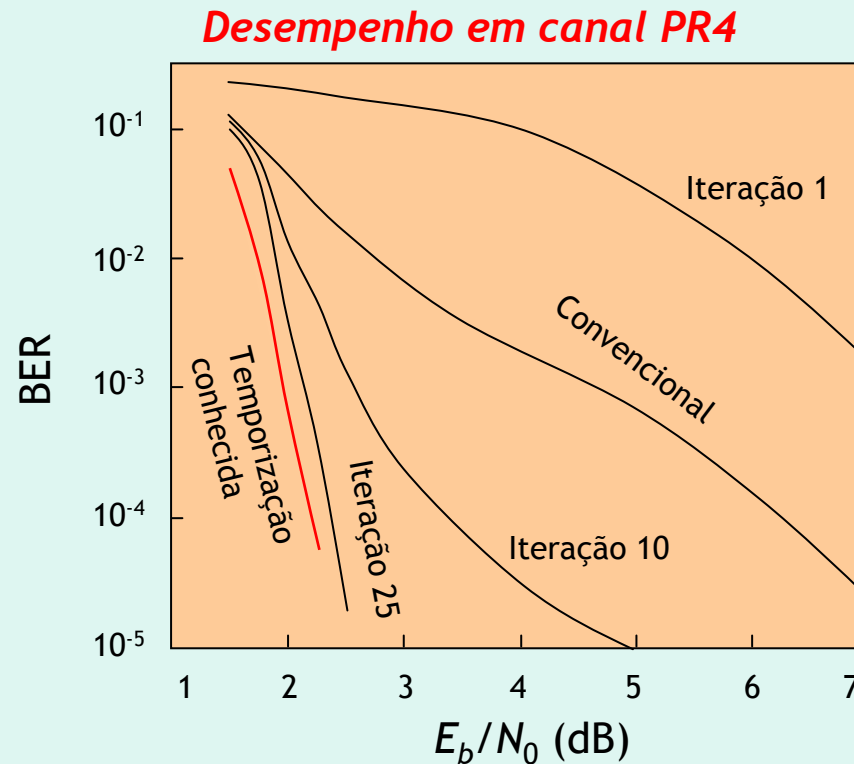
## *Sincronização iterativa com recuperação e igualização separadas*



## *Sincronização iterativa com recuperação e igualização conjuntas*

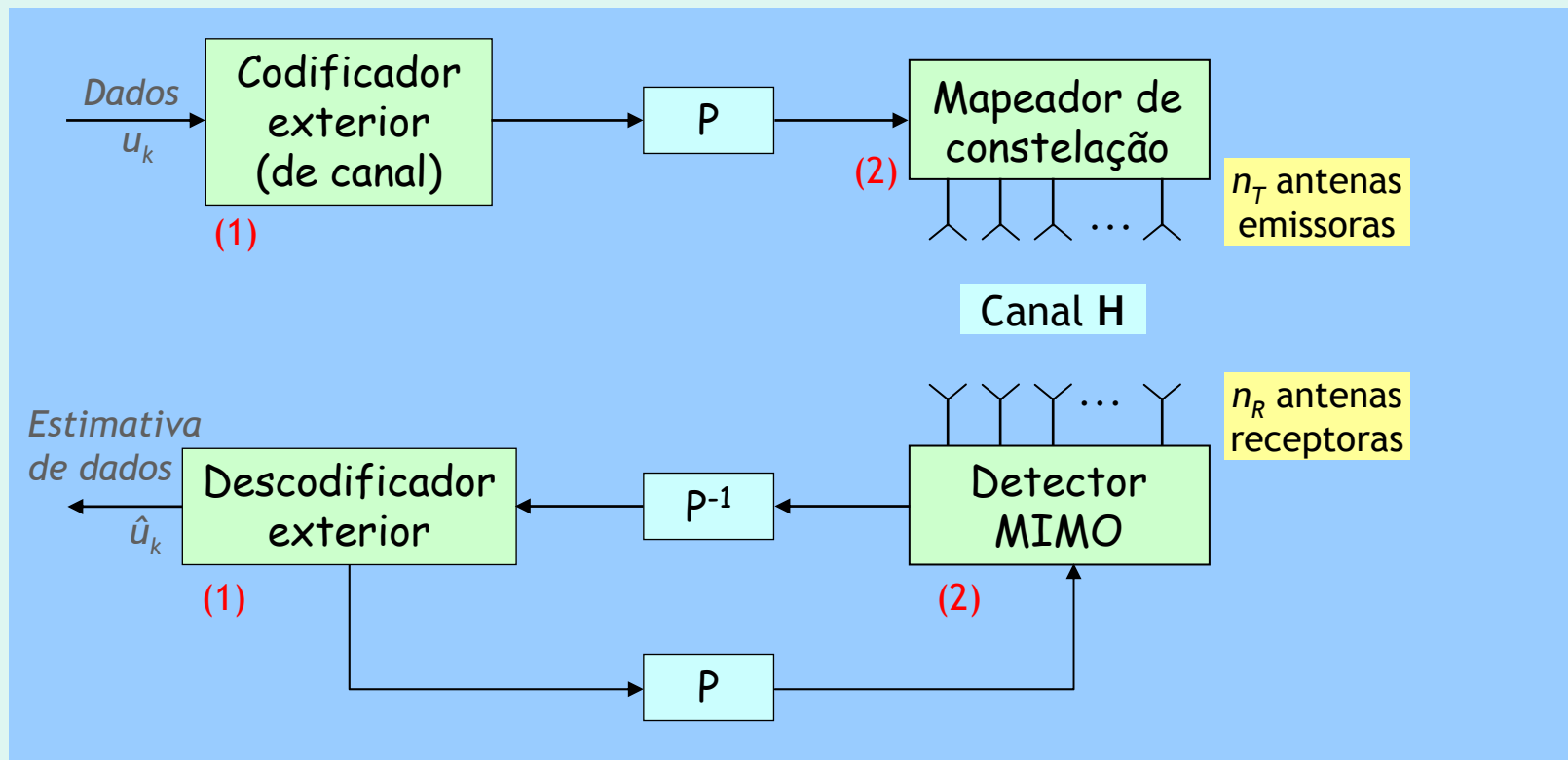


# Recuperação de temporização turbo

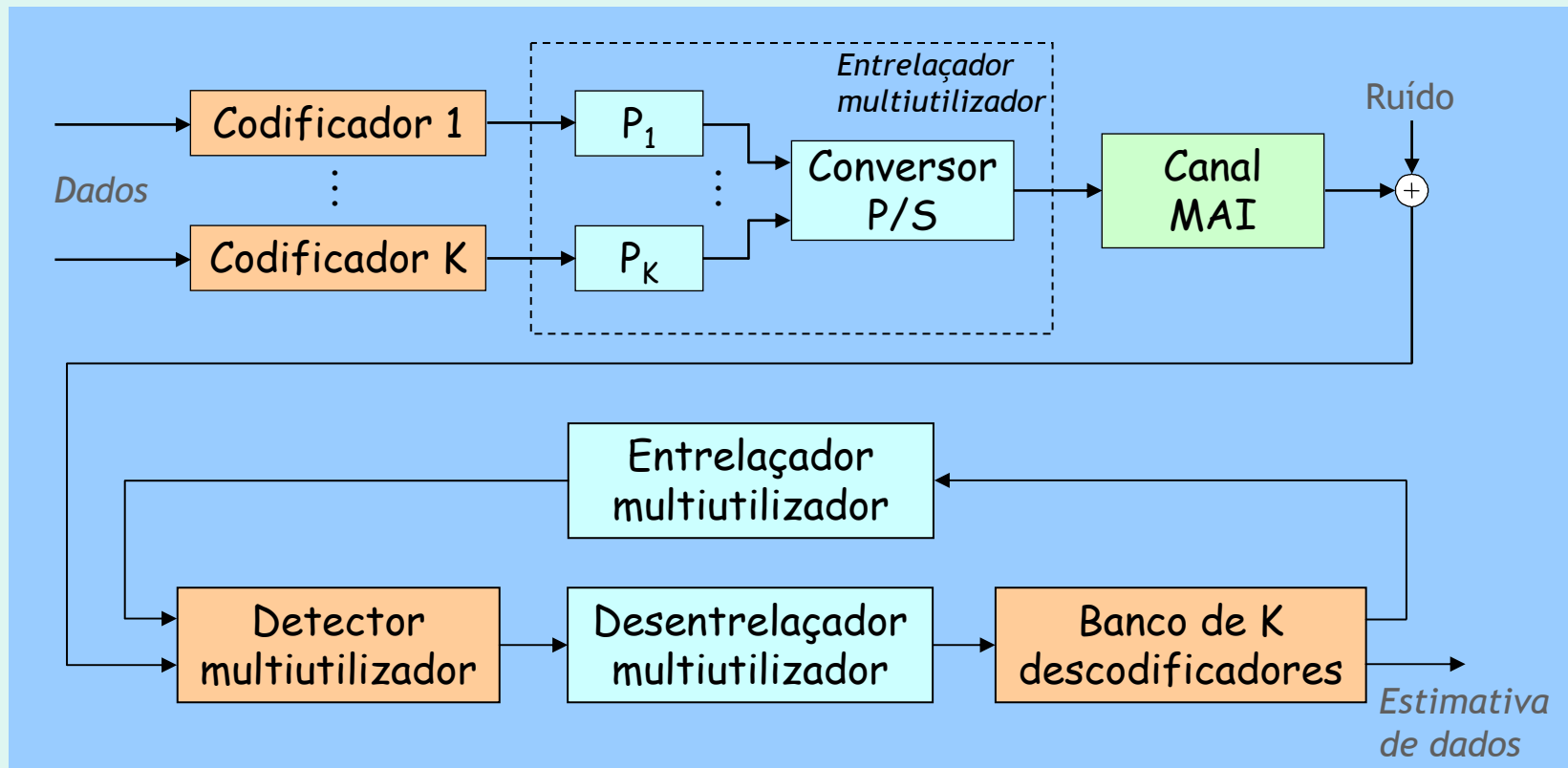


Fonte: Barry, J. R., Kavcic, A., LcLaughlin, S. W., Nayak, A., Zeng, W., "Iterative timing recovery", *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 21, Jan. 2004, pp. 89-102

# Sistemas MIMO (múltiplas antenas)



# Detecção multi-utilizador turbo



- Canal MAI (Interferência de Acesso Múltiplo) pode ser encarado como um canal ISI de coeficientes variáveis no tempo
- Também pode ser encarado como codificador de taxa 1 no corpo dos reais

# Uma “turbo” consequência

- A invenção dos turbo-códigos levou ao ressurgimento de um outro código que também se aproxima da capacidade:

**LDPC**

(Low-Density Parity-Check Code)

- Esteve adormecido mais de 30 anos...

*Mas isso já é outra história!*